ՀՏԴ 373.167.1:53(075)
ԳՄԴ 22.3ց72
Ֆ 524

Հաստատված է ՀՀ կրթության և գիտության նախարարության կողմից

Խմբագրությամբ՝ պրոֆեսորներ
Ալբերտ Կիրակոսյանի և
Էդուարդ Ղազարյանի

Ֆ 524 **Ֆիզիկա-11**: Ավագ դպրոցի 10-րդ դասարանի դասագիրք ընդհանուր և բնագիտամաթեմատիկական հոսքերի համար / Է. Ղազարյան, Ա. Կիրակոսյան, Գ. Մելիքյան և այլք. — Եր.: «Էդիթ Պրինտ», 2010. — 272 էջ:

ՀՏԴ 373.167.1:53(075)
ԳՄԴ 22.3ց72

ISBN 978-9939-52-223-4

ԷԴՈՒԱՐԴ ՂԱԶԱՐՅԱՆ
ԱԼԲԵՐՏ ԿԻՐԱԿՈՍՅԱՆ
ԳԱԳԻԿ ՄԵԼԻՔՅԱՆ
ԱՐՏԱՎԱԶԴ ՄԱՄՅԱՆ
ՍՈՍ ՄԱԻԼՅԱՆ

Ֆիզիկա 10

Ավագ դպրոցի 10-րդ դասարանի դասագիրք ընդհանուր և բնագիտամաթեմատիկական հոսքերի համար

ԵՐԵՎԱՆ
ԷԴԻԹ ՊՐԻՆՏ
2010

Սիրելի բարեկա՛մ

«Ֆիզիկա-10» դասագիրքն առաջինն է ավագ դպրոցի ֆիզիկայի դասագրքերից, որոնք նախատեսված են ընդհանուր և խորացված ուսուցմամբ հոսքերի համար: Դասագրքում շարադրված նյութը համապատասխանում է ՀՀ ԿԳ նախարարության հաստատած չափորոշիչներին և ծրագրերին («Ֆիզիկա». Հանրակրթական ավագ դպրոցի չափորոշիչներ և ծրագրեր, Երևան, 2009 թ.):

Հեղինակները փորձել են մեկ միասնական գրքի շրջանակում ներկայացնել ինչպես ընդհանուր, այնպես էլ խորացված ուսուցմամբ հոսքերի համար նախատեսված ծրագրային նյութը: Որպես հիմք վերցված է ընդհանուր հոսքի ծրագիրը, որտեղ ընդգրկված թեմաները լրացված են խորացված ուսուցմամբ հոսքերի ծրագրից: Հատուկ ընդգծված են առանձին պարագրաֆների վերջում տրված լրացուցիչ նյութը, ինչպես նաև դրան վերաբերող հարցերը, առաջադրանքները և խնդիրների լուծման օրինակները:

Ընդգծված են նաև այն պարագրաֆները, որոնք նախատեսված են միայն խորացված ուսուցմամբ հոսքերի համար: Շարադրանքի միասնականությունը պահպանելու նպատակով որոշ թեմաների մատուցման հերթականությունը համապատասխանեցված է ընդհանուր հոսքի ծրագրին:

Ինչպես և ավագ դպրոցի՝ ներկայումս օգտագործվող դասագրքերում, նյութի յուրացումը հեշտացնելու և հստակեցնելու նպատակով պարագրաֆները բաժանված են առանձին մասերի՝ յուրաքանչյուր մասի բովանդակությունը բացահայտող ենթավերնագրով: Պահպանված է նաև լաբորատոր աշխատանքներն ընդհանուր շարադրանքում ներկայացնելու օգտակար ձևը:

Ինքնուրույն լուծման համար նախատեսված խնդիրները և դրանց պատասխանները տրված են դասագրքի վերջում՝ ըստ նյութի շարադրման հերթականության: Որպես լրացուցիչ խնդիրների շտեմարան՝ առաջարկում ենք Ռուդիկ Հովհաննիսյանի և այլոց «Ֆիզիկայի խնդիրների և հարցերի ժողովածու»-ն (Երևան, «Լույս», 2005 թ.):

Հեղինակներ

ԳԼՈՒԽ I

ԳԻՏԱԿԱՆ ՃԱՆԱՉՈՂՈՒԹՅԱՆ ՄԵԹՈԴՆԵՐԸ

§ 1. ՖԻԶԻԿԱՆ ՈՐՊԵՍ ԲՆՈՒԹՅԱՆ ՄԱՍԻՆ ՀԻՄՆԱՐԱՐ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆ

Ի՞նչ է ուսումնասիրում ֆիզիկան: Բնությունը կարծես մի վիթխարի «բեմ» է, որտեղ տեղի են ունենում տարբեր իրադարձություններ, որոնք էլ բնության երևույթներն են:

Ինչպե՞ս է կառուցված բնությունը, որ մեզ շրջապատող աշխարհն է, ի՞նչ օրենքներով են ղեկավարվում այդ աշխարհի երևույթները. այս հարցերի պատասխաններն է որոնում ֆիզիկան: Այն հետազոտում է բնության երևույթները նկարագրող հիմնարար օրենքներն ու օրինաչափությունները, բնության օբյեկտների հատկությունները, կառուցվածքը, շարժման օրենքները: Հենց այդ «դերով» է, որ բնական գիտությունների շարքում ֆիզիկան հանդես է գալիս որպես առաջատար:

Ֆիզիկայում կատարված հայտնագործությունները ոչ միայն ընդլայնում են մեր գիտելիքները հիմնական ֆիզիկական պրոցեսների վերաբերյալ, այլև վճռորոշ դեր ունեն այլ գիտությունների զարգացման համար: Այդ տեսակետից բնորոշ է 20-րդ դարասկիզբը, երբ ֆիզիկան մտավ զարգացման նոր՝ ժամանակակից փուլ, և դասական ֆիզիկայից սկզբնավորվեցին նոր բաժիններ՝ **քվանտային տեսությունը** և **հարաբերականության տեսությունը**: Քվանտային տեսությունը, մասնավորապես, կարողացավ նորովի բացատրել քիմիական տարրերի պարբերական աղյուսակի կառուցվածքը: Զինված քվանտային տեսությամբ՝ քիմիկոսները կարողացան ժամանակակից տեսանկյունից մեկնաբանել նյութի կառուցվածքին և քիմիական ռեակցիաներին վերաբերող բազմաթիվ ու բազմազան փաստեր:

Ձայնային ալիքների տարածման ֆիզիկական օրենքներն ընկած են այն մեթոդների հիմքում, որոնք երկրաբաններին հնարավորություն են տալիս հետազոտելու Երկրի ընդերքը: Հեղուկների և գազերի շարժման ֆիզիկական տեսությունը կարևորագույն «զենք» է օդերևութաբանների, օվկիանագետների և բնապահպանների ձեռքին՝ հետազոտելու մեզ շրջապատող օդային և ջրային ավազանները:

Ֆիզիկայի օրենքները «ղեկավարում» են բոլոր ֆիզիկական պրոցեսները, իսկ այն մեթոդները, որոնցով ֆիզիկոսները հետազոտում են բնությունը, օգտագործում են նաև հարակից մյուս գիտություններում: Աստղաֆիզիկայում, օրինակ, հետազոտման ֆիզիկական մեթոդներով ուսումնասիրում են Արեգակը, մոլորակները, միջաստղային նյութը, միգամածությունները և աստղերը:

Տիեզերքում հանդիպող ժամանակային միջակայքերի մասշտաբային պատկերումը: Ուղղահայաց առանցքի վրա նշված թվերը նշանակում են 10-ի համապատասխան ցուցիչով աստիճաններ՝ արտահայտված վայրկյանով:

Տիեզերքի կառուցվածքը՝ միկրո-, մակրո- և մեգաաշխարհներ: Ժամանակակից ֆիզիկայում ընդունված է բնությունը բաժանել երեք մակարդակի կամ «աշխարհի»՝ **միկրոաշխարհ**, **մակրոաշխարհ** և **մեգաաշխարհ**:

Միկրոաշխարհն ատոմների, ատոմային միջուկների, տարրական մասնիկների զարմանահրաշ աշխարհն է: Այդ աշխարհի օբյեկտների (միկրոօբյեկտներ) չափերն այնքան փոքր են, իսկ ժամանակային միջակայքերը՝ այնքան կարճ, որ այդ միկրոօբյեկտներն անմիջականորեն դիտել հնարավոր չէ:

Մակրոաշխարհն այն ամենն է, ինչ շրջապատում է մեզ Երկրի վրա և նրա ոչ շատ հեռու շրջակայքում (մակրոմոլեկուլներ, բյուրեղներ, երկրային մարմիններ, մոլորակներ և այլն):

Մեգաաշխարհը տիեզերքն է՝ իր բոլոր դիտելի օբյեկտներով՝ աստղերով, գալակտիկաներով, քվազարներով և այլ երկնային մարմիններով: Դիտելի տիեզերքի չափերն աներևակայելիորեն մեծ են. նրա սահմանները (աստղագիտության մեջ անվանում են տիեզերքի հորիզոն) մեզնից հեռու են մոտավորապես 15 միլիարդ լուսատարիով (1 լուսատարին այն հեռավորությունն է, որը լույսն անցնում է 1 տարվա ընթացքում. 1 լուսատարին $\approx 9{,}46 \cdot 10^{12}$ կմ):

Նշված «աշխարհներից» յուրաքանչյուրը բնորոշվում է իր յուրահատուկ կառուցվածքով և շարժումների առանձնահատկությամբ: Օրինակ՝ մակրոմարմինների շարժումները նկարագրվում են դասական մեխանիկայի օրենքներով, մինչդեռ միկրոաշխարհին բնորոշ է մասնիկների և ալիքների սերտ կապը, որն արտահայտվում է նրանով, որ միկրոաշխարհը, ի տարբերություն մակրոաշխարհի, ենթարկվում է բոլորովին այլ ֆիզիկական օրենքների:

Ինչ վերաբերում է մեգաաշխարհին, ապա այստեղ ևս սպասելի են միանգամայն նոր, այդ թվում՝ նաև հիմնարար, ֆիզիկական օրենքների հայտնագործություններ:

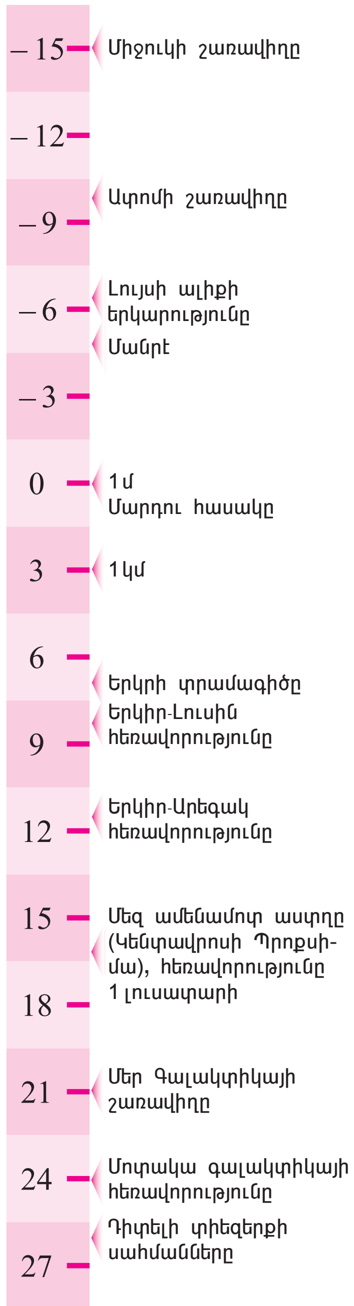
Գաղափար ժամանակի և տարածության մասին: Բոլոր մարմինները շարժվում են ժամանակի ընթացքում և տարածության մեջ: Նրանց շարժման միջոցով են դրսևորվում ժամանակի և տարածության հատկությունները:

Ըստ Նյուտոնի՝ ժամանակը գոյություն ունի ինքնիրեն, և նրա գոյությունը պայմանավորված չէ ոչնչով: Ընդհակառակը, ժամանակի ընթացքին ենթարկվում են բնության բոլոր մարմինները, բոլոր ֆիզիկական երևույթները: Բայց այդ մարմինները և երևույթները ոչ մի կերպ չեն ազդում ժամանակի ընթացքի վրա, այլ կերպ ասած՝ **ժամանակը բացարձակ է**: Ժամանակի բոլոր պահերը հավասարազոր են և միատեսակ. **ժամանակը համասեռ է**: Բացի այդ՝ ժամանակի ընթացքն ամենուրեք միատեսակ է, ընդ որում, այդ ընթացքը **միատեսակ հավասարաչափ** է ինչպես անցյալում, այնպես էլ ներկայում և ապագայում: Ժամանակը նաև **միաչափ է**:

Ժամանակի նման նյուտոնյան մեխանիկայում տարածությունը նույնպես բացարձակ է, նշանակում է՝ տարածությունը գոյություն ունի ինքնիրեն, և նրա գոյությունը պայմանավորված չէ ոչնչով: Այն նման է «պատեր չունեցող անսահման մեծ չափերով անշարժ արկղի», որտեղ զետեղված է ամեն ինչ, և տեղի են ունենում բնության բոլոր երևույթները, ընդ որում, վերջիններս որևէ կերպ չեն ազդում տարածության հատկությունների վրա: Տարածության հատկություններն ամենուր միատեսակ են, իսկ տարածական կետերը հավասարազոր են և միատեսակ. **տարածությունը համասեռ է**: Հավասարազոր և միատեսակ են նաև տարածության բոլոր ուղղությունները. այդ դեպքում ասում են, որ տարածությունն **իզոտրոպ է**: Տարածության հատկությունները ժամանակի ընթացքում չեն փոփոխվում: Ի տարբերություն ժամանակի՝ տարածությունը եռաչափ է:

Առօրյա փորձից հայտնի է, որ այն տարածության մեջ, որտեղ ապրում ենք, երկու կամայական կետեր միացնող ուղղի հատվածն ամենակարճն է: Այդպիսի տարածությունն անվանում են **էվկլիդեսյան**, և ասում, որ տարածությունը նկարագրվում է էվկլիդեսյան երկրաչափությամբ:

Սակայն, համաձայն ժամանակակից ֆիզիկայի պատկերացումների, առանձին տարածություն և առանձին ժամանակ գոյություն չունեն. գոյություն ունի մեկ միասնական «**տարածություն-ժամանակ**» հասկացություն: Ժամանակն այլևս բացարձակ և ինքնուրույն չէ. այն չի կարելի դիտարկել



Տիեզերքում հանդիպող հեռավորությունների մասշտաբային պատկերումը: Ուղղահայաց առանցքի վրա նշված թվերը նշանակում են 10-ի համապատասխան ցուցիչով աստիճաններ՝ արտահայտված մետրով:

տարածությունից դուրս, իսկ ավելի որոշակի՝ հաշվարկման տրված համակարգից դուրս: Խոսելով ժամանակի մասին՝ պետք է նշել, թե որտե՞ղ է դրված ժամացույցը, ըստ որի հաշվարկվում է ժամանակը: Ժամանակի ընթացքը տարբեր հաշվարկման համակարգերում տարբեր է, այլ կերպ ասած՝ **ժամանակը հարաբերական է**:

Եթե դասական ֆիզիկայում ժամանակը և տարածությունն իրար հետ կապված էին միայն մարմինների շարժման միջոցով, ապա, համաձայն հարաբերականության տեսության, ժամանակը կապված է նաև տարածության հետ. «այստեղի» ժամանակը, օրինակ, տարբեր է «այնտեղի» ժամանակից:

Վերջապես, ըստ ժամանակակից ֆիզիկայի, տարածություն-ժամանակը կապված է մատերիայի հետ: Ինչպե՞ս են բաշխված մարմինները տարածության մեջ և ինչպե՞ս են շարժվում. այս ամենն ազդում է տարածության երկրաչափական հատկությունների վրա: Վերջիններս, փոփոխվելով, հակազդում են տարածության մեջ մարմինների բաշխմանը և շարժմանը:

Հարցեր և առաջադրանքներ

1. Ի՞նչ է ուսումնասիրում ֆիզիկան: **2.** Ինչու՞ է անհրաժեշտ ֆիզիկայի օրենքների և բնության հետազոտման ֆիզիկական մեթոդների իմացությունը: **3.** Ի՞նչ են միկրոաշխարհը, մակրոաշխարհը, մեգաաշխարհը: **4.** Նշեք ժամանակի, տարածության հատկությունները համաձայն դասական ֆիզիկայի պատկերացումների: **5.** Բացատրեք «ժամանակը համասեռ է», «տարածությունը համասեռ է», «տարածությունը իզոտրոպ է» արտահայտությունները: **6.** Ի՞նչ է տարածություն-ժամանակը: Ի՞նչ է նշանակում «ժամանակը հարաբերական է» արտահայտությունը: **8.** Կապվա՞ծ է արդյոք տարածություն-ժամանակը մատերիայի հետ: Միակողմանի՞ է այդ կապը, թե՞ փոխադարձ:

§2. ՆՅՈՒԹ ԵՎ ԴԱՇՏ: ԲՆՈՒԹՅԱՆ ԵՐԵՎՈՒՅԹՆԵՐԸ ՈՐՊԵՍ ՆՅՈՒԹԻ ԵՎ ԴԱՇՏԻ ՇԱՐԺՈՒՄ ԵՎ ՓՈԽԱԶԴԵՑՈՒԹՅՈՒՆ

Ինչպես գիտեք, այն ամենը, ինչ գոյություն ունի աշխարհում՝ տարրական մասնիկները, ատոմներն ու մոլեկուլները, էլեկտրամագնիսական ալիքները, մեզ շրջապատող մարմինները, կենդանիները և բույսերը, այսինքն՝ այն ամենը, ինչ գոյություն ունի մեր գիտակցությունից անկախ և ազդում է կամ հատուկ սարքերի միջոցով կարող է ազդել մեր զգայարանների վրա, գիտության մեջ անվանում են **մատերիա**: Գոյություն ունի մատերիայի երկու տեսակ՝ **նյութ** և **ֆիզիկական դաշտ**:

Նյութը մատերիայի այն տեսակն է, որն ունի «հատիկային» բնույթ, այսինքն՝ կազմված է մասնիկներից, որոնցից են հիմնականում էլեկտրոնները, պրոտոնները և նեյտրոնները: Վերջին երկուսն ատոմային միջուկների բաղկացուցիչ մասնիկներն են, իսկ էլեկտրոնների հետ միասին՝ ատոմների, որոնք կարող են առաջացնել մոլեկուլներ, բյուրեղներ և այլն:

Ի տարբերություն նյութի՝ ֆիզիկական դաշտն օժտված է որոշակի հատկություններով, որոնցով այն զանազանվում է նյութից: Օրինակ՝ նյութական օբյեկտը՝ մարմինը, կարող է տեղափոխվել միայն այնպիսի արագությամբ, որը փոքր է վակուումում լույսի արագությունից, մինչդեռ ֆիզիկական դաշտի տարածման արագությունը հավասար է լույսի արագությանը: Նյութական օբյեկտներն ունեն զանգված, իսկ դաշտը զանգված չունի. այն անընդհատորեն բաշխված է տարածության մեջ: Յուրաքանչյուր ֆիզիկական դաշտ համապատասխան հիմնարար փոխազդեցության կրողն է: Այդ փոխազդեցությունները չորսն են՝ **գրավիտացիոն**, **էլեկտրամագնիսական**, **ուժեղ** և **թույլ**:

Մարմինների միջև գրավիտացիոն փոխազդեցությունն իրականացվում է գրավիտացիոն դաշտով:

Ձեզ հայտնի է նաև էլեկտրամագնիսական փոխազդեցությունը, որն իրականացվում է էլեկտրամագնիսական դաշտի միջոցով: Ուժեղ և թույլ փոխազդեցություններին կծանոթանաք հետագայում: Կարելի է ասել, որ մասնիկների փոխազդեցությունը կատարվում է մասնիկ-դաշտ-մասնիկ սխեմայով, որը նշանակում է՝ յուրաքանչյուր մասնիկ համապատասխան դաշտով ազդում է մնացած մասնիկների վրա:

Դաշտի էական տարբերությունը մասնիկներից նաև այն է, որ դաշտը պարփակված չէ պարզորոշ սահմաններ ունեցող տիրույթներում: Բացի դրանից՝ դաշտերն օժտված են փոխթափանցելիությամբ, այսինքն՝ տարածության միևնույն տիրույթում միաժամանակ կարող է գոյություն ունենալ մի քանի դաշտ, մինչդեռ միևնույն տիրույթում հնարավոր չէ զետեղել մի քանի մարմին՝ առանց փոփոխելու նրանց հատկությունները:

Չնայած նշված տարբերություններին՝ նյութը և դաշտն ունեն մի շարք ընդհանուր հատկություններ. գոյություն ունեն ֆիզիկական մեծություններ, որ հավասարապես հատուկ են և՛ նյութական օբյեկտներին, և՛ դաշտերին՝ էներգիա, իմպուլս և այլն:

Մատերիայի տեսակները և նրա շարժման ձևերն անփոփոխ չեն: Բնության բոլոր երևույթները մատերիայի՝ մի տեսակից մյուսին փոխակերպվելու կամ շարժման մի ձևից մեկ այլ ձևին անցնելու պրոցեսներ են: Սակայն մատերիան ու մատերիայի շարժումն անստեղծելի և անոչնչանալի են: Այս պնդման ապացույցներն էներգիայի և իմպուլսի պահպանման օրենքներն են, որոնց ենթարկվում են բնության բոլոր երևույթները:

Նյութի և դաշտի փոխակերպման օրինակ է մասնիկի և հակամասնիկի անիհիլյացիան (ոչնչանալը), իսկ թե ինչ են հակամասնիկը և անիհիլյացիան, դուք կիմանաք 12-րդ դասարանի ֆիզիկայի դասընթացում: Օրինակ՝ էլեկտրոնը և հակաէլեկտրոնը՝ պոզիտրոնը, հանդիպելիս «ոչնչանում» են՝ փոխակերպվելով էլեկտրամագնիսական դաշտի: Վերջինիս էներգիան, էներգիայի պահպանման օրենքին համապատասխան, էլեկտրոնի և պոզիտրոնի էներգիաների գումարն է:

Հարցեր և առաջադրանքներ

1. Մատերիայի ո՞ր տեսակն են անվանում նյութ և ո՞ր տեսակը՝ դաշտ: **2.** Ո՞ր հատկություններով են նյութը և դաշտը տարբերվում իրարից: **3.** Ի՞նչ ընդհանուր հատկություններ ունեն նյութը և դաշտը: **4.** Ի՞նչ սխեմայով է իրականացվում նյութական մասնիկների փոխազդեցությունը: Բացատրե՛ք: **5.** Ի՞նչ է նշանակում «մատերիան ու նրա շարժումն անստեղծելի և անոչնչանալի են» արտահայտությունը: **6.** Բերե՛ք նյութի և դաշտի փոխակերպման որևիցե օրինակ: Պահպանման ո՞ր օրենքներին համապատասխան է տեղի ունենում այդ փոխակերպումը:

§3. ՖԻԶԻԿԱԿԱՆ ԵՐԵՎՈՒՅԹՆԵՐԻ ՈՒՍՈՒՄՆԱՍԻՐՄԱՆ ՓՈՐՁԱՐԱՐԱԿԱՆ ԵՎ ՏԵՍԱԿԱՆ ՄԵԹՈԴՆԵՐ

Ֆիզիկայի, ինչպես և յուրաքանչյուր գիտության գլխավոր նպատակը ոչ միայն շրջապատող աշխարհի երևույթների գրանցումն է դիտումների, գիտափորձերի, մարդու զգայության օրգանների միջոցով, այլ նաև դրանց համակարգումը:

Սակայն բնության երևույթների յուրաքանչյուր դիտում պահանջում է նաև երևակայություն և եզրահանգումներ անելու կարողություն, առանց որոնց անհնար է բացահայտել ճշմարտությունը: Բնության երկու կամ ավելի երևույթների ենթադրվող կապն արտահայտող տեսական պնդումը՝ արտահայտված ֆիզիկական մեծությունների, հասկացությունների միջոցով, անվանում են **գիտական վարկած**: Սակայն միայն դատողություններով և վարկածների առաջադրմամբ հաճախ հնարավոր չէ բացահայտել ճշմարտությունը:

Դիտարկենք, օրինակ, երկու մեծ մտածողների՝ Արիստոտելի և Գալիլեյի եզրահանգումները նույն երևույթի մասին: Այդ երևույթը, ինչպես գիտեք հիմնական դպրոցից, մարմինների ազատ անկումն է: Դիտելով ծանր և թեթև մարմինների անկման երևույթը՝ Արիստոտելը եկել է այն եզրահանգման, որ ծանր մարմիններն ընկնում են ավելի արագ, քան թեթևները: Դիտումները կարծես վկայում էին Արիստոտելի վարկածի օգտին. չէ՞ որ, օրինակ, փետուրն ավելի դանդաղ է ընկնում, քան քարի կտորը:

Ըստ Գալիլեյի՝ եթե որևէ գիտական վարկած ճշմարիտ է, ապա դրանից պետք է հետևեն ճիշտ եզրակացություններ: Ուստի՝ Արիստոտելի ենթադրության ճշմարտացիությունը պարզելու նպատակով Գալիլեյն առաջարկել է ծանր և թեթև մարմինները կապելով իրար, բաց թողնել:

Համաձայն Արիստոտելի տրամաբանության՝ կապված մարմինների համակցությունը պետք է ավելի արագ ընկնի, քան թեթև և ծանր մարմիններն առանձին-առանձին: Բայց, մյուս կողմից, եթե մարմինները կապված են, ապա թեթևը պետք է ընկնի դանդաղորեն՝ խոչընդոտելով ծանր մարմնի անկումը: Իսկ այդ դեպքում մարմինների համակցությունը չի կարող ավելի արագ ընկնել, քան ծանր մարմինը: Այսպիսով՝ հանգեցինք հակասության: Ուրեմն՝ Արիստոտելի վարկածը ճիշտ չէ. բոլոր մարմինները նույն բարձրությունից գետին են ընկնում նույն ժամանակում:

Գալիլեյը, ինչպես գիտեք, իր առաջ քաշած վարկածն ապացուցել է փորձով:

Այսպիսով, ի տարբերություն Արիստոտելի, Գալիլեյն առաջադրել է գիտական հետազոտման նոր մեթոդ՝ գիտական վարկածի և փորձի մեթոդը: Հետևելով այս մեթոդին՝ գերմանացի աստղագետ Յոհան Կեպլերը, վերլուծելով մոլորակների դիրքերի բազմաթիվ չափումների արդյունքները, եկել է այն ճշմարիտ եզրահանգմանը, որ մոլորակներն Արեգակի շուրջը շարժվում են էլիպսաձև ուղեծրերով:

Հետագայում Գալիլեյի գիտական վարկածի և փորձի մեթոդը լրացրել են այլ հետազոտողներ, և ստեղծվել է գիտական հետազոտության ցիկլային մեթոդը: Այս մեթոդի յուրաքանչյուր ցիկլ բաղկացած է հետևյալ չորս հաջորդական փուլերից՝ 1) ելակետային փորձնական փաստերի կուտակում, 2) գիտական վարկածի առաջադրում, 3) տրամաբանական հետևություններ, 4) փորձ:

Դրանից հետո միայն վարկածը դառնում է **գիտական տեսություն**: Տեսությունը պետք է բացատրի հայտնի բոլոր փորձառական փաստերը տվյալ երևույթի վերաբերյալ և, բացի այդ, ճիշտ կանխատեսի ամեն մի նոր փորձի արդյունքները:

Ֆիզիկական տեսության կայացման պրոցեսը բացահայտենք էլեկտրամագնիսական դաշտի տեսության ստեղծման օրինակով:

Հայտնի է, որ 19-րդ դարի երկրորդ կեսին էլեկտրական ու մագնիսական երևույթների բնագավառներում Կուլոնի, Էրստեդի, Ամպերի, Ֆարադեյի և այլ ֆիզիկոսների աշխատանքներն այն ելակետային փորձնական փաստերն էին (ցիկլի առաջին փուլ), որոնց հիման վրա Մաքսվելը մշակել է էլեկտրամագնիսական դաշտի ամբողջական տեսությունը, որը որպես գիտական վարկած (երկրորդ փուլ) ամփոփվել է նրա հավասարումների համակարգում: Ընդ որում, այդ տեսությունը ոչ միայն բացատրել է էլեկտրադինամիկայի մինչ այդ հայտնի բոլոր օրենքները, այլև նրանից բխել են նոր հետևություններ՝ նոր գիտելիքներ:

Մաքսվելի տեսությունից (դեռևս գիտական վարկած) մասնավորապես բխել է, որ մագնիսական դաշտ ստեղծվում է ոչ միայն հոսանքով, այլև փոփոխական էլեկտրական դաշտով, որ բնության մեջ գոյություն ունեն էլեկտրամագնիսական ալիքներ, որոնք տարածվում են լույսի արագությամբ և այլն:

Վերոհիշյալ տրամաբանական հետևությունները, որոնք բխում են Մաքսվելի գիտական վարկածից, կարիք ունեին փորձնական հիմնավորման: Մաքսվելի մահից 10 տարի անց՝ 1887-88 թվականներին Հերցը փորձով ապացուցել է էլեկտրամագնիսական ալիքների գոյությունը, նրանց տարածման վերջավոր արագությունը, հայտնաբերել մի շարք հատկություններ, որոնք բոլորն էլ բխում են Մաքսվելի տեսությունից: Մաքսվելի տեսական վարկածից բխած տրամաբանական հետևությունների՝ փորձնական ճանապարհով հաստատվելուց հետո է միայն էլեկտրամագնիսական դաշտի տեսությունը դարձել հիմնավորված գիտական տեսություն:

Այսպիսով՝ ֆիզիկոսները ոչ միայն դիտում են բնության երևույթները, այլև դրանց հետ կապում են ֆիզիկական մեծություններ, որոնց չափումը փորձի միջոցով տալիս է որոշակի թվեր: Դրանով իսկ, վերջին հաշվով, բնության երևույթների նկարագրումն արտահայտվում է ֆիզիկական մեծությունների միջև մաթեմատիկական առնչությունների (հավասարումների, անհավասարությունների) տեսքով:

Մոդել, մոդելավորում: Բնության այս կամ այն երևույթի, օբյեկտի լրիվ հետազոտումը մաթեմատիկայի միջոցներով գործնականում հնարավոր չէ: Ուստի՝ ֆիզիկայում գործ են ունենում ոչ թե բնության երևույթների կամ օբյեկտների, այլ դրանց իդեալականացված տարբերակների՝ **մոդելների** հետ: Մոդելների միջոցով բնության երևույթների և օբյեկտների հետազոտման մեթոդն անվանում են **մոդելավորում**:

Բնության որևէ օբյեկտի կամ պրոցեսի մոդելը պահպանում է իրական օբյեկտի կամ պրոցեսի բոլոր բնութագրական հատկությունները, բացառությամբ նրանց, որոնք տվյալ դիտարկման ժամանակ էական չեն: Միևնույն իրական օբյեկտը կամ պրոցեսը տարբեր պայմաններում կարող է ունենալ տարբեր մոդելներ:

Յուրաքանչյուր մոդել ընտրելիս անհրաժեշտ է հաշվի առնել հետևյալ հանգամանքները: Նախ՝ մոդելը պետք է հնարավոր լինի նկարագրել մաթեմատիկայի միջոցներով: Հենց այդպիսի ընտրությամբ է ֆիզիկան դառնում ճշգրիտ գիտություն, քանի որ մաթեմատիկան, բնության երևույթների ճշգրիտ քանակական նկարագրությունից զատ, հնարավորություն է տալիս նաև կանխատեսելու դեռևս անհայտ բնական երևույթներ:

Մյուս կողմից՝ մոդելի ընտրությունը պետք է հնարավորություն ընձեռի փորձի միջոցով ստուգելու իրական երևույթի կամ օբյեկտի թեկուզ մի քանի բնութագրիչ առանձնահատկություններ: Հենց այս փաստն էլ հնարավորություն է տալիս ֆիզիկան համարելու փորձարարական գիտություն:

Մոդելավորումից՝ որպես մեթոդից, գիտնականներն օգտվել են դեռևս անտիկ շրջանում: Մոդելներ օգտագործել են նաև Գալիլեյը, Նյուտոնը: Մոդելները մեծ դեր են ունեցել Կելվինի, Մաքսվելի, Այնշտայնի և ուրիշ ֆիզիկոսների աշխատանքներում:

Բնության երևույթների վերաբերյալ որոշ հակիրճ, բայց բավական ընդհանուր բնույթի պնդումն անվանում են **օրենք**: Օրինակ՝ պնդումն այն մասին, որ լիցքը պահպանվում է, լիցքի պահպանման օրենքն է: Երբեմն նմանօրինակ պնդումները կարելի է արտահայտել երևույթը նկարագրող մեծությունների միջև մաթեմատիկական առնչության միջոցով, ինչպիսին, օրինակ, Ջոուլ-Լենցի օրենքն է՝ $Q = I^2Rt$:

XIX դարավերջին Մայքելսոնի կատարած գիտափորձի արդյունքը ցույց տվեց, որ, օրինակ, արագությունների գումարման դասական օրենքը ճշմարիտ չէ շատ մեծ արագությունների համար: Այդ օրենքը, մասնավորապես, արդեն պիտանի չէ նկարագրելու այն երևույթները, որոնք այս կամ այն չափով առնչվում են լույսի տարածման հետ: Բայց արագությունների գումարման դասական օրենքը բխում է նյուտոնյան մեխանիկայի հիմնական օրենքներից: Հետևաբար՝ կարելի է ասել, որ դասական մեխանիկան ունի կիրառելիության սահմանափակ ոլորտ: Բայց այդ սահմանները որոշողն արդեն ոչ թե դասական մեխանիկան է, այլ մեկ ուրիշ՝ ավելի ընդգրկուն տեսություն, որն անվանում են **հարաբերականության հատուկ տեսություն**:

Հարաբերականության հատուկ տեսությունը նույնպես ունի իր կիրառելիության ոլորտը, որի սահմանները որոշողն արդեն **հարաբերականության ընդհանուր տեսությունն** է: Հարաբերականության հատուկ տեսությունը բխում է ընդհանուր տեսությունից, երբ հաշվի չեն առնում գրավիտացիոն դաշտերը: Իսկ երբ մարմնի շարժման արագությունն անհամեմատ փոքր է լույսի արագությունից, հարաբերականության հատուկ տեսությունից հետևում են դասական մեխանիկայի օրենքները:

Հարցեր և առաջադրանքներ

1. Որո՞նք են մարմինների ազատ անկման վերաբերյալ Արիստոտելի և Գալիլեյի եզրահանգումները: **2.** Ի՞նչ մտային փորձով էր Գալիլեյն ապացուցում իր եզրահանգման ճշմարտացի լինելը: **3.** Որո՞նք են գիտության հետազոտման ցիկլային մեթոդի փուլերը: **4.** Ֆիզիկական տեսության կայացման պրոցեսը բացահայտե՛ք էլեկտրամագնիսական դաշտի տեսության օրինակով: **5.** Ի՞նչ է մոդելը: Ինչպե՞ս են ընտրում մոդելը: **6.** Ի՞նչ է օրենքը: **7.** Ի՞նչ եք հասկանում «օրենքի (կամ տեսության) կիրառելիության սահման» ասելով: Բերե՛ք օրինակ:

§ 4. ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱՅԻ ԴԵՐԸ ՖԻԶԻԿԱՅՈՒՄ: ԱՇԽԱՐՀԻ ՖԻԶԻԿԱԿԱՆ ՊԱՏԿԵՐԸ

Ինչպես նշեցինք, ֆիզիկայի խնդիրն աշխարհի ճշգրիտ պատկերը հնարավորինս «վերակերտելն» է՝ օգտագործելով բոլոր հայտնի դիտողական ու փորձնական փաստերը և տեսական դիտարկումները: Բայց բնության ճշգրիտ պատկերի քանակական նկարագրությունն անհնար է առանց մաթեմատիկայի: Մաթեմատիկան տալիս է ոչ միայն ֆիզիկայի հավասարումների լուծման եղանակները, այլև ստեղծում է մեթոդներ, որոնք համապատասխանում են ֆիզիկայի խնդրի բնույթին: Օրինակ՝ ֆիզիկայի բոլոր այն բնագավառներում, որտեղ հանդիպում են վեկտորական ֆիզիկական մեծություններ (արագություն, ուժ և այլն), սովորաբար օգտագործվում է մաթեմատիկայի այն բաժինը, որն անվանում են վեկտորական հաշիվ:

Մաթեմատիկոսը, ստանալով տարբեր մեծություններ իրար կապող այս կամ այն հավասարումը, ֆունկցիան, չի հետաքրքրվում, թե ի վերջո դրանք ի՞նչ կիրառություններ կունենան ֆիզիկայում: Իսկ նույն հավասարումը հաճախ կարող է նկարագրել ֆիզիկական տարբեր երևույթներ, օբյեկտներ: Օրինակ՝ ինչպես կտեսնենք մեխանիկայի և էլեկտրադինամիկայի բաժիններում, իրարից միանգամայն տարբեր ֆիզիկական երևույթներ՝ տատանողական շարժումները և էլեկտրամագնիսական տատանումները, նկարագրվում են միևնույն մաթեմատիկական հավասարումներով և բանաձևերով: Հենց այս փաստն էլ այն կարևորագույն դերն է, որ ունի մաթեմատիկան բոլոր բնական գիտություններում, այդ թվում՝ ֆիզիկայում:

Մաթեմատիկան, սակայն, հնարավորություն է տալիս միայն ճշգրտորեն նկարագրելու աշխարհի, բնության, տիեզերքի այն պատկերը, որը համապատասխանում է տվյալ դարաշրջանի գիտական գիտելիքներին և մտածողությանը: Իսկ այդ գիտելիքներին և մակարդակին ֆիզիկան կարող էր հասնել անցնելով պատմական մի շարք փուլեր, որոնցից յուրաքանչյուրում ձևավորվել է բնության այս կամ այն մոդելը կամ, ինչպես ասում են, աշխարհի ֆիզիկական պատկերը:

Աշխարհի մեխանիկական պատկերը ծնունդ է առել Հին աշխարհում: XVII-XIX դարերում բնագիտության մեջ ձևավորվել է այն խորին համոզմունքը, որ բնության բոլոր երևույթները պետք է դիտարկել որպես մեխանիկական պրոցեսների դրսևորում: Այդ համոզմունքի «կերտմանը» մեծապես նպաստել են Նյուտոնյան մեխանիկայի հաջողությունները, իսկ Նյուտոնի հեղինակությունն այնքան մեծ էր, որ այդ համոզմունքն էլ դարձավ այդ ժամանակաշրջանին բնորոշ այսպես կոչված՝ աշխարհի մեխանիկական պատկերի ստեղծման հիմք:

Ինչպիսի՞ն էր աշխարհը՝ ըստ այդ պատկերի:

Բոլոր մարմինները՝ պինդ, հեղուկ և գազային, կազմված են ատոմներից և մոլեկուլներից, որոնց ջերմային շարժումը երբեք չի դադարում: Մարմինները փոխազդում են ինչպես անմիջական հպմամբ (օրինակ՝ առաձգականության, շփման ուժերով փոխազդեցություն), այնպես էլ՝ իրարից որոշ հեռավորությունից (օրինակ՝ գրավիտացիոն փոխազդեցություն): Ատոմներն ընկալվում են որպես նյութի անբաժանելի «աղյուսիկներ», որոնք, խմբավորվելով, ստեղծում են մոլեկուլներ և, վերջին հաշվով, բոլոր մարմինները: Ըստ աշխարհի մեխանիկական պատկերի՝ ամբողջ տիեզերքը, նյութի մասնիկների միջակա տարածությունը լցված են անկշիռ, անորոշ ֆիզիկական հատկություններով օժտված միջավայրով, որն անվանել են **եթեր**:

Այսպիսով, համաձայն աշխարհի մեխանիկական պատկերի, բնության բոլոր երևույթների փոխադարձ կապերն արտահայտող օրինաչափությունները կարելի է բացատրել Նյուտոնյան մեխանիկայի օրենքներով: Միկրոաշխարհն իր մասնիկների շարժումներով ու փոխազդեցությամբ նման է մակրոաշխարհին և դարձյալ նկարագրվում է նույն օրենքներով:

Աշխարհի մեխանիկական պատկերում, սակայն, բացակայում է զարգացումը. աշխարհն ամբողջությամբ միշտ այնպիսին է, ինչպիսին եղել է միշտ: XVIII-XIX դդ. ֆրանսիացի ֆիզիկոս և մաթեմատիկոս Պիեռ Սիմոն Լապլասի կարծիքով՝ կարելի է նկարագրել նույնիսկ ապագա աշխարհի ֆիզիկական վիճակը, եթե հայտնի է նրա վիճակը ներկայումս:

Աշխարհի էլեկտրամագնիսական պատկերը ծնունդ է առել XIX դարի երկրորդ կեսում: Նրա հիմքում ընկած են աշխարհի վերաբերյալ այն պատկերացումները, որոնց համաձայն՝ բնության բոլոր երևույթները կարելի է նկարագրել գրավիտացիոն և էլեկտրամագնիսական փոխազդեցությունների օգնությամբ: Էլեկտրական, մագնիսական, էլեկտրամագնիսական դաշտերն սկզբնապես դիտվել են որպես եթերի տարբեր «վիճակներ»: Ավելի ուշ՝ XX դարասկզբին, սակայն, եթերը կորցրել է իր «գոյություն ունենալու» անհրաժեշտությունը: Էլեկտրամագնիսական փոխազդեցության տարածման համար եթերն այլևս պետք չէր. այդ փոխազդեցությունն իրականացվում էր էլեկտրամագնիսական դաշտի միջոցով:

Համաձայն աշխարհի էլեկտրամագնիսական պատկերի՝ գոյություն ունի մատերիայի երկու տեսակ՝ **նյութ** և **դաշտ**, ընդ որում, նյութը չի կարող փոխակերպվել դաշտի, դաշտը չի կարող փոխակերպվել նյութի:

Գոյություն ունեն երկու տիպի դաշտեր՝ էլեկտրամագնիսական և գրավիտացիոն, որոնցով իրականացվում են էլեկտրամագնիսական և գրավիտացիոն փոխազդեցությունները: Էլեկտրամագնիսական փոխազդեցությունը բացատրում է ոչ միայն էլեկտրական և մագնիսական երևույթները, այլև ուրիշ երևույթներ՝ օպտիկական, ջերմային, քիմիական, նույնիսկ մի շարք մեխանիկական երևույթներ (շփում, առաձգականություն):

Աշխարհի էլեկտրամագնիսական պատկերում այն «աղյուսիկները», որոնցից կազմված է ամբողջ մատերիան, երեքն են՝ **էլեկտրոնը**, **պրոտոնը** և **ֆոտոնը**: Ֆոտոններն էլեկտրամագնիսական դաշտի «աղյուսիկները» կամ «հատիկներն» են:

XX դարի 20-ական թվականներին ֆրանսիացի ֆիզիկոս Լուի դը Բրոյլը «հաշտեցրել» է ալիքները և մասնիկները՝ առաջ քաշելով **ալիքամասնիկային երկվության** հայեցակարգը: Համաձայն այդ հայեցակարգի՝ էլեկտրամագնիսական դաշտը, բացի ալիքային հատկանիշներից, օժտված է նաև մասնիկներին բնորոշ հատկություններով: Հանգունորեն՝ բոլոր միկրոմասնիկներին բնորոշ են նաև ալիքային հատկանիշներ:

Էլեկտրոնները և պրոտոնները նյութի «աղյուսիկներն» են, որոնցից գոյանում են ատոմները: Ե՛վ էլեկտրոնը, և՛ պրոտոնը կայուն մասնիկներ են, և թվում էր, թե կայուն պետք է լինեին թե՛ ատոմները, թե՛ միջուկները:

Բայց XIX դարի վերջին հայտնաբերվել է մի երևույթ, որն առաջին հայացքից, կարծես, «մանրուք» էր, բայց որը հանգեցրել է աշխարհի էլեկտրամագնիսական պատկերի «փլուզման»: Այդ երևույթը **ճառագայթաակտիվությունն** էր:

Աշխարհի ժամանակակից ֆիզիկական պատկերը: Թեև աշխարհի էլեկտրամագնիսական պատկերը, մեխանիկականի համեմատությամբ, աշխարհի ճանաչողության ավելի բարձր աստիճան էր, այլ կերպ ասած՝ բնության ավելի շատ երևույթներ էր բացատրում, բայց, մեխանիկականի նման, օժտված էր մի շատ էական թերությամբ՝ այնտեղ բացակայում էր զարգացումը: Աշխարհն այսօր էլ ամբողջության մեջ այնպիսին է, ինչպիսին միշտ եղել է:

Աշխարհի ժամանակակից գիտական պատկերի ստեղծման առաջին քայլն արվել է XIX դարավերջին, երբ, ինչպես նշեցինք, հայտնագործվել է ճառագայթաակտիվության երևույթը: Հաջորդ քայլը 1900 թվականին կատարել է գերմանացի ֆիզիկոս Մաքս Պլանկը՝ ձևակերպելով հետևյալ վարկածը. նյութի ատոմները լույսն արձակում են և կլանում առանձին բաժիններով՝ **քվանտներով**: Ավելի ուշ՝ 1905 թվականին, Ալբերտ Այնշտայնը ենթադրել է, որ լույսը նաև տարածվում է առանձին քվանտներով, որոնք հետագայում անվանել են **ֆոտոններ**: 1913 թվականին դանիացի ֆիզիկոս Նիլս Բորն առաջարկել է ատոմի նոր մոդել. էլեկտրոնները միջուկի շուրջը շարժվում են որոշակի՝ կայուն կամ ստացիոնար ուղեծրերով և ֆոտոն արձակում կամ կլանում են միայն մի կայուն ուղեծրից մյուսն անցնելիս:

Միջուկային երևույթները բացատրելու համար ենթադրել են, որ գոյություն ունի ևս մեկ՝ երրորդ հիմնարար փոխազդեցությունը, որն անվանել են **միջուկային** կամ **ուժեղ** փոխազդեցություն:

1960-ական թվականներին գոյություն ունեցող երեք հիմնարար փոխազդեցություններին ավելացել է ևս մեկը՝ **թույլ** փոխազդեցությունը, որի միջոցով բացատրվել են մի շարք երևույթներ (օրինակ՝ β ճառագայթում և այլն), որոնք առաջ անբացատրելի էին:

Ի տարբերություն աշխարհի էլեկտրամագնիսական պատկերի՝ ժամանակակից պատկերում դաշտի և նյութի միջև անանցանելի սահման չկա: Դաշտը կարող է փոխակերպվել նյութի և հակառակը: Ինչպես արդեն գիտեք, ֆոտոնները կարող են փոխակերպվել էլեկտրոն-պոզիտրոն զույգի, իսկ այս զույգը, անիհիլացվելով, կարող է փոխակերպվել ֆոտոնների:

Պարզվում է, որ մեկը մյուսին փոխարկվելը բնորոշ է գրեթե բոլոր տարրական մասնիկներին: Այլ կերպ ասած՝ մասնիկների կայունությունն ավելի շուտ բացառություն է: Գրեթե բոլոր տարրական մասնիկներն անկայուն են:

Աշխարհի ժամանակակից պատկերը նախորդներից տարբերվում է ևս մեկ առանձնահատկությամբ: Եթե առաջ նյութը, դաշտը, վակուումը դիտարկվում էին իրարից առանձնացված, ապա ներկայումս այդ երեք օբյեկտներն էլ ունեն «հատիկային» բնույթ: Ե՛վ նյութը, և՛ դաշտը կազմված են տարրական մասնիկներից, իսկ մասնիկներն իրար հետ փոխազդում են, ինչպես նաև փոխակերպվում են մեկը մյուսին: Իսկ ինչ վերաբերում է վակուումին, ապա այն նույնպես «կազմված» է մասնիկներից, որոնք կոչվում են **վիրտուալ**: Վիրտուալ մասնիկները փոխազդում են ինչպես իրար, այնպես էլ սովորական մասնիկների հետ:

Այսպիսով՝ աշխարհի ժամանակակից պատկերում ջնջվում են նյութը, դաշտը և նույնիսկ վակուումն իրարից առանձնացնող սահմանները: Տարածությունը և ժամանակը հանդես են գալիս որպես միասնական տարածություն-ժամանակ, զանգվածը և էներգիան փոխկապված են, միևնույն օբյեկտը կարող է օժտված լինել և՛ մասնիկային, և՛ ալիքային հատկություններով, և, վերջապես, նյութը և դաշտը կարող են փոխակերպվել մեկը մյուսին: **Բնության ժամանակակից պատկերին բնորոշ է նրա տարբեր դրսևորումների միասնականությունը**:

Հարցեր և առաջադրանքներ

1. Ո՞րն է մաթեմատիկայի դերը ֆիզիկայում: **2.** Ինչպե՞ս է ներկայանում աշխարհը՝ ըստ մեխանիկական պատկերի: Ի՞նչ օրենքներով են նկարագրվում մակրոաշխարհը և միկրոաշխարհը: **3.** Ի՞նչ է աշխարհի էլեկտրամագնիսական պատկերը: Քանի՞ տիպի փոխազդեցություն գոյություն ունի այդ պատկերում, և ինչպե՞ս են դրանք տեղի ունենում: **4.** Ի՞նչ «աղյուսիկներից» է կազմված մատերիան՝ ըստ էլեկտրամագնիսական պատկերի: Մատերիան ի՞նչ տեսակների է բաժանվում: **5.** Ի՞նչ է ալիքամասնիկային երկվությունը: **6.** Ի՞նչն է ընդհանուրն աշխարհի էլեկտրամագնիսական և մեխանիկական պատկերներում: Ինչո՞վ են տարբերվում այդ երկու պատկերները: **7.** Ձևակերպե՛ք Պլանկի վարկածը: **8.** Ո՞րն է ատոմի մոդելը՝ ըստ Բորի: **9.** Որո՞նք են հիմնարար փոխազդեցությունները աշխարհի ժամանակակից պատկերում: **10.** Նշե՛ք դաշտի և նյութի փոխադարձ փոխակերպման մեկ օրինակ: **11.** Ի՞նչ կառուցվածք ունեն նյութը, դաշտը և վակուումը՝ համաձայն աշխարհի ժամանակակից պատկերի: **12.** Ո՞րն է աշխարհի ժամանակակից պատկերում բնության տարբեր դրսևորումների միասնականությունը:

Հետաքրքիր է իմանալ

Այնշտայնի կանխատեսումը

Ֆիզիկայում մաթեմատիկայի օգտագործման հրաշալի օրինակ է Առաջին աշխարհամարտի տարիներին Ալբերտ Այնշտայնի կատարած անսպասելի և կարևորագույն մի հայտնագործություն, որը ցնցել է աշխարհի բոլոր աստղագետներին, ֆիզիկոսներին և մաթեմատիկոսներին: Ելնելով իր իսկ ստեղծած հարաբերականության ընդհանուր տեսության դրույթներից՝ Այնշտայնը մաթեմատիկական ճշգրիտ հաշվարկներով պարզել է, որ լույսի ճառագայթն ուժեղ գրավիտացիոն դաշտերում պետք է շեղվի իր տարածման սկզբնական ուղղությունից և, անցնելով աստղերի (օրինակ՝ Արեգակի) մոտով, պետք է «ծզվի» վերջիններից:

Այս վարկածն ստուգելու նպատակով անգլիական աստղագիտական ընկերությունը կազմակերպել է գիտական արշավախումբ: Իսկ վարկածը կարելի էր ստուգել միայն Արեգակի լրիվ խավարման ժամանակ, որը սպասվում էր 1919 թվականին, Հարավային Աֆրիկայի անապատներում: Չէ՞ որ միայն այդ դեպքում կարելի էր տեսնել այն աստղը, որից եկող լույսի ճառագայթը շեղվում է՝ անցնելով Արեգակի մոտով: Եվ այդ փորձնական ստուգումը հաստատել է Այնշտայնի վարկածը: Մեծ գիտնականի հայտնագործությունն ավելորդ անգամ վկայել է, որ մաթեմատիկան կարող է օգտագործվել որպես մարդկային մտքի ստեղծագործական հզորությունն ապացուցող հրաշալի միջոց:

ԿԻՆԵՄԱՏԻԿԱՅԻ ՀԻՄՈՒՆՔՆԵՐԸ

ԳԼՈՒԽ II

ԸՆԴՀԱՆՈՒՐ ՏԵՂԵԿՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ ՇԱՐԺՄԱՆ ՄԱՍԻՆ

§ 5. ՄԵԽԱՆԻԿԱԿԱՆ ՇԱՐԺՈՒՄ: ՄԵԽԱՆԻԿԱՅԻ ՀԻՄՆԱԿԱՆ ԽՆԴԻՐԸ

Շարժումը մատերիայի հիմնական հատկություններից է: Լայն իմաստով «շարժում» ասելով ընդհանրապես հասկանում են մատերիայի ամեն մի փոփոխություն: Բնական գիտությունների ուսումնասիրության առարկան մատերիայի շարժման տարբեր ձևերն են: Ֆիզիկան, օրինակ, ուսումնասիրում է մատերիայի շարժման մի քանի՝ առավել ընդհանուր ձևերը և անցումները մի ձևից մյուսին: Ֆիզիկայի յուրաքանչյուր բաժին ուսումնասիրում է մատերիայի շարժման որոշակի ձև՝ մեխանիկական, մոլեկուլային, էլեկտրամագնիսական, միջուկային և այլն:

Մատերիայի շարժման ձևերից պարզագույնը **մեխանիկական շարժումն է**: Ինչպես բնության յուրաքանչյուր երևույթի, այնպես էլ մեխանիկական շարժման օրենքների ուսումնասիրման հիմքում դիտումներն են, փորձը, մարդու պրակտիկ գործունեությունը: Դիտելով մեր շրջապատը՝ կարող ենք տեսնել, օրինակ, որ մարդիկ **քայլում են** փողոցներով, ավտոմեքենաները **սլանում են** մայրուղիներով, ամպերը **լողում են** երկնքում, ինքնաթիռը **թռչում է**, ջուրը **թափվում է**, խնձորն **ընկնում է**, բիլիարդի գնդիկը **գլորվում է** սեղանի վրայով, զսպանակից ամրացված բեռը **տատանվում է** և այլն: Նշված և էլի շատ բառերի փոխարեն հաճախ օգտագործում են միևնույն բառն ու պարզապես ասում, որ այդ մարմինները **շարժվում են**: Իսկ ի՞նչն է ընդհանուրն այդ մարմինների վարքագծում, որ մեզ նման եզրահանգում անելու հնարավորություն է տալիս: Ընդհանուրն այն է, որ փոխվում է մի մարմնի դիրքը այլ մարմինների նկատմամբ: Մարդը, ավտոմեքենան, ամպը, ինքնաթիռը, խնձորը փոխում են իրենց դիրքը Երկրի նկատմամբ: Բիլիարդի գնդիկը փոխում է իր դիրքը սեղանի նկատմամբ, զսպանակից ամրացված բեռը՝ կախման կետի նկատմամբ և այլն: Այս օրինակներից հետևում է մի շատ կարևոր պնդում. **մարմինները կարող են ժամանակի ընթացքում փոխել իրենց դիրքերն այլ մարմինների նկատմամբ**:

Դիտարկենք այլ օրինակներ: Զինվորը քայլում է տեղում: Այս դեպքում փոփոխվում են զինվորի ձեռքերի և ոտքերի դիրքերը նրա իրանի նկատմամբ: Աշակերտն օդամղիչ պոմպով փչում է հեծանվի անվադողը: Պոմպի իրանի նկատմամբ անընդհատ փոխվում է բռնակի դիրքը: Հրշեջ ավտոմեքենան բարձրացնում է շարժասանդուղքը: Միմյանց նկատմամբ դիրքերը փոխում են շարժասանդուղքի առանձին մասերը: Այս օրինակներից հետևում է երկրորդ կարևոր պնդումը՝ **միմյանց նկատմամբ դիրքերը կարող են փոխել նաև մարմնի մասերը**:

Փորձերից ու դիտումներից ստացված հենց այս երկու արդյունքներն էլ ընկած են մեխանիկական շարժման սահմանման հիմքում: **Մեխանիկական շարժում կոչվում է ժամանակի ընթացքում տարածության մեջ մարմնի դիրքի փոփոխությունն այլ մարմինների կամ մարմնի մասերի դիրքերի փոփոխությունը միմյանց նկատմամբ:**

Ֆիզիկայի այն բաժինը, որն ուսումնասիրում է մարմինների մեխանիկական շարժումը, կոչվում է **մեխանիկա**: Մեխանիկայի հիմնական խնդիրը **մարմնի դիրքը տարածության մեջ ժամանակի կամայական պահին որոշելն է**:

Առաջին հայացքից թվում է՝ խնդիրը միանգամայն հասկանալի է և կարելի է անմիջապես անցնել դրա լուծմանը, սակայն այդպես չէ. անհրաժեշտ է պարզաբանել խնդրի ձևակերպման մեջ մտնող հասկացությունները: Օրինակ՝ ինչպիսի՞ մարմինների շարժումն է ուսումնասիրում մեխանիկան, ինչպե՞ս է տրվում մարմնի դիրքը տարածության մեջ, ինչպե՞ս է նշվում ժամանակի պահը և, վերջապես, որ ամենակարևորն է, ի՞նչ է նշանակում լուծել մեխանիկայի հիմնական խնդիրը, այսինքն՝ ի՞նչ ենք ուզում ստանալ խնդրի լուծման արդյունքում: Այս բոլոր հարցերի պատասխանները կստանանք հաջորդ պարագրաֆներում:

?

Հարցեր և առաջադրանքներ

1. Բերե՛ք օրինակ, երբ երկու մարմին իրար նկատմամբ փոխում են իրենց դիրքերը: **2.** Բերե՛ք օրինակ, երբ մարմնի մասերն են իրար նկատմամբ փոխում իրենց դիրքերը: **3.** Ի՞նչն են անվանում մեխանիկական շարժում: **4.** Ձևակերպե՛ք մեխանիկայի հիմնական խնդիրը: **5.** Ի՞նչ անհասկանալի արտահայտություններ կան մեխանիկայի հիմնական խնդրի ձևակերպման մեջ:

§ 6. ՀԱՇՎԱՐԿՄԱՆ ՄԱՐՄԻՆ: ՀԱՇՎԱՐԿՄԱՆ ՀԱՄԱԿԱՐԳ: ՄԱՐՄՆԻ ԴԻՐՔԸ ՏԱՐԱԾՈՒԹՅԱՆ ՄԵՋ

Մեխանիկական շարժման սահմանումից հետևում է, որ այն ուսումնասիրելու համար ենթադրում է առնվազն երկու մարմնի առկայություն: Դրանցից մեկը պայմանականորեն ընդունվում է անշարժ, իսկ մյուս մարմնի դիրքը որոշվում է հենց այդ մարմնի նկատմամբ, որն ընդունված է անվանել **հաշվարկման մարմին**. **հաշվարկման մարմին կոչվում է այն մարմինը, որի նկատմամբ դիտարկում են այլ մարմինների դիրքերը:**

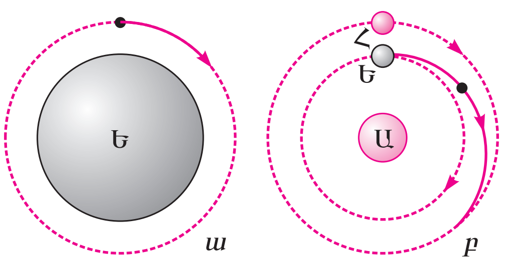
Եթե մարմնի դիրքը փոխվում է հաշվարկման մարմնի նկատմամբ, ապա ասում են, որ այն **շարժվում է**:

Հաշվարկման ու շարժվող մարմինները համարժեք են. նրանցից յուրաքանչյուրը, նպատակահարմարությունից ելնելով, կարող է դիտարկվել թե՛ որպես հաշվարկման և թե՛ որպես շարժվող մարմին: Օրինակ՝ եթե ճամփեզրին կանգնած մարդն ասում է, որ ավտոմեքենան սլանում է մայրուղով, ապա նա որպես հաշվարկման մարմին ընդունում է Երկիրը, որի նկատմամբ ինքն անշարժ է: Իսկ երբ նա նստած է մայրուղով սլացող ավտոմեքենայում և ասում է, որ ճամփեզրի սյուները մեծ արագությամբ անցնում են պատուհանի մոտով, ապա նա կրկին իրավացի է: Պարզապես այս դեպքում նա որպես հաշվարկման մարմին ընդունում է ավտոմեքենան, որի նկատմամբ ինքն անշարժ է, իսկ որպես շարժվող մարմին՝ Երկիրը:

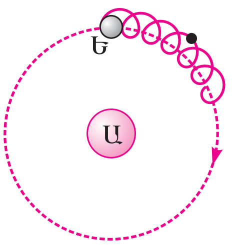
Այսպիսով՝ հաշվարկման մարմնի ընտրությունը կամայական է: Հաշվարկման մարմին կարող է լինել յուրաքանչյուր մարմին՝ ավտոմեքենան, որով ճանապարհորդում եք, Երկիրը, որի վրա կանգնած եք, Արեգակը, աստղերը և այլն, ընդ որում, հաշվարկման մարմինն ընտրվում է այնպես, որ շարժումն առավել պարզ տեսք ունենա: Օրինակ՝ մարդկանց, ավտոմեքենաների, ինքնաթիռների շարժումը հարմար է դիտարկել Երկրի նկատմամբ՝ այն համարելով անշարժ: Իսկ Երկրի և մյուս մոլորակների շարժումը հարմար է դիտարկել Արեգակի նկատմամբ: Երկրամերձ ուղեծրով տիեզերանավի շարժումը հարմար է դիտարկել Երկրի նկատմամբ (նկ. 1, ա), իսկ նրա թռիչքը դեպի այլ մոլորակ՝ Արեգակի նկատմամբ (նկ. 1, բ):

Մարմնի դիրքը տարածության մեջ և այդ դիրքի փոփոխությունը ժամանակի ընթացքում նկարագրելու համար անհրաժեշտ են ժամանակատվածներ և հեռավորություններ չափող գործիքներ և սարքեր: Հաշվարկման մարմնից և նրա հետ կապված հեռավորություններ ու ժամանակ չափող գործիքներից կազմված համակարգը մեխանիկայում անվանում են **հաշվարկման համակարգ**:

Կամայական մեխանիկական շարժում դիտարկվում է հաշվարկման որևէ համակարգում: Միևնույն շարժումը կարելի է դիտարկել տարբեր հաշվարկման համակարգերում, ընդ որում, դրանց շարժումը տեղի է ունենում տարբեր ձևերով: Օրինակ՝ 1, ա նկարում տիեզերանավը Երկրի հետ կապված հաշվարկման համակարգում շարժվում է շրջանաձև ուղեծրով, իսկ Արեգակի հետ կապված հաշվարկման համակարգում՝ Երկրի ուղեծրին «փաթաթված» պարույրագծով (նկ. 2):



Նկ. 1. *ա. Տիեզերանավը երկրամերձ ուղեծրում, բ. տիեզերանավի թռիչքը դեպի Հրատ*



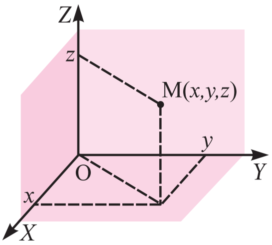
Նկ. 2. *Տիեզերանավի շարժումն Արեգակի նկատմամբ*

Այն փաստը, որ շարժվող մարմնի վարքագիծը կախված է հաշվարկման համակարգի ընտրությունից, նշանակում է, որ **մեխանիկական շարժումը հարաբերական է**: Հետևաբար՝ շարժման վերաբերյալ որևէ խնդիր լուծելիս առաջին հերթին պետք է նշել այն համակարգը, որտեղ նկարագրվում է մարմնի շարժումը: Նկարագրել շարժումը՝ նշանակում է գտնել մեծություններ, որոնք հնարավորություն են տալիս պատասխանելու շարժման առանձնահատկությունների ու արդյունքի վերաբերյալ հարցերին: Մեխանիկայի այն բաժինը, որն ուսումնասիրում է մեխանիկական շարժման քանակական նկարագրության ձևերն ու եղանակները՝ առանց քննարկելու դրանք առաջացնող պատճառները, կոչվում է **կինեմատիկա**:

Մարմնի դիրքը որոշելը բարդ խնդիր է, քանի որ մարմնի տարբեր մասեր տարածության մեջ տարբեր դիրքեր են գրավում: Սակայն, կախված խնդրի պայմաններից, շատ դեպքերում կամ մարմինը կարելի է դիտարկել որպես կետ, կամ բավական է որոշել մարմնի որևէ կետի դիրքը, և մյուս կետերի դիրքերը կորոշվեն միարժեքորեն: Ուստի՝ սկզբում կդիտարկենք ավելի պարզ՝ տարածության մեջ կետի դիրքը որոշելու խնդիրը: Ի վերջո, եթե կարողանում ենք որոշել կետի դիրքը, ապա մարմնի դիրքը կարելի է որոշել՝ տալով նրա բոլոր կետերի դիրքերը:

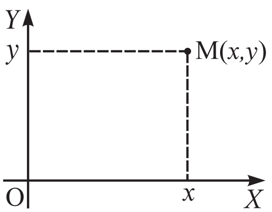
Հաշվարկման մարմինն ընտրելուց հետո նրա հետ կապում են կոորդինատային համակարգ և կետի դիրքը տարածության մեջ ներկայացնում են թվերի (կոորդինատների) միջոցով:

Հաճախ օգտագործում են կոորդինատային եղանակը, երբ մարմնի դիրքը տարածության մեջ որոշելու համար հաշվարկման մարմնի հետ կապում են **ուղղանկյուն դեկարտյան կոորդինատային համակարգ**: Մարմնի դիրքի որոշումն այս համակարգում կատարվում է մոտավորապես այնպես, ինչպես որոշվում է առարկաների դիրքը սենյակում:



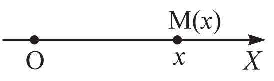
Նկ. 3. *Կետի կոորդինատները ուղղանկյուն դեկարտյան կոորդինատային համակարգում*

Հաշվարկման մարմնի որևէ կետ համարում են հաշվարկման սկզբնակետ և այդ կետով տանում կոորդինատների երեք փոխուղղահայաց առանցքներ՝ OX, OY և OZ: Մարմնի յուրաքանչյուր կետի դիրքը որոշվում է նրա x, y և z կոորդինատներով (նկ. 3): M կետի z կոորդինատը նրա հեռավորությունն է XY հարթությունից, ընդ որում, կոորդինատը դրական է, եթե M կետն OZ առանցքի դրական կողմում է, և բացասական՝ հակառակ դեպքում: Նման ձևով x և y կոորդինատները M կետի հեռավորություններն են, համապատասխանաբար, YZ և XZ հարթություններից: Այսպիսով՝ կետի դիրքը տարածության մեջ որոշում են երեք կոորդինատով:



Նկ. 4. *Կետի կոորդինատները հարթության վրա*

Եթե մարմինը շարժվում է մի հարթության մեջ (օրինակ՝ նավակը՝ լճում), ապա բավական է ընտրել երկու կոորդինատային առանցք (նկ. 4): Այս դեպքում մարմնի դիրքը որոշում են երկու կոորդինատով. x կոորդինատը նրա հեռավորությունն է Y առանցքից, իսկ y կոորդինատը՝ հեռավորությունը X առանցքից՝ վերցրած համապատասխան նշանով:



Նկ. 5. *Կետի կոորդինատը ուղղի վրա*

Եթե մարմինը շարժվում է ուղիղ գծի երկայնքով, ապա կոորդինատային առանցքներից մեկն ուղղելով այդ ուղղով՝ մարմնի դիրքը կամայական պահի կարելի է որոշել մեկ կոորդինատով (նկ. 5):

Հարցեր և առաջադրանքներ

1. Ի՞նչն են անվանում հաշվարկման մարմին: **2.** Ինչի՞ց է կազմված հաշվարկման համակարգը: **3.** Բերե՛ք օրինակ, որտեղ շարժվող մարմնի վարքագիծը տարբեր հաշվարկման համակարգերում տարբեր է: **4.** Ի՞նչ է նշանակում մեխանիկական շարժման հարաբերականությունը: **5.** Ինչո՞վ է պայմանավորված տարածական մարմնի դիրքի որոշման դժվարությունը: **7.** Ինչպե՞ս են սպանում ուղղանկյուն դեկարտյան կոորդինատական համակարգը: **8.** Ի՞նչ են ցույց տալիս մարմնի x, y և z կոորդինատները: **9.** Ո՞ր դեպքում մարմնի դիրքը կարելի է որոշել՝ ա) երկու կոորդինատով, բ) մեկ կոորդինատով:

§7. ԳՈՐԾՈՂՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ ՎԵԿՏՈՐՆԵՐՈՎ

Ֆիզիկայում օգտագործվում են տարբեր բնույթի մեծություններ:

Սկալյար մեծություններ կամ **սկալյարներ** կոչվում են այն ֆիզիկական մեծությունները, որոնք բնութագրվում են միայն թվային արժեքով՝ արտահայտված համապատասխան միավորով: Այդպիսի մեծությունների օրինակներ են ծավալը, ջերմաստիճանը, ժամանակը, երկարությունը, զանգվածը, էներգիան և այլն: Սկալյարներով գործողությունները մաթեմատիկայի դասընթացից հայտնի հանրահաշվական գործողություններն են՝ գումարումը, հանումը, բազմապատկումը, բաժանումը, աստիճան բարձրացնելը, արմատ հանելը, լոգարիթմելը և այլն:

Այն ֆիզիկական մեծությունները, որոնք բնութագրվում են ոչ միայն թվային արժեքով, այլև ուղղությամբ, կոչվում են **վեկտորական մեծություններ** կամ **վեկտորներ**: Վեկտորը պատկերում են հատվածի տեսքով, որի ծայրակետերից մեկը համարվում է սկզբնակետ (կամ սկիզբ), իսկ մյուսը, որը նշվում է սլաքով՝ վերջնակետ (կամ վերջ): Հատվածի երկարությունն ընտրված մասշտաբով արտահայտում է վեկտորի մոդուլը, որը նույնպես սկալյար է: Վեկտորները նշանակում են տառերով, որոնց վերևում սլաք է դրվում: Օրինակ՝ արագության վեկտորը նշանակվում է $\vec{v}$ տառով: Նույն տառով և առանց սլաքի նշանակում են վեկտորի մոդուլը՝ $|\vec{v}| = v$:

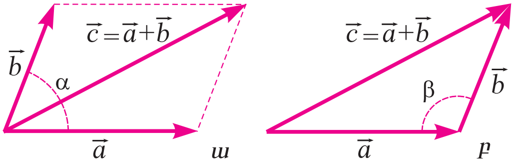
Հավասար կոչվում են համուղղված և մոդուլով հավասար վեկտորները:

Վեկտորական հանրահաշվում դիտարկվում են տարբեր գործողություններ վեկտորներով: Համառոտակի ծանոթանանք վեկտորական հանրահաշվի մի քանի գործողություն, որոնք կօգտագործենք հետագայում:

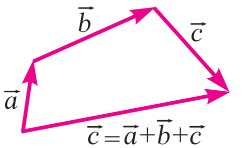
Վեկտորների գումարումը: ***$\vec{a}$ և $\vec{b}$ վեկտորների վեկտորական (կամ երկրաչափական) գումար կոչվում է այն $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$ վեկտորը, որը $\vec{a}$ և $\vec{b}$ գումարելի վեկտորներով կառուցված զուգահեռագծի անկյունագիծն է, որ ելնում է նրանց ընդհանուր սկզբնակետից*** (նկ. 6,ա): Գումար վեկտորը գտնելու այս եղանակը հայտնի է «**զուգահեռագծի կանոն**» անունով:

$\vec{a}$ և $\vec{b}$ վեկտորները զուգահեռագծի կանոնով գումարելու համար պետք է դրանք զուգահեռ տեղափոխել մեկ կետ, համընկեցնելով վեկտորների սկզբնակետերը, այնուհետև այդ վեկտորների վրա կառուցել զուգահեռագիծ և վերցնել գումարվող վեկտորների հետ նույն սկզբնակետն ունեցող անկյունագիծը:

Վեկտորները կարելի է գումարել նաև **եռանկյան կանոնով**: Եթե $\vec{a}$ և $\vec{b}$ վեկտորները զուգահեռ տեղափոխենք այնպես, որ $\vec{b}$ վեկտորի սկզբնակետը համընկնի $\vec{a}$ վեկտորի վերջնակետին, ապա $\vec{a}$ վեկտորի սկզբնակետը $\vec{b}$ վեկտորի վերջնակետին միացնող վեկտորը (նկ.6,բ) կլինի $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$ վեկտորական գումարը:



Նկ. 6. *Երկու վեկտորների գումարը*



Նկ. 7. *Մի քանի վեկտորների գումարը*

Նույն կերպ կարող ենք վարվել երկուսից ավելի վեկտորներ գումարելիս: Դրա համար անհրաժեշտ է գումարելի վեկտորները զուգահեռ տեղափոխել այնպես, որ հաջորդ վեկտորի սկզբնակետը համընկնի նախորդ վեկտորի վերջնակետին: Ստացված բեկյալը փակող վեկտորը, որն առաջին գումարելի վեկտորի սկզբնակետը միացնում է վերջին գումարելի վեկտորի վերջնակետին, կլինի տրված վեկտորների գումարը (նկ. 7):

Երկու վեկտորների գումարի մոդուլը որոշում են կոսինուսների թեորեմից.

$$c = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab\cos\alpha}, \qquad (2.1)$$

որտեղ α-ն $\vec{a}$ և $\vec{b}$ վեկտորներով կազմված անկյունն է: (2.1) բանաձևից հետևում է, որ վեկտորի երկարությունը կախված է $\vec{a}$ և $\vec{b}$ վեկտորների մոդուլներից, այդ վեկտորների կազմած α անկյան արժեքից: $\vec{a}$ և $\vec{b}$ վեկտորների գումարն ունի առավելագույն մոդուլ, երբ $\alpha = 0^\circ$ ($\vec{a}$ և $\vec{b}$ վեկտորները համուղղված են)՝

$$c = a + b, \qquad (2.2)$$

և նվազագույնն է, երբ $\alpha = 180^\circ$ ($\vec{a}$ և $\vec{b}$ վեկտորները հակուղղված են)՝

$$c = |a - b|: \qquad (2.3)$$

Երբ $\vec{a}$ և $\vec{b}$ վեկտորների կազմած անկյունը փոփոխվում է $0^\circ \# \alpha \# 180^\circ$ տիրույթում, գումար վեկտորի մոդուլը փոփոխվում է

$$|a - b| \# c \# a + b \qquad (2.4)$$

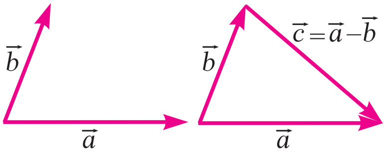
տիրույթում: Մասնավորապես, երբ $|\vec{a}| = |\vec{b}| = a$, $0 \# c \# 2a$:

Վեկտորի բազմապատկումը սկալյարով: $\vec{a}$ վեկտորի և p սկալյարի արտադրյալն այն $\vec{c}$ վեկտորն է, որի մոդուլը հավասար է արտադրիչների մոդուլների արտադրյալին, իսկ ուղղությունը համընկնում է վեկտորի ուղղությանը, եթե p-ն դրական է, և վեկտորի հակադիր ուղղությանը, եթե p-ն բացասական է.

$$\vec{c} = p\vec{a}, \text{ որտեղ } c = |p|a: \qquad (2.5)$$

Եթե $p = -1$, ապա $\vec{c}$ վեկտորը մոդուլով հավասար է $\vec{a}$ վեկտորին և նրան հակադիր է: $\vec{a}$ և $-\vec{a}$ **վեկտորները կոչվում են հակադիր**:

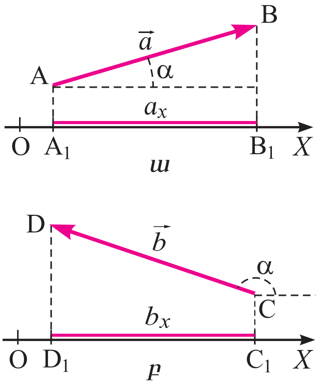
Վեկտորների հանումը: $\vec{a}$ և $\vec{b}$ վեկտորների տարբերությունը որոշելու համար $\vec{a}$ վեկտորին գումարում են $\vec{b}$ վեկտորի հակադիր վեկտորը՝ $\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$:



Նկ. 8. *Երկու վեկտորների տարբերությունը*

Երկու վեկտորների տարբերությունը գտնելու համար անհրաժեշտ է վեկտորները զուգահեռ տեղափոխել այնպես, որ երկուսն էլ սկսվեն նույն կետից: Հետո վեկտորների ծայրերը պետք է միացնել մեկ այլ վեկտորով, որն ուղղված լինի հանելիից դեպի նվազելին (նկ. 8):

Վեկտորների պրոյեկցիաները կոորդինատային առանցքների վրա: 9-րդ նկարում պատկերված են X կոորդինատային առանցքը և այդ առանցքի հետ նույն հարթության մեջ ընկած $\vec{a}$ վեկտորը: $\vec{a}$ վեկտորի A սկզբնակետից և B վերջնակետից X առանցքին իջեցնենք AA_1 և BB_1 ուղղահայացները: A_1 և B_1 կետերն A և B կետերի պրոյեկցիաներն են X առանցքի վրա: Առանցքի վրա վեկտորի սկզբնակետի և վերջնակետի պրոյեկցիաների կոորդինատները նշանակենք, համապատասխանաբար, x_A և x_B: $\vec{a}$ ***վեկտորի պրոյեկցիա X առանցքի վրա անվանում են $x_B - x_A$ տարբերությունը***: Վեկտորի պրոյեկցիան առանցքի վրա նշանակում են նույն տառով, ինչ որ վեկտորի մոդուլը՝ ներքևում առանցքի պայմանանշանով, օրինակ՝ a_x:

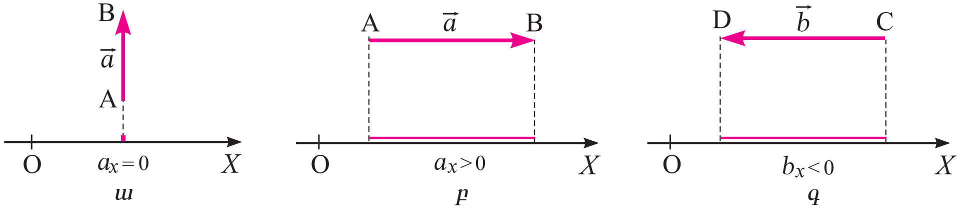


Նկ. 9. *Վեկտորի պրոյեկցիան X առանցքի վրա*

Ինչպես երևում է 9-րդ նկարից, վեկտորի պրոյեկցիան կարելի է արտահայտել վեկտորի մոդուլի և վեկտորի՝ առանցքի հետ կազմած α անկյան միջոցով՝

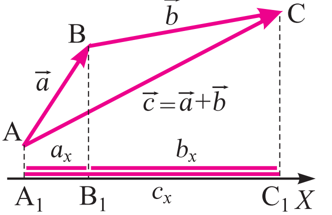
$$a_x = a\cos\alpha: \qquad (2.6)$$

Եթե α անկյունը սուր է, վեկտորի պրոյեկցիան դրական է (նկ. 9, ա), եթե բութ է՝ բացասական (նկ. 9, բ): Եթե վեկտորն ուղղահայաց է առանցքին, ապա նրա պրոյեկցիան զրո է (նկ. 10, ա): Երբ վեկտորը համուղղված է առանցքին (նկ. 10, բ), նրա պրոյեկցիան հավասար է վեկտորի մոդուլին, եթե հակուղղված է (նկ. 10, գ), ապա նրա պրոյեկցիան հավասար է մոդուլին՝ հակառակ նշանով:



Նկ. 10. *Վեկտորի պրոյեկցիաների՝ հաճախ հանդիպող դեպքեր*

Վեկտորների գումարի և տարբերության պրոյեկցիան: 11-րդ նկարում պատկերված են $\vec{a}$ և $\vec{b}$ վեկտորները և նրանց գումարը՝ $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$: Պատկերված են նաև այդ երեք վեկտորների պրոյեկցիաները X առանցքի վրա: Սահմանումից հետևում է, որ



Նկ. 11. *Վեկտորների գումարի պրոյեկցիան*

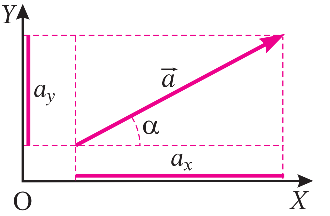
$$a_x = x_B - x_A, \quad b_x = x_C - x_B,$$

$$c_x = x_C - x_A = (x_C - x_B) + (x_B - x_A) = a_x + b_x,$$

այսինքն՝ **երկու վեկտորների գումարի պրոյեկցիան հավասար է այդ վեկտորների պրոյեկցիաների գումարին**:

$\vec{a}$ վեկտորի մոդուլը և ուղղությունը միարժեքորեն արտահայտվում են նրա պրոյեկցիաների միջոցով: Մասնավորապես, հարթության մեջ ընկած վեկտորի մոդուլը և նրա՝ X առանցքի հետ կազմած α անկյունը (նկ. 12) որոշվում են հետևյալ բանաձևերով՝

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}, \quad \mathrm{tg}\alpha = \frac{a_y}{a_x}: \qquad (2.7)$$



Նկ. 12. *Վեկտորի մեծությունը և ուղղությունը՝ արտահայտված նրա պրոյեկցիաներով*

Երկու վեկտորների սկալյար արտադրյալ: Երկու վեկտորների սկալյար արտադրյալը հավասար է այդ վեկտորների մոդուլների արտադրյալին՝ բազմապատկած նրանցով կազմված անկյան կոսինուսով.

$$\vec{a}\cdot\vec{b} = \vec{b}\cdot\vec{a} = ab\cos\alpha: \tag{2.8}$$

Սահմանումից հետևում է, որ սկալյար արտադրյալը հանրահաշվական մեծություն է: Նրա նշանը կախված է արտադրիչ վեկտորներով կազմված անկյունից: Եթե անկյունը սուր է, սկալյար արտադրյալը դրական է, եթե բութ է՝ բացասական: Փոխուղղահայաց վեկտորների սկալյար արտադրյալը զրո է:

Սկալյար արտադրյալը կարելի է արտահայտել արտադրիչ վեկտորների պրոյեկցիաների միջոցով.

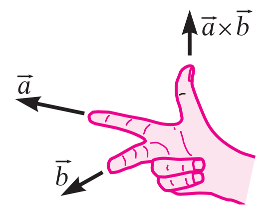
$$ab\cos\alpha = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z \tag{2.9}$$

Խորացված

Երկու վեկտորների վեկտորական արտադրյալ: $\vec{a}$ և $\vec{b}$ վեկտորների վեկտորական արտադրյալ կոչվում է այն $\vec{c}$ վեկտորը, որը բավարարում է հետևյալ պայմանները:

1. $\vec{c}$ վեկտորի մոդուլը հավասար է $\vec{a}$ և $\vec{b}$ վեկտորների մոդուլների արտադրյալին՝ բազմապատկած նրանցով կազմված α անկյան սինուսով.

$$c = ab\sin\alpha,$$



Նկ.13. *Աջ ձեռքի կանոնը*

2. $\vec{c}$ վեկտորն ուղղահայաց է $\vec{a}$ և $\vec{b}$ վեկտորներից յուրաքանչյուրին, հետևաբար՝ նաև նրանցով կազմված հարթությանը:

3. $\vec{c}$ վեկտորի ուղղությունը որոշվում է աջ ձեռքի կանոնով. **եթե աջ ձեռքը պահենք այնպես, որ ցուցամատը ուղղված լինի $\vec{a}$ վեկտորի, իսկ ափին ուղղահայաց ծալված միջնամատը՝ $\vec{b}$ վեկտորի ուղղությամբ, ապա 90°-ով բացված բութ մատը ցույց կտա վեկտորի ուղղությունը** (նկ.13):

Վեկտորական արտադրյալը նշանակվում է այսպես.

$$\vec{c} = \vec{a}\times\vec{b} \quad \text{կամ} \quad \vec{c} = [\vec{a},\vec{b}]:$$

Սահմանումից հետևում է, որ վեկտորական արտադրյալի մոդուլը կախված է արտադրիչ վեկտորներով կազմված անկյունից: Եթե վեկտորները ուղղված են մի ուղղով (համուղղված կամ հակուղղված են), ապա վեկտորական արտադրյալը զրո է, իսկ արտադրյալի մոդուլն առավելագույնն է, եթե վեկտորները փոխուղղահայաց են:

Ի տարբերություն սկալյար արտադրյալի՝ արտադրիչների տեղերը փոխելիս վեկտորական արտադրալը փոխում է իր նշանը՝

$$\vec{a}\times\vec{b} = -\vec{b}\times\vec{a}: \tag{2.10}$$

Վեկտորական արտադրյալի պրոյեկցիաները որոշվում են հետևյալ բանաձևերով.

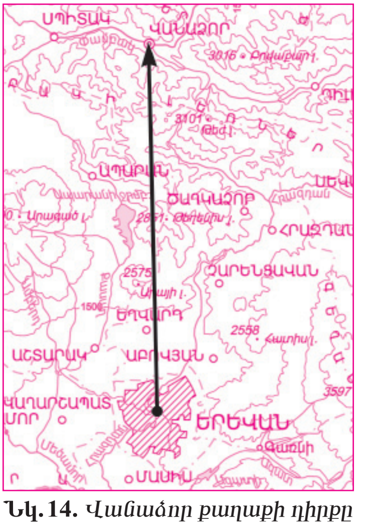
$$c_x = a_y b_z - a_z b_y,\quad c_y = a_z b_x - a_x b_z,\quad c_z = a_x b_y - a_y b_x: \tag{2.11}$$

Հարցեր և առաջադրանքներ

1. Ո՞ր մեծություններն են անվանում սկալյար: **2.** Ի՞նչն են անվանում երկու վեկտորների երկրաչափական գումար: **3.** Ինչպե՞ս է որոշվում համուղղված վեկտորների գումարի մոդուլը: **4.** Ինչպե՞ս է որոշվում հակուղղված վեկտորների գումարի մոդուլը: **5.** Վեկտորի պրոյեկցիան արտահայտ՛ք նրա ծայրակետերի կոորդինատներով: **6.** Վեկտորի պրոյեկցիան արտահայտեք նրա մոդուլի և վեկտորի՝ առանցքի հետ կազմած անկյան միջոցով: **7.** Ինչպե՞ս է որոշվում երկու վեկտորների՝ ա) գումարի պրոյեկցիան, բ) տարբերության պրոյեկցիան: **8.** Սահմանեք երկու վեկտորների սկալյար արտադրյալը: **9.** Ինչպիսի՞ մեծություն է սկալյար արտադրյալը: **10.** Սահմանե՛ք երկու վեկտորների վեկտորական արտադրյալը: **11.** Ինչպիսի՞ մեծություն է վեկտորական արտադրյալը: **12.** Ի՞նչ հատկությամբ է օժտված երկու վեկտորների՝ ա) սկալյար արտադրյալը, բ) վեկտորական արտադրյալը: **13.** Երկու վեկտորների վեկտորական արտադրյալն արտահայտեք այդ վեկտորների պրոյեկցիաներով:

§ 8. ՇԱՌԱՎԻՂ-ՎԵԿՏՈՐ: ՀԵՏԱԳԻԾ: ՃԱՆԱՊԱՐՀ

Ուղղանկյուն դեկարտյան կոորդինատային համակարգը լայնորեն կիրառվում է շնորհիվ իր պարզության: Սակայն պրակտիկ շատ խնդիրներում դժվար, երբեմն էլ անհնար է որոշել մարմնի դեկարտյան կոորդինատները: Պատկերացրեք, թե ինչ դժվարություններ կունենաք, եթե, լինելով Երևանում, փորձեք, օրինակ, Վանաձոր քաղաքի դիրքը նկարագրել օգտվելով այդ համակարգից: Ինչպե՞ս ընտրեք կոորդինատային հարթությունները, ինչպե՞ս որոշեք Վանաձորի հեռավորությունները այդ կոորդինատային հարթություններից, եթե դրանց միջև կան լեռներ, ձորեր ու անտառներ: Բայց բավական է վերցնեք Հայաստանի քարտեզը (նկ. 14), և հեշտությամբ կորոշեք, որ Վանաձորը Երևանի հյուսիսում է՝ 70 կմ հեռավորությամբ:

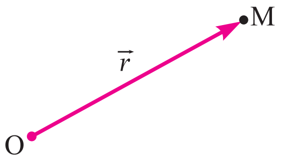


Նկ. 14. *Վանաձոր քաղաքի դիրքը*

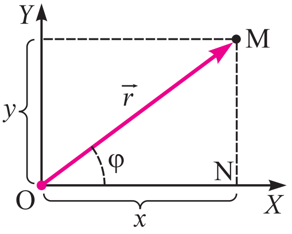
Տեղանքի քարտեզը կազմելու համար գեոդեզիստը կողմնացույցի և այլ սարքերի միջոցով որոշում է դեպի մարմին ուղղությունը, և հաշվարկման կետից չափում մարմնի հեռավորությունը չափերիզի, հեռաչափի կամ այլ սարքի միջոցով: Ռադիոտեղորոշիչը, հայտնաբերելով թռչող օբյեկտ, որոշում է նրա շարժման ուղղությունը և հեռավորությունը:

Բերված բոլոր օրինակներում մարմնի դիրքը ցույց տալու համար նշվում է երկու հատկանիշ՝ ուղղություն և մեծություն: Ինչպես արդեն գիտեք, ուղղությամբ և մեծությամբ բնութագրվում են վեկտորական մեծությունները: Ուրեմն՝ նշված բոլոր դեպքերում մենք գործ ունենք վեկտորական ֆիզիկական մեծության հետ: Դա հաշվարկման սկզբնակետը մարմնի դիրքին միացնող վեկտորն է (նկ. 15), որն ունի հատուկ անվանում՝ շառավիղ-վեկտոր: **Շառավիղ-վեկտոր կոչվում է հաշվարկման սկզբնակետը մարմնի դիրքին միացնող ուղղորդված հատվածը:**

Շառավիղ-վեկտորի ուղղությունը հաշվարկման սկզբնակետը մարմնի դիրքին միացնող ուղղությունն է, իսկ մոդուլը՝ մարմնի հեռավորությունն է սկզբնակետից:



Նկ. 15. *M կետի շառավիղ-վեկտորը*



Նկ. 16. *Շառավիղ-վեկտորի երկարության ու մոդուլի կապը դեկարտյան կոորդինատների հետ*

Շառավիղ-վեկտորով մարմնի դիրքի ներկայացման եղանակը կոչվում է **վեկտորական եղանակ**:

Հարթության մեջ շառավիղ-վեկտորի ուղղությունը որոշվում է ընտրված որևէ ուղղության, օրինակ՝ OX առանցքի հետ նրա կազմած φ անկյունով (նկ. 16): Տարածության մեջ շառավիղ-վեկտորի ուղղությունը որոշելու համար տրվում է երկու անկյուն:

Այսպիսով, կոորդինատական եղանակից բացի, մարմնի դիրքը կարելի է նկարագրել նաև վեկտորական եղանակով: Կախված ուսումնասիրվող խնդրի բնույթից՝ կարող ենք օգտվել այդ եղանակներից յուրաքանչյուրից: Ցույց տանք, որ անհրաժեշտության դեպքում կարող ենք նաև մի եղանակից անցնել մյուսին:

Դիցուք՝ հայտնի են մի հարթության մեջ շարժվող մարմնի x և y կոորդինատները (նկ. 16): Որոշենք նրա շառավիղ-վեկտորի r մոդուլը և OX առանցքի հետ կազմած φ անկյունը: OMN եռանկյունից՝

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}, \quad tg\varphi = \frac{y}{x}: \qquad (2.12)$$

Եթե հայտնի են շառավիղ-վեկտորի r մոդուլը և OX առանցքի հետ կազմած φ անկյունը, ապա կարելի է որոշել մարմնի կոորդինատները: Իրոք, նույն եռանկյունից երևում է, որ մարմնի կոորդինատները նրա շառավիղ-վեկտորի պրոյեկցիաներն են համապատասխան կոորդինատային առանցքների վրա՝

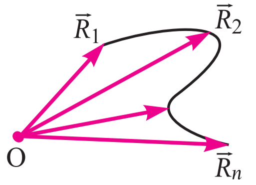
$$x = r_x = r\cos\varphi, \quad y = r_y = r\sin\varphi: \qquad (2.13)$$

Ուրեմն՝ եթե մարմնի դիրքը որոշված է կոորդինատային եղանակով, ապա (2.11)-(2.13) բանաձևերով այն կարելի որոշել նաև վեկտորական եղանակով և հակառակը: Այս հնարքից հաճախ կօգտվենք՝ ամեն անգամ ընտրելով այն եղանակը, որն առավել պարզ ու հարմար է տվյալ խնդրի լուծման համար:

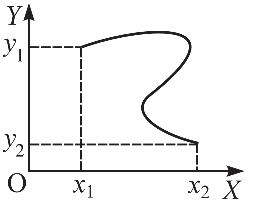
Հետագիծ: Մարմինն իր շարժման ընթացքում անցնում է որոշակի կետերով: Այդ կետերի բազմությունը կազմում է որոշակի գիծ, որն անվանում են մարմնի շարժման հետագիծ: **Հետագիծ կոչվում է այն կետերի բազմությունը (կետերի երկրաչափական տեղը), որոնցով տվյալ հաշվարկման համակարգում հաջորդաբար անցնում է մարմինը շարժման ընթացքում**:

Որոշ դեպքերում մարմնի շարժման ընթացքում հետագիծը կարող է տեսանելի լինել: Եթե շարժվող մարմինը հետք է թողնում, ինչպես, օրինակ, դահուկորդը՝ ձյան վրա, կավիճը՝ գրատախտակին, վրձինը՝ կտավի վրա և այլն, ապա հետագիծը հենց այդ հետքն է: Այլ դեպքերում, օրինակ, նետված գնդակի, չոր ճանապարհով ընթացող մեքենայի, թռչունների, մոլորակների շարժման հետագծերը չեն երևում: Մարմնի դիրքի որոշման վեկտորական եղանակի դեպքում հետագիծը ժամանակի տարբեր պահերին պատկերված շառավիղ-վեկտորի ծայրակետերի երկրաչափական տեղն է (նկ. 17):

Կոորդինատային եղանակի դեպքում հետագիծը կարելի է ստանալ ժամանակի տարբեր պահերին համապատասխան կոորդինատներով կետերը պատկերելով (նկ. 18), որը, ինչպես հայտնի է մաթեմատիկայի դասընթացից, x-ից y-ի կախումն արտահայտող ֆունկցիայի գրաֆիկն է: Եթե, օրինակ, մարմինը շարժվում է այնպես, որ ժամանակի կամայական պահի նրա y կոորդինատն ուղիղ համեմատական է x-ին, ապա մարմնի շարժման հետագիծը կլինի ուղիղ գիծ, եթե x^2-ուն՝ ապա պարաբոլ և այլն:

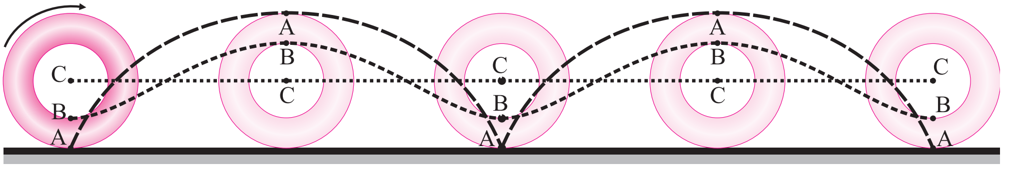


Նկ. 17. *Հետագիծը վեկտորական եղանակի դեպքում*



Նկ. 18. *Հետագիծը կոորդինատային եղանակի դեպքում*

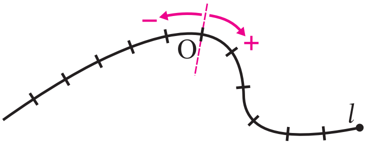
Հետագիծը շարժումն ամբողջությամբ նկարագրող **առաջին** կարևորագույն բնութագիրն է: Մեխանիկական խնդիրների լուծման կարևոր փուլերից մեկը շարժման հետագծի որոշումն է: Հետագծի տեսքը կախված է այն հաշվարկման համակարգի ընտրությունից, որտեղ դիտարկվում է մարմնի շարժումը: Այսպես՝ ավտոմեքենայի հետ կապված հաշվարկման համակարգում նրա անիվի C կենտրոնը դադարի վիճակում է, իսկ B և A կետերի հետագծերը շրջանագծեր են՝ համապատասխանաբար, CB և CA շառավիղներով (նկ. 19): Երկրի հետ կապված հաշվարկման համակարգում C կետի հետագիծն ուղիղ գիծ է, իսկ B և A կետերի հետագծերն ունեն 19-րդ նկարում պատկերված բարդ տեսքը:



Նկ. 19. *Անիվի մի քանի կետերի հետագծերը*

Երբեմն մարմինների շարժման հետագծերը նախապես հայտնի են լինում: Այսպես՝ երկաթուղին ամբողջությամբ որոշում է գնացքի շարժման հետագիծը, մայրուղին՝ ավտոմեքենայի, գետի հունը՝ շոգենավի և այլն: Այդ պատճառով ընդունված է հետագիծ անվանել նաև այն գիծը, որով պետք է շարժվի մարմինը: Եթե ուշադրություն դարձնեք, ապա մայրուղիների ճամփեզրին կնկատեք սյուներ, որոնց վրա թվեր են գրված: Այդ թվերը ցույց են տալիս մայրուղու սկզբից (սկզբնակետից) մինչև տվյալ սյունը հեռավորությունը, այսինքն՝ տվյալ կետի դիրքը:

Այսպիսով՝ նախապես հայտնի հետագծերով շարժումների դեպքում մարմնի դիրքը նշելու համար բավական է հետագծի որևէ O կետ համարել հաշվարկման սկզբնակետ (նկ. 20) և նշել այդ կետի ու մարմնի դիրքի միջև հեռավորությունը՝ հետագծի երկայնքով: Ըստ որում, O կետի մի կողմում ընկած կետերի հեռավորությունները պայմանականորեն կհամարվեն դրական, իսկ հակառակ կողմի կետերի հեռավորությունները՝ բացասական: **Սկզբնակետ-**

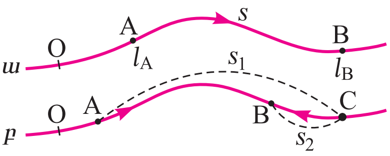


Նկ. 20. *Մարմնի դիրքի տրման բնական եղանակը*

տիչ հետագծի երկայնքով մինչև մարմնի դիրքը l հեռավորությունը, վերցրած համապատասխան նշանով, կոչվում է դիրքաթիվ:

Դիրքաթվի միջոցով մարմնի դիրքը որոշելու այս՝ երրորդ եղանակը կոչվում է **բնական եղանակ**:

Ճանապարհ: Եթե հայտնի է հետագծի յուրաքանչյուր կետի դիրքաթիվը, ապա կարող ենք ոչ միայն որոշել մարմնի դիրքը հետագծի վրա, այլ նաև հաշվել **շարժման ընթացքում հետագծի երկայնքով մարմնի անցած հեռավորությունը, որը կոչվում է ճանապարհ:**



Նկ. 21. *Ճանապարհը հետագծի երկարությունն է:*

Եթե դիտարկվող ժամանակահատվածում մարմնի շարժման ուղղությունը չի փոխվում (նկ. 21, ա), ապա մարմնի անցած s ճանապարհը հավասար է դիրքաթվի փոփոխության մոդուլին. $s = |l_B - l_A|$: Իսկ եթե այդ ընթացքում շարժման ուղղությունը փոխվում է, ապա դիտարկվող ժամանակահատվածը պետք է բաժանել այնպիսի ժամանակահատվածների, որոնց ընթացքում շարժման ուղղությունը մնացել է անփոփոխ, հաշվել մարմնի անցած ճանապարհներն այդ ժամանակահատվածներից յուրաքանչյուրում և դրանք գումարել: Օրինակ՝ եթե մարմինը, շարժվելով մի ուղղությամբ (նկ. 21, բ), A կետից հասել է C կետը՝ անցնելով s_1 ճանապարհ, այնուհետև փոխել է շարժման ուղղությունը և հասել B կետը՝ անցնելով s_2 ճանապարհ, ապա ամբողջ շարժման ընթացքում մարմնի անցած ճանապարհը՝ $s = s_1 + s_2$:

Հարցեր և առաջադրանքներ

1. Ի՞նչն են անվանում շառավիղ-վեկտոր: **2.** Ո՞րն է շառավիղ-վեկտորի՝ ա) ուղղությունը, բ) մեծությունը: **3.** Ինչպե՞ս է փրվում շառավիղ-վեկտորի ուղղությունը հարթության մեջ: **4.** Մարմնի դիրքի փրման վեկտորական եղանակի դեպքում մարմնի դիրքը որոշվում է շառավիղ-վեկտորի ուղղությամբ և մեծությամբ: Չի՞ հակասում արդյոք սա փարածության եռաչափության հապկությանը: **5.** Ի՞նչն են անվանում մարմնի շարժման հեփագիծ: **6.** Բերե՛ք շարժման օրինակներ, որտեղ մարմնի հեփագիծը՝ ա) փեսանելի է, բ) փեսանելի չէ: **7.** Ինչպե՞ս է որոշվում մարմնի հեփագիծը նրա դիրքի նկարագրման՝ ա) վեկտորական, բ) կոորդինափային եղանակի դեպքում: **8.** Կախվա՞ծ է արդյոք հեփագծի փեսքը հաշվարկման համակարգի ընփրությունից: Պափասխանը հիմնավորե՛ք: **9.** Ո՞ր մեծությունն են անվանում դիրքաթիվ: **10.** Ի՞նչն են անվանում մարմնի անցած ճանապարհ:

§9. ՏԵՂԱՓՈԽՈՒԹՅՈՒՆ: ՇԱՐԺՄԱՆ ՕՐԵՆՔ: ՇԱՐԺՈՒՄՆԵՐԻ ԴԱՍԱԿԱՐԳՈՒՄԸ ԸՍՏ ՀԵՏԱԳԾԻ ՁԵՎԻ ԵՎ ԸՍՏ ՇԱՐԺՄԱՆ ՕՐԵՆՔԻ

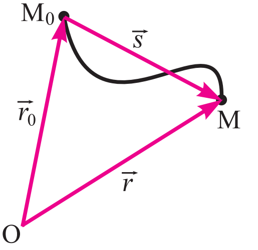
Տեղափոխություն: Մեխանիկական շարժման սահմանումից բխում է, որ շարժման արդյունքը մարմինների փոխադարձ դիրքի փոփոխությունն է:

Սովորաբար եթե ուզում ենք ցույց տալ, թե ինչ է տեղի ունեցել շարժման հետևանքով, ապա դա անում ենք երկու եղանակով:

1. Նշում ենք, թե սկզբնական դիրքից ո՞ր ուղղությամբ և որքա՞ն է տեղափոխվել մարմինը շարժման հետևանքով: Օրինակ՝ ասում ենք, որ երկրապահ ջոկատը 20 կմ-անոց մանևր կատարեց դեպի հարավ-արևելք, քամին ծկնորսական նավը հեռայրեց ափից 5 կմ դեպի հյուսիս, ալեհավաքը 15 մետր վերև բարձրայրին, ճոճանակը 15սմ շեղեցին դեպի ձախ ու բաց թողեցին և այլն:

2. Պարզապես ասում ենք, թե ու՞ր է հասել մարմինը շարժման վերջում, ընդ որում, այս դեպքում ենթադրվում է, որ շարժման վերջնակետի դիրքն սկզբնական դիրքի նկատմամբ հայտնի է: Օրինակ՝ կարող ենք ասել, որ Փարիզ-Երևան չվերթ կատարող ինքնաթիռը վայրէջք կատարեց «Զվարթնոց» օդանավակայանում, գնացքը Սոչիից ժամանեց Երևան և այլն:

Այսպիսով՝ շարժման արդյունքը որոշելու համար նորից անհրաժեշտ է տալ մի մեծություն, որը միաժամանակ կորոշի և՛ ուղղություն, և՛ հեռավորություն:



Նկ. 22. *Տեղափոխության վեկտորը*

Եթե մարմինը, շարժվելով M_0 կետից, տեղափոխվել է M կետ, ապա մարմնի սկզբնական դիրքը վերջնական դիրքին միացնող $\overrightarrow{M_0M}$ վեկտորը կարող է դիտվել որպես շարժման հետևանքով կատարված դիրքի փոփոխության չափ (նկ. 22): Այն կոչվում է **տեղափոխության վեկտոր**: Ժամանակի ընթացքում մարմնի դիրքի փոփոխության քանակական բնութագիրը տեղափոխության վեկտորն է, որը կարճ անվանվում է տեղափոխություն ($\vec{s}$): **Մարմնի սկզբնական դիրքը վերջնական դիրքին միացնող վեկտորը կոչվում է տեղափոխություն:** Տեղափոխության վեկտորի ուղղությունը ցույց է տալիս սկզբնական դիրքից մարմնի տեղաշարժման ուղղությունը, իսկ մոդուլը՝ այդ դիրքի և վերջնական (տվյալ պահին) դիրքի հեռավորությունը:

Ինչպես երևում է 22-րդ նկարից, տեղափոխության վեկտորն արտահայտվում է մարմնի սկզբնական և վերջնական դիրքերի շառավիղ-վեկտորների միջոցով՝

$$\vec{s} = \vec{r} - \vec{r}_0: \quad (2.14)$$

Այլ կերպ ասած՝ տեղափոխության վեկտորը շարժման հետևանքով մարմնի շառավիղ-վեկտորի փոփոխությունն է՝ $\vec{s} = \Delta\vec{r}$:

Եթե հայտնի են մարմնի սկզբնական դիրքի շառավիղ-վեկտորը և տեղափոխությունը, ապա (2.14) բանաձևից կարելի է որոշել մարմնի վերջնական դիրքի շառավիղ-վեկտորը և կոորդինատները.

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{s}, \quad (2.15)$$

$$x = x_0 + s_x, \quad y = y_0 + s_y: \quad (2.16)$$

Այսպիսով, իմանալով մարմնի սկզբնական դիրքը և տեղափոխության վեկտորը, (2.15) կամ (2.16) բանաձևերով կարող ենք որոշել մարմնի վերջնական դիրքը (կոորդինատները), այսինքն՝ լուծել մեխանիկայի հիմնական խնդիրը:

Շարժման օրենք: Մենք արդեն պատասխանել ենք երկու կարևոր հարցի, որոնք առնչվում են տարածության մեջ մարմնի դիրքը տալուն և դիրքի փոփոխությունը քանակապես նկարագրելուն: Սակայն որոշ հարցեր, որոնք կապված են ժամանակի ընթացքում դիրքի փոփոխության հետ, դեռ պարզաբանման կարիք ունեն: Օրինակ՝ ե՞րբ է մարմինը եղել տարածության այս կամ այն կետում, ինչքա՞ն ժամանակ կպահանջվի տվյալ տեղափոխությունը կատարելու համար, ինչպե՞ս է տարածության մեջ մարմնի դիրքը փոխվում ժամանակի ընթացքում և այլն:

Նմանատիպ հարցերին պատասխանելու համար պետք է կարողանանք կապ հաստատել մարմնի դիրքի փոփոխության և ժամանակի միջև: Դրա համար նախ պետք է պայմանավորվել, թե որ պահից է սկսվում ժամանակի հաշվարկը և ընտրել ժամանակը չափելու եղանակ: Օրինակ՝ մարզադաշտում վազքի սկիզբն ազդարարող ազդանշանի հետ միաժամանակ գործի է դրվում վայրկենաչափը, որը կանգնեցվում է, երբ վազորդը հասնում է վազքուղու վերջնակետին: Այս դեպքում ժամանակի հաշվարկման սկիզբն ընտրվում է վազքն սկսելու պահը, վայրկենաչափի ցուցմունքը համընկնում է վազքատարածությունն անցնելու ժամանակի հետ:

Եթե չվացուցակում կարդում ենք, որ ինքնաթիռը մեկնում է Երևանից ժամը 10^{00}-ին և ժամանում Մոսկվա 12^{40}-ին, ապա թռիչքի ժամանակը՝ 2 ժամ 40 րոպե, հաշվում ենք չվերթի սկզբնական և վերջնական պահերով: Այս դեպքում օգտվում ենք օրական աստղաբաշխական ժամանակի ընդհանուր հաշվարկից:

Եթե ժամանակի հաշվարկման սկիզբն ընտրված է, ապա, հետևելով ժամացույցի ցուցմունքին, կարելի է որոշել, թե ժամանակի ո՛ր պահին տարածության ո՛ր կետում է եղել մարմինը, այսինքն՝ ստանալ մարմնի դիրքը նկարագրող մեծության (կոորդինատ, շառավիղ-վեկտոր, դիրքաթիվ) կախումը ժամանակից: **Կոորդինատի կախման տեսքը ժամանակից կոչվում է շարժման օրենք կամ շարժման հավասարում:**

Մարմնի շարժման օրենքը կարող է տրվել երեք ձևով. 1. **աղյուսակով**, որը ցույց է տալիս մարմնի կոորդինատի արժեքները ժամանակի տարբեր պահերին, 2. **գրաֆիկով**, որը պատկերում է կոորդինատի կախումը ժամանակից, որին կարճ անվանում են ***շարժման գրաֆիկ***, 3. **բանաձևով**, որը կապ է հաստատում t ժամանակի և մարմնի կոորդինատների միջև:

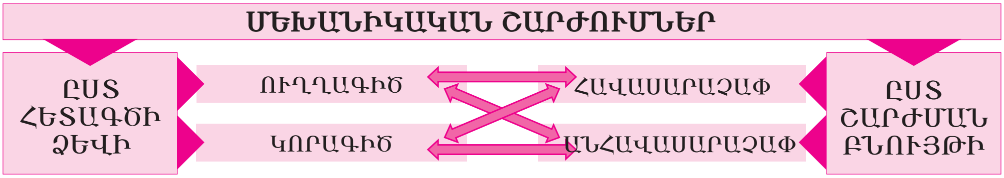
Շարժման օրենքի ներկայացման ձևերից յուրաքանչյուրը, մյուսներից անկախ, կարող է տալ շարժման վերաբերյալ բոլոր հարցերի պատասխանները:

Մարմնի դիրքի որոշման վեկտորական և կոորդինատային եղանակների դեպքում շարժման օրենքից կարելի է որոշել մարմնի շարժման հետագիծը: Վեկտորական եղանակի դեպքում հետագիծը ժամանակի տարբեր պահերին պատկերված $\vec{r}$ շառավիղ-վեկտորների ծայրակետերի երկրաչափական տեղն է (նկ. 16): Կոորդինատական եղանակի դեպքում մարմնի շարժման հետագիծն ստացվում է շարժման հավասարումներից t ժամանակն արտաքսելով:

Շարժման օրենքը շարժումն ամբողջությամբ նկարագրող **երկրորդ** կարևորագույն բնութագիրն է:

Շարժման օրենքն ու հետագիծը տալիս են շարժման սպառիչ պատկերը և հնարավորություն են ընձեռում դատելու շարժման բոլոր առանձնահատկությունների մասին: Միաժամանակ դրանք մեխանիկական շարժման կարևոր բնութագրեր են, ուստի՝ շարժման մասին խոսելիս նշվում է դրանցից յուրաքանչյուրի բնույթը: Օրինակ՝ **ուղղագիծ** (հետագծի տեսքը) **անհավասարաչափ** (շարժման օրենքի բնույթը) ***շարժում***, **կորագիծ** (հետագծի տեսքը) **հավասարաչափ** (շարժման օրենքի բնույթը) ***շարժում*** և այլն: Շարժումների դասակարգումը՝ ըստ հետագծի ձևի և ըստ շարժման օրենքի, ներկայացված է 23-րդ նկարում:

Ըստ հետագծի ձևի՝ ամենապարզն ուղղագիծ շարժումն է: **Շարժումը կոչվում է ուղղագիծ, եթե շարժման հետագիծն ուղիղ գիծ է**: Ուղղագծորեն են շարժվում, օրինակ, մետրոյի շարժասանդուղքի վրա կանգնած ուղևորը, թռիչքուղի դուրս եկած



Նկ. 23. *Շարժումների դասակարգումը՝ ըստ հետագծի ձևի և շարժման օրենքի*

ինքնաթիռը, վերելակի խցիկը և այլն: Թեև ուղղագիծ շարժումներ քիչ են հանդիպում, բայց դրանց ուսումնասիրությունը կարևոր նշանակություն ունի:

Շարժումը կոչվում է կորագիծ, եթե շարժման հետագիծը կոր գիծ է, օրինակ, շրջանագիծ, պարաբոլ և այլն: Մարմնի հետագծի տեսքը սովորաբար ներկայացվում է կա՛մ գծագրի օգնությամբ, կա՛մ մաթեմատիկական բանաձևերով:

Ըստ բնույթի՝ շարժումները լինում են **հավասարաչափ** և **անհավասարաչափ**: Դրանց սահմանումները կձևակերպենք հաջորդ գլխում:

Հարցեր և առաջադրանքներ

1. Ի՞նչն են անվանում մարմնի կատարած տեղափոխություն: **2.** Ի՞նչ է ցույց է տալիս տեղափոփության վեկտորի՝ ա) ուղղությունը, բ) մոդուլը: **3.** Մարմնի տեղափոխության վեկտորն արտահայտե՛ք նրա սկզբնական և վերջնական դիրքերի շառավիղ-վեկտորներով: **4.** Գրե՛ք մարմնի սկզբնական և վերջնական դիրքերի կոորդինատների և մարմնի տեղափոխության վեկտորի պրոյեկցիայի կապն արտահայտող բանաձևը: **5.** Ի՞նչն են անվանում շարժման օրենք: **6.** Թվարկե՛ք շարժման օրենքի տրման ձևերը: **7.** Որո՞նք են շարժումն ամբողջությամբ բնութագրող հիմնական բնութագրերը:

§10. ՆՅՈՒԹԱԿԱՆ ԿԵՏ: ՀԱՄԸՆԹԱՑ ՇԱՐԺՈՒՄ: ՊՏՏԱԿԱՆ ՇԱՐԺՈՒՄ

Նյութական կետ: Ինչպես նշեցինք, տարածության մեջ մարմնի դիրքը և նրա շարժումը նկարագրելու համար շատ դեպքերում բավական է դիտարկել նրա որևէ կետ: Իսկ ե՞րբ է դա հնարավոր: Նախ՝ այն դեպքում, երբ դիտարկվող շարժման համար մարմնի ձևն ու չափերը էական նշանակություն չունեն և դրանք կարելի է անտեսել: Օրինակ՝ թիրախին արձակած գնդակի շարժումը նկարագրելիս գնդակի չափերը կարելի է անտեսել: **Այն մարմինը, որի չափերը տվյալ պայմաններում կարելի է անտեսել, կոչվում է նյութական կետ:**

«Նյութական» բառն ընդգծում է այդ մարմնի տարբերությունը ֆիզիկական հատկություններից զուրկ երկրաչափական կետից: Նյութական կետն իրական մարմնի մոդելն է, որին բնորոշ են այդ մարմնի հիմնական ֆիզիկական հատկությունները:

«Տվյալ պայմաններում» ասելով պետք է հասկանալ, որ միևնույն մարմինը մի դեպքում կարելի է համարել նյութական կետ, իսկ մեկ այլ դեպքում՝ ոչ: Օրինակ՝ գնացքով ճանապարհորդության մեկնող խմբի անդամներին ուղղված այն հարցին, թե որտե՞ղ են նրանց տեղերը, կարող են հետևել միանգամայն տարբեր պատասխաններ: Բնականաբար, այս պայմաններում գնացքը նյութական կետ համարել չի կարելի. այն կազմված է վագոններից, վագոններում կան ուղևորախցիկներ, նստատեղեր և այլն: Սակայն եթե ճանապարհորդությունից վերադառնալուց հետո խմբի անդամներին հարցնեն, թե ու՞ր էին նրանք հասել ճանապարհորդությունն սկսելուց 4 ժ անց, բոլորը կտան նույն պատասխանը, օրինակ՝ «Հասել էինք Գյումրի»: Այս դեպքում գնացքի չափերը շատ փոքր են նրա անցած հեռավորության համեմատությամբ, և այն համարվում է նյութական կետ:

Այսպիսով՝ «նյութական կետ» հասկացությունը հարաբերական է, այսինքն՝ կախված է որոշակի խնդրի պայմաններից: Եթե մարմնի չափերը բավականաչափ փոքր են նրա անցած հեռավորության կամ մինչև մյուս մարմինները ունեցած հեռավորությունների համեմատությամբ, ապա այն դիտարկվում է որպես կետ, այսինքն՝ մարմին, որը չափեր չունի:

Համընթաց շարժում: Մարմնի շարժման նկարագրությունը փոխարինել նրա որևէ կետի շարժման նկարագրությամբ հնարավոր է նաև պինդ մարմնի համընթաց շարժման դեպքում:

Կամայական մարմին այլ մարմինների ազդեցությամբ այս կամ այն չափով փոխում է իր չափերը կամ ձևը, կամ և՛ մեկը, և՛ մյուսը: Մեխանիկայում «պինդ մարմին» ասելով հասկանում են բացարձակ պինդ մարմին, այսինքն՝ մարմին, որի չափերի կամ ձևի փոփոխությունները տվյալ պայմաններում կարելի է անտեսել: **Բացարձակ պինդ կոչվում է այն մարմինը, որի երկու կամայական կետերի հեռավորությունը շարժման ընթացքում չի փոխվում:**

Նկ. 24. *Ուղևորախցիկի համընթաց շարժումը*

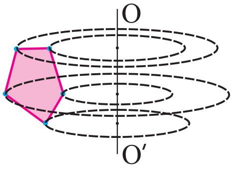
Եթե բացարձակ պինդ մարմնի բոլոր կետերը շարժվում են միատեսակ, ապա մարմնի շարժումը նկարագրելու համար բավական է որոշել մարմնի որևէ կետի դիրքերը ժամանակի տարբեր պահերին: Մյուս կետերի դիրքերը կորոշվեն միարժեքորեն: Օրինակ՝ միատեսակ են շարժվում ճոպանուղու ուղևորախցիկի բոլոր կետերը (նկ. 24): Այս դեպքում մարմնի կամայական երկու կետեր միացնող ուղիղը շարժման ընթացքում մնում է ինքն իրեն զուգահեռ: Մարմինների այսպիսի շարժումն անվանում են **համընթաց**: Համընթաց են շարժվում ավտոմեքենաները ու գնացքները ճանապարհների ուղղագիծ տեղամասերում, գետով ընթացող բեռնանավը, բետոնե սալը՝ վերամբարձ կռունկով բարձրացնելիս և այլն: Այսպիսով՝ մարմնի համընթաց շարժման ուսումնասիրությունը հանգում է նրա որևէ կետի շարժման ուսումնասիրությանը: **Համընթաց կոչվում է այն շարժումը, որի ընթացքում մարմնի երկու կամայական կետեր միացնող ուղիղը մնում է ինքն իրեն զուգահեռ:**

Պտտական շարժում: Բացարձակ պինդ մարմնի շարժման ուսումնասիրումը հանգում է նրա որևէ կետի շարժման ուսումնասիրմանը նաև այն դեպքում, երբ մարմնի բոլոր կետերը շարժվում են շրջանագծերով, որոնց կենտրոնները շրջանագծերի հարթություններին ուղղահայաց ուղղի վրա են: Այդ ուղիղը կոչվում է պտտման առանցք (25-րդ նկարում՝ OO′ ուղիղը), իսկ մարմնի շարժումը՝ պտտական: Այդպես են շարժվում, օրինակ, ժամացույցի սլաքները, ձայնասկավառակը և այլն: **Պտտական է կոչվում մարմնի այն շարժումը, որի ընթացքում նրա բոլոր կետերը շարժվում են այնպիսի շրջանագծերով, որոնց կենտրոնները**

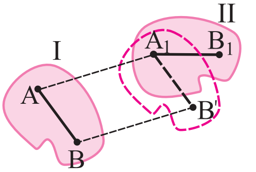
մի ուղղի վրա են, որն ուղղահայաց է շրջանագծերի հարթություններին և կոչվում է պտտման առանցք:

Եթե պտտման առանցքն անցնում է մարմնով, ապա մարմնի՝ պտտման առանցքին պատկանող կետերը չեն մասնակցում պտտական շարժմանը:

Սահմանափակվենք **հարթ** շարժումով, երբ մարմնի բոլոր կետերը տեղափոխվում են զուգահեռ հարթություններում (պտտման առանցքներն ուղղահայաց են այդ հարթություններին): Պինդ մարմնի կամայական հարթ շարժում հնարավոր է ներկայացնել որպես երկու՝ համընթաց և պտտական շարժումների վերադրում: Իրոք, ենթադրենք՝ 26-րդ նկարում պատկերված մարմինը I դիրքից հասել է II դիրք: Մարմնի վերջնական դիրքին կարելի է հասնել նաև նախ՝ այն համընթաց տեղափոխելով՝ մինչև նրա որևէ կետի դիրքը վերջնական դիրքի հետ համընկնելը, այնուհետև՝ այդ կետով անցնող առանցքի շուրջը համապատասխան անկյունով պտտելով:



Նկ. 25. *Պինդ մարմնի պտտական շարժումը*



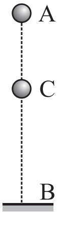
Նկ. 26. *Հարթ շարժումը համընթաց և պտտական շարժումների վերադրում է:*

Հարցեր և առաջադրանքներ

1. Ի՞նչ է նյութական կետը: **2.** Ի՞նչ պայմանի դեպքում կարելի է անտեսել մարմնի չափերը: **3.** Ե՞րբ կարելի է ավտոմեքենան համարել նյութական կետ. ա) քարտեզի վրա գծում են ավտոմեքենայի երթուղին, բ) նորոգում են ավտոմեքենան: **4.** Ո՞ր մարմինն է կոչվում բացարձակ պինդ: **5.** Ո՞ր շարժումն է կոչվում համընթաց: Բերե՛ք օրինակ: **6.** Ո՞ր շարժումն է կոչվում պտտական: Բերե՛ք օրինակ:

Խնդիրների լուծման օրինակներ

1. **3 մ բարձրությունից ընկնող գնդակը, դիպչելով հատակին, փոխում է շարժման ուղղությունը և, հետ թռչելով, հասնում է 1,5 մ բարձրության: Գտնել գնդակի տեղափոխության մոդուլը և անցած ճանապարհը:**



Լուծում: Գնդակի տեղափոխությունը նրա սկզբնական A դիրքը վերջնական C դիրքին միացնող վեկտորն է, ուստի՝ նրա մոդուլը՝ $|\vec{s}| = |AC| = |AB| - |BC| = 1{,}5$ մ: Երբ դիտարկվող ժամանակամիջոցում գնդակը փոխում է շարժման ուղղությունը, ճանապարհի հաշվարկը կատարվում է առանձին ժամանակամիջոցների համար, որոնց ընթացքում գնդակը չի փոխել շարժման ուղղությունը: A կետից B կետ շարժվելիս գնդակն անցնում է $s_1 = |AB| = 3$ մ ճանապարհ: B-ից C շարժվելիս այն անցնում է ևս $s_2 = |BC| = 1{,}5$ մ ճանապարհ: Ամբողջ շարժման ընթացքում գնդակի անցած ճանապարհը՝ $s = s_1 + s_2 = 4{,}5$ մ:

2. **Նյութական կետի շարժումը նկարագրվում է $x = at$ և $y = a^2t^2$ հավասարումներով, որտեղ a-ն հաստատուն է: Ստացեք հետագծի հավասարումը: Ի՞նչ տեսք ունի այն:**

Լուծում: Մարմնի շարժման հետագիծն ստացվում է շարժման հավասարումներից t ժամանակն արտաքսելով: Առաջին հավասարումից՝ $t = x/a$: Տեղադրելով երկրորդ հավասարման մեջ՝ կստանանք հետագծի հավասարումը՝ $y = x^2$, այսինքն՝ հետագիծը պարաբոլ է, որի գագաթը կոորդինատների սկզբնակետում է, իսկ ճյուղերն ուղղված են Y առանցքի ուղղությամբ:

ԳԼՈՒԽ III

ՈՒՂՂԱԳԻԾ ՀԱՎԱՍԱՐԱՉԱՓ ՇԱՐԺՈՒՄ

§11. ՈՒՂՂԱԳԻԾ ՀԱՎԱՍԱՐԱՉԱՓ ՇԱՐԺՈՒՄ: ԱՐԱԳՈՒԹՅՈՒՆ: ՄԵԽԱՆԻԿԱՅԻ ՀԻՄՆԱԿԱՆ ԽՆԴՐԻ ԼՈՒԾՈՒՄԸ ՈՒՂՂԱԳԻԾ ՀԱՎԱՍԱՐԱՉԱՓ ՇԱՐԺՄԱՆ ԴԵՊՔՈՒՄ

Մեխանիկական շարժումների՝ ըստ հետագծի տեսքի և շարժման բնույթի դասակարգման սխեմայում շարժման ամենապարզ տեսակն ուղղագիծ հավասարաչափ շարժումն է, որովհետև այս շարժման ժամանակ և՛ հետագծի տեսքն է պարզագույնը, և՛ շարժման օրենքը: **Այն շարժումը, որի ընթացքում մարմինը կամայական հավասար ժամանակամիջոցներում կատարում է նույն տեղափոխությունները, կոչվում է ուղղագիծ հավասարաչափ շարժում:**

Ինչպես գիտեք, ժամանակի յուրաքանչյուր պահի մարմնի դիրքը որոշելու համար պետք է իմանալ տեղափոխության վեկտորի կախումը ժամանակից: Իսկ ինչպե՞ս որոշել տեղափոխության վեկտորը:

Դիցուք՝ հավասարաչափ շարժվող մարմինը Δt_1 ժամանակամիջոցում կատարել է $\Delta\vec{s}_1$ տեղափոխություն, Δt_2-ում՝ $\Delta\vec{s}_2$, ... , Δt_n-ում՝ $\Delta\vec{s}_n$: Հավասարաչափ շարժման սահմանումից հետևում է, որ եթե $\Delta t_1 = \Delta t_2 = \ldots = \Delta t_n$, ապա $\Delta\vec{s}_1 = \Delta\vec{s}_2 = \ldots = \Delta\vec{s}_n$: Ավելին, քանի որ $\Delta\vec{s}_1/\Delta t_1$, $\Delta\vec{s}_2/\Delta t_2$ և այլ հարաբերությունները միևնույն՝ միավոր ժամանակում մարմնի տեղափոխություններն են, ապա

$$\frac{\Delta\vec{s}_1}{\Delta t_1} = \frac{\Delta\vec{s}_2}{\Delta t_2} = \ldots = \frac{\Delta\vec{s}_n}{\Delta t_n} = const: \qquad (3.1)$$

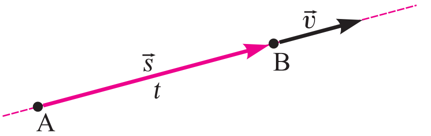
Այսպիսով՝ հավասարաչափ շարժման սահմանումից բխում է, որ Δt ժամանակում մարմնի $\Delta\vec{s}$ տեղափոխության և այդ ժամանակամիջոցի հարաբերությունը շարժման ընթացքում մնում է հաստատուն: Այն ցույց է տալիս մարմնի տեղափոխությունը միավոր ժամանակում և կոչվում է **ուղղագիծ հավասարաչափ շարժման արագություն**: **Ուղղագիծ հավասարաչափ շարժման արագություն կոչվում է այն ֆիզիկական մեծությունը, որը հավասար է կամայական ժամանակամիջոցում մարմնի տեղափոխության և այդ ժամանակամիջոցի հարաբերությանը:**

Եթե t ժամանակամիջոցում մարմինը A կետից հասել է B կետ՝ կատարելով $\vec{s}$ տեղափոխություն (նկ. 27), ապա շարժման արագությունը՝

$$\vec{v} = \frac{\vec{s}}{t} = const: \qquad (3.2)$$

Տեղափոխությունը վեկտորական մեծություն է, իսկ ժամանակը՝ դրական սկալյար, ուստի՝ **արագությունը վեկտոր է**, որի ուղղությունը համընկնում է տեղափոխության ուղղությանը:

Մարմնի արագությունը կարելի է որոշել՝ չափելով հետագծի կամայական տեղամաս, նույնիսկ ամենափոքրը, և այն ժամանակամիջոցը, որի ընթացքում մարմինն անցել է այդ տեղամասը:



Նկ. 27. *Ուղղագիծ հավասարաչափ շարժման արագությունը*

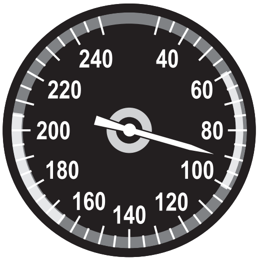
Արագության մոդուլը և ճանապարհը: Արագության v մոդուլը որոշելու համար արագության (3.2) բանաձևը պետք է գրել սկալյար տեսքով, այսինքն՝ արտահայտել բանաձևի մեջ մտնող ֆիզիկական մեծությունների մոդուլներով.

$$v = \frac{|\vec{s}\,|}{t}: \qquad (3.3)$$

Քանի որ ուղղագիծ հավասարաչափ շարժման հետագիծն ուղիղ գիծ է, և մարմինը շարժվում է միշտ նույն ուղղությամբ, ապա նրա տեղափոխության մոդուլը՝ $|\vec{s}\,|$-ը, հավասար է անցած s ճանապարհին: Հետևաբար՝ մարմնի արագության մոդուլը հավասար է t ժամանակում մարմնի անցած ճանապարհի և այդ ժամանակամիջոցի հարաբերությանը՝

$$v = \frac{s}{t}: \qquad (3.4)$$

Այս պատճառով արագության մոդուլը հաճախ անվանում են **ճանապարհային** կամ **տրանսպորտային արագություն**: Հենց ճանապարհային արագությունն է ցույց տալիս ավտոմեքենաներում տեղադրվող արագաչափը: Օրինակ՝ եթե արագաչափի սլաքը (նկ.28) շարժման ժամանակ անընդհատ ցույց է տալիս միևնույն, ասենք, 90 կմ/ժ թիվը, ապա մեքենան շարժվում է հավասարաչափ և յուրաքանչյուր 1 րոպեում անցնում է 1,5 կմ ճանապարհ, 5 րոպեում՝ 7,5 կմ, 1 ժամում՝ 90 կմ և այլն:



Նկ.28. Արագաչափ

(3.4) բանաձևից մարմնի անցած ճանապարհի համար կունենանք՝

$$s = vt: \qquad (3.5)$$

Այս արդյունքը կարելի է դնել ուղղագիծ հավասարաչափ շարժման վերը նշված սահմանմանը համարժեք՝ երկրորդ սահմանման հիմքում: **Այն շարժումը, որի ժամանակ մարմնի հետագիծն ուղիղ գիծ է, և մարմինը միշտ շարժվում է նույն ուղղությամբ՝ կամայական հավասար ժամանակամիջոցներում անցնելով հավասար ճանապարհներ, կոչվում է ուղղագիծ հավասարաչափ շարժում:**

Արագության միավորը: Արագության սահմանումից հետևում է, որ եթե ուղղագիծ հավասարաչափ շարժվող մարմինը 1 վայրկյանում տեղափոխվում է 1 մետր, ապա նրա շարժման արագությունը հավասար կլինի մեկ միավորի (1 մ/վ):

Այդպիսի շարժման արագությունն էլ հենց ընդունվում է որպես արագության միավոր Միջազգային համակարգում (ՄՀ): A ֆիզիկական մեծության չափման միավորը նշելու համար օգտագործելով $[A]$ նշանակումը, կստանանք՝

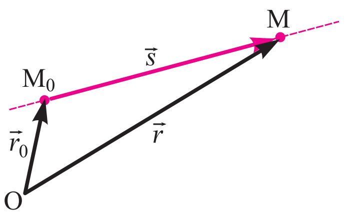
$$[\upsilon] = \frac{[s]}{[t]} = 1\ \text{մ/վ}: \qquad (3.6)$$

Որպես արագության միավոր են ընդունում այն ուղղագիծ հավասարաչափ շարժման արագությունը, որի ընթացքում մարմինը յուրաքանչյուր 1 վայրկյանում անցնում է 1 մ ճանապարհ:

Եթե մարմնի ուղղագիծ հավասարաչափ շարժման $\vec{\upsilon}$ արագությունը հայտնի է, ապա, համաձայն (3.2) բանաձևի, t ժամանակում նրա տեղափոխությունը՝

$$\vec{s} = \vec{\upsilon}t: \qquad (3.7)$$

Իմանալով մարմնի սկզբնական դիրքը և նրա տեղափոխությունը կամայական ժամանակահատվածում, կարելի է գտնել մարմնի դիրքը ժամանակի յուրաքանչյուր պահին, այսինքն՝ ստանալ մեխանիկայի հիմնական խնդրի լուծումը:



Նկ. 29. *Շառավիղ-վեկտորը ժամանակի t պահին*

Դիցուք՝ մարմինը շարժումն սկսում է M_0 կետից, և որպես ժամանակի հաշվարկման սկիզբ ընտրվում է շարժումն սկսելու պահը: Այս դեպքում մարմնի շարժման t ժամանակը համընկնում է ժամանակը չափող սարքի ցուցմունքի հետ, հետևաբար՝ ժամանակի t պահին մարմնի կատարած տեղափոխությունը որոշվում է (3.7) բանաձևով, իսկ այդ պահին նրա դիրքի $\vec{r}$ շառավիղ-վեկտորը՝

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{\upsilon}t, \qquad (3.8)$$

որտեղ $\vec{r}_0$-ն մարմնի սկզբնական դիրքի շառավիղ-վեկտորն է (նկ. 29):

Այսպիսով՝ ուղղագիծ հավասարաչափ շարժման դեպքում շառավիղ-վեկտորի կախումը ժամանակից գծային է: Ճիշտ է նաև հակառակ պնդումը՝ եթե շառավիղ-վեկտորը ժամանակից կախված փոխվում է գծային օրենքով, ապա մարմնի շարժումն ուղղագիծ և հավասարաչափ է: (3.8) բանաձևն արտահայտում է մարմնի շառավիղ-վեկտորի կախումը ժամանակից՝ շարժման հավասարումը, իսկ դա նշանակում է, որ այն վեկտորական եղանակով մեխանիկայի հիմնական խնդրի լուծումն է ուղղագիծ հավասարաչափ շարժման դեպքում:

Այժմ ստանանք ուղղագիծ հավասարաչափ շարժման հավասարումը կոորդինատային եղանակով: Հաշվի առնելով, որ մարմնի հետագիծն ուղիղ գիծ է, հարմար է կոորդինատային առանցքներից մեկը (օրինակ՝ X-ը) ուղղել հետագծի երկայնքով: Այդ դեպքում մարմնի շարժման ընթացքում կփոփոխվի միայն մեկ՝ x կոորդինատը: Այդ առանցքի երկայնքով ուղղված կլինեն մարմնի և՛ շարժման արագության, և՛ տեղափոխության վեկտորները:

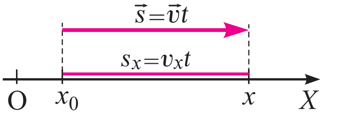
$\vec{s} = \vec{\upsilon}t$ բանաձևից հետևում է $\vec{s}$ և $\vec{\upsilon}t$ վեկտորների պրոյեկցիաների հավասարությունը կամայական ուղղության վրա: Մասնավորապես, հավասար են նրանց պրոյեկցիաները X առանցքի վրա՝

$$s_x = \upsilon_x t: \qquad (3.9)$$

Մարմնի x կոորդինատը ժամանակի կամայական պահին հաշվելու բանաձևը բխում է (3.8) և (3.9) հավասարումներից.

$$x = x_0 + v_x t, \tag{3.10}$$

որտեղ x_0-ն մարմնի սկզբնական կոորդինատն է (նկ. 30): (3.10) բանաձևը կապ է հաստատում t ժամանակի և x կոորդինատի միջև, ուրեմն՝ այն մեխանիկայի հիմնական խնդրի լուծումն է: Բանաձևը հնարավորություն է տալիս պարզելու նաև արագության վեկտորի պրոյեկցիայի ֆիզիկական իմաստը: Իսկապես, այդ բանաձևից հետևում է, որ



Նկ. 30. *Մարմնի x կոորդինատը t պահին*

$$v_x = \frac{x - x_0}{t}, \tag{3.11}$$

այսինքն՝ արագության վեկտորի x պրոյեկցիան թվապես հավասար է միավոր ժամանակում x կոորդինատի փոփոխությանը: Եթե կոորդինատը ժամանակի ընթացքում աճում է, ապա արագության պրոյեկցիան դրական է, իսկ հակառակ դեպքում՝ բացասական:

(3.10) բանաձևն ստացանք՝ ենթադրելով, որ ժամանակի հաշվարկման սկիզբը համընկնում էր շարժումն սկսելու պահի հետ: Եթե մարմինը շարժումն սկսում է t_0 պահին, ապա նրա շարժման փաստացի ժամանակը կլինի $t - t_0$, իսկ բանաձևը՝

$$x = x_0 + v_x(t - t_0): \tag{3.12}$$

(3.10) և (3.12) բանաձևերից երևում է, որ ուղղագիծ հավասարաչափ շարժվող մարմնի դիրքը ժամանակի որևէ պահին որոշելու համար պետք է իմանալ մարմնի սկզբնական կոորդինատը և արագության վեկտորի պրոյեկցիան այն առանցքի վրա, որով շարժվում է մարմինը:

Եթե մարմինը շարժվում է կոորդինատային առանցքի դրական ուղղությամբ, ապա արագության վեկտորի պրոյեկցիան դրական է և հավասար արագության v մոդուլին, այսինքն՝ ճանապարհային արագությանը: Այս դեպքում մարմնի կոորդինատի կախումը ժամանակից արտահայտվում է

$$x = x_0 + vt \tag{3.13}$$

հավասարումով: Իսկ եթե մարմինը շարժվում է կոորդինատային առանցքի բացասական ուղղությամբ, ապա արագության վեկտորի պրոյեկցիան բացասական է, և մարմնի կոորդինատի կախումը ժամանակից արտահայտվում է հետևյալ կերպ՝

$$x = x_0 - vt: \tag{3.14}$$

Հարցեր և առաջադրանքներ

1. Ո՞ր շարժումն է կոչվում ուղղագիծ հավասարաչափ: **2.** Ի՞նչն են անվանում ուղղագիծ հավասարաչափ շարժման արագություն: **3.** Ի՞նչ է ցույց փալիս ճանապարհային արագությունը: **4.** Ի՞նչ միավորով է արփահայփվում արագությունը ՄՀ-ում, և ո՞րն է այդ միավորի ֆիզիկական իմասփը: **5.** Գրե՛ք ուղղագիծ հավասարաչափ շարժման օրենքը վեկփորական փեսքով: **6.** Գրե՛ք ուղղագիծ հավասարաչափ շարժում կափարող նյութական կեփի փեղափոխության պրոյեկցիայի և x կոորդինափի՝ ժամանակից կախումն արփահայփող բանաձևերը: **7.** Ինչպե՞ս է արագության վեկփորի v_x պրոյեկցիան կապված x կոորդինափի փոփոխության հեփ: **8.** Ե՞րբ է արագության պրոյեկցիան՝ ա) դրական, բ) բացասական:

§12. ՈՒՂՂԱԳԻԾ ՀԱՎԱՍԱՐԱՉԱՓ ՇԱՐԺՎՈՂ ՄԱՐՄՆԻ ՏԵՂԱՓՈԽՈՒԹՅԱՆ, ԿՈՈՐԴԻՆԱՏԻ ԵՎ ԱՐԱԳՈՒԹՅԱՆ ԳՐԱՖԻԿՆԵՐԸ

Թեև մարմնի կոորդինատի՝ ժամանակից կախումն արտահայտող (3.10) բանաձևն ամբողջությամբ նկարագրում է ուղղագիծ հավասարաչափ շարժումը, սակայն հաճախ հարմար է այդ կախումն արտահայտել շարժման գրաֆիկի միջոցով, որը պարզորոշ կերպով ցույց է տալիս կոորդինատի փոփոխման պատկերը և կարող է հեշտացնել որոշ հաշվարկներ:

Ենթադրենք՝ մարմինը $t = 0$ պահին եղել է $x_0 = 20$մ կոորդինատով կետում և $\upsilon = 2$մ/վ արագությամբ հավասարաչափ շարժվում է կոորդինատային առանցքի դրական ուղղությամբ (նկ. 30): Այդ դեպքում մարմնի շարժման օրենքը, համաձայն (3.10) հավասարման, կարտահայտվի $x = 20 + 2t$ բանաձևով:

Մարմնի շարժման գրաֆիկը կառուցելու համար ուղղաձիգ առանցքի վրա տեղադրենք x-ի արժեքները, իսկ հորիզոնական առանցքի վրա՝ t ժամանակի արժեքները (նկ.31): Այդ շարժման գրաֆիկն ուղիղ գիծ է, քանի որ մարմնի կոորդինատը ժամանակից ունի գծային կախում:

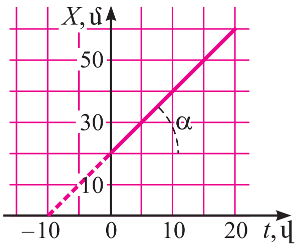
Շարժման գրաֆիկը տալիս է մեխանիկայի հիմնական խնդրի լուծումը, քանի որ հնարավորություն է ընձեռում որոշելու մարմնի դիրքը ժամանակի յուրաքանչյուր պահի՝ ներառյալ նաև այն պահերը, որոնք նախորդում են սկզբնականին (եթե ենթադրենք, որ մարմինը նույն արագությամբ շարժվել է նաև մինչև ժամանակի հաշվարկման սկիզբը): 31-րդ նկարում պատկերված գրաֆիկը շարունակելով ժամանակի առանցքի դրական ուղղությանը հակառակ՝ կտեսնենք, օրինակ, որ մարմինը $x = 20$մ կոորդինատով կետում հայտնվելուց 10վ առաջ եղել է կոորդինատի հաշվարկման սկզբնակետում:

Կախված x_0-ի և υ_x-ի նշաններից՝ մարմնի շարժման գրաֆիկը կարող է ունենալ 32-րդ նկարում պատկերված 5 տեսքերից մեկը: (1) գրաֆիկը համապատասխանում է այն դեպքին, երբ մարմնի սկզբնական կոորդինատը դրական է ($x_0 > 0$), և մարմինը շարժվում է x առանցքի դրական ուղղությամբ ($\upsilon_x > 0$), (2) գրաֆիկը համապատասխանում է $x_0 > 0$, $\upsilon_x < 0$ դեպքին, (3) և (4) գրաֆիկները՝ համապատասխանաբար, $x_0 < 0$, $\upsilon_x > 0$ և $x_0 < 0$, $\upsilon_x < 0$ դեպքերին, (5)-ը՝ $\upsilon_x = 0$ դեպքին:

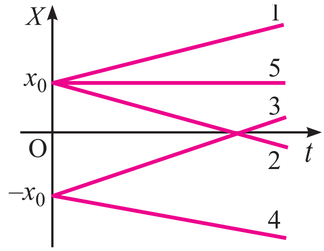
Շարժման գրաֆիկ են անվանում նաև մարմնի անցած ճանապարհի կախումը ժամանակից պատկերող գրաֆիկը: $s = \upsilon t$ բանաձևից երևում է, որ ճանապարհի կախումը ժամանակից նույնպես գծային է: Ի տարբերություն կոորդինատի գրաֆիկի, որն օրդինատների առանցքը կարող է հատել կամայական կետում՝ աճել կամ նվազել, ճանապարհի գրաֆիկը միշտ սկսվում է կոորդինատների սկզբնակետից և չի նվազում (նկ. 33):

Ժամանակի առանցքի հետ շարժման գրաֆիկի կազմած անկյունը կախված է մարմնի արագությունից: Որքան մեծ է մարմնի շարժման արագությունը, այնքան մեծ է անկյունը, այսինքն՝ գրաֆիկը թեքված է շեշտակի: Ինչպես երևում է 31-րդ նկարից, ժամանակի առանցքի հետ x կոորդինատի գրաֆիկի կազմած α անկյան տանգենսը (տրված մասշտաբի դեպքում)՝

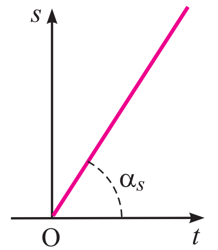
$$\mathrm{tg}\alpha = \frac{x - x_0}{t}: \qquad (3.15)$$



Նկ.31. *Ուղղագիծ հավասարաչափ շարժման գրաֆիկի մասնավոր դեպք*



Նկ.32. *Ուղղագիծ հավասարաչափ շարժման գրաֆիկները*



Նկ.33. *Ճանապարհի գրաֆիկը*

(3.15) և (3.11) բանաձևերից հետևում է, որ

$$v_x = \mathrm{tg}\alpha: \qquad (3.16)$$

33-րդ նկարից ճանապարհի գրաֆիկի թեքության α_s անկյան տանգենսը հավասար է s/t, իսկ s/t-ն արագության մոդուլն է, հետևաբար՝

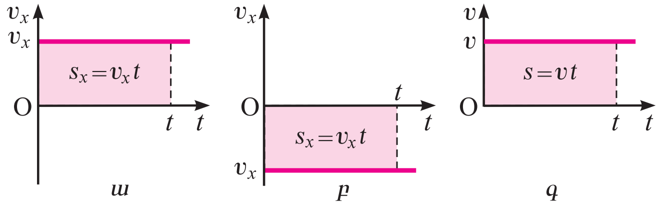
$$v = \mathrm{tg}\alpha_s: \qquad (3.17)$$

Այսպիսով՝ ժամանակի առանցքի հետ x կոորդինատի գրաֆիկի կազմած անկյան տանգենսը, տրված մասշտաբի դեպքում, հավասար է արագության վեկտորի պրոյեկցիային, իսկ ճանապարհի գրաֆիկի կազմած անկյան տանգենսը՝ ճանապարհային արագությանը:

Արագության գրաֆիկը: Շարժման գրաֆիկի հետ օգտվում են նաև արագության գրաֆիկից, որը կառուցում են՝ օրդինատների առանցքի վրա տեղադրելով մարմնի արագության վեկտորի պրոյեկցիայի կամ մոդուլի, իսկ աբսցիսների առանցքի վրա՝ ժամանակի արժեքները: Այդպիսի գրաֆիկը ցույց է տալիս, թե ինչպես է փոփոխվում արագությունը ժամանակի ընթացքում:

Ուղղագիծ հավասարաչափ շարժվող մարմնի արագության վեկտորի պրոյեկցիան և ճանապարհային արագությունը ժամանակի ընթացքում չեն փոփոխվում, ուստի՝ դրանց գրաֆիկները ժամանակի առանցքին զուգահեռ ուղիղներ են (նկ. 34): Քանի որ արագության վեկտորի պրոյեկցիան կարող է լինել ինչպես դրական, այնպես էլ բացասական, ապա նրա գրաֆիկն ունի 34,ա նկարի կամ 34,բ նկարի տեսքերից մեկը՝ կախված այն բանից, թե որ ուղղությամբ է շարժվում մարմինը, իսկ ճանապարհային արագությունը միշտ դրական մեծություն է, և, անկախ մարմնի շարժման ուղղությունից, նրա գրաֆիկը համընկնում է 34,գ նկարի պատկերին:

Ինչպես շարժման գրաֆիկներից կարելի է որոշել մարմնի արագությունը, այնպես էլ արագության գրաֆիկներից կարելի է իմանալ տվյալ ժամանակամիջոցում մարմնի տեղափոխության պրոյեկցիան և անցած ճանապարհը: Իրոք, ուղղանկյան մակերեսը հավասար է նրա երկու կից կողմերի արտադրյալին: 34-րդ նկարի ներկած ուղղանկյունների կողմերից մեկը որոշակի մասշտաբով հավասար է t ժամա-



Նկ. 34. *Արագության պրոյեկցիայի և մոդուլի գրաֆիկները*

նակամիջոցին, իսկ մյուսը՝ արագության վեկտորի պրոյեկցիային (ա և բ դեպքեր) կամ ճանապարհային արագությանը (գ դեպք)։ ա և բ դեպքերում նրանց $\upsilon_x t$ արտադրյալը մարմնի տեղափոխության պրոյեկցիան է, գ դեպքում՝ υt արտադրյալը հենց հավասար է մարմնի անցած ճանապարհին։

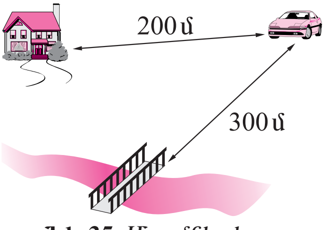
Այսպիսով՝ ճանապարհային արագության գրաֆիկով սահմանափակված ուղղանկյան մակերեսը թվապես հավասար է մարմնի անցած ճանապարհին, իսկ արագության վեկտորի պրոյեկցիայի գրաֆիկով սահմանափակված ուղղանկյան մակերեսը՝ տեղափոխության պրոյեկցիային։

Արագության գրաֆիկով մարմնի տեղափոխության պրոյեկցիան և անցած ճանապարհը հաշվելու նշված մեթոդը մեծ գործնական նշանակություն ունի, քանի որ այն կարելի է կիրառել նաև կամայական շարժման դեպքում։

Հարցեր և առաջադրանքներ

1. Ինչի՞ց և ինչպե՞ս է կախված ժամանակի առանցքի հետ շարժման գրաֆիկի կազմած անկյունը։ **2.** Ի՞նչ է ցույց տալիս շարժման գրաֆիկի շարունակությունը, որը 31-րդ նկարում պատկերված է կետագծերով։ **3.** Ի՞նչ է արտահայտում ուղղանկյան մակերեսը, որը սահմանափակված է. ա) ճանապարհային արագության գրաֆիկով, բ) արագության վեկտորի պրոյեկցիայի գրաֆիկով։

§13. ՇԱՐԺՄԱՆ ԵՎ ԴԱԴԱՐԻ ՀԱՐԱԲԵՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆԸ։ ՏԵՂԱՓՈԽՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԵՎ ԱՐԱԳՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԳՈՒՄԱՐՈՒՄԸ։ ՀԱՐԱԲԵՐԱԿԱՆ ԱՐԱԳՈՒԹՅՈՒՆ



Նկ.35. *Մարմնի դիրքը տարբեր հաշվարկման մարմինների նկատմամբ*

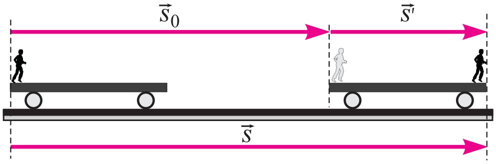
Մարմնի դիրքը տարածության մեջ որոշակի է (արտահայտվում է որոշակի կոորդինատներով) միայն որոշակի հաշվարկման համակարգի նկատմամբ։ Ակներև է, որ նույն մարմնի դիրքը տարբեր հաշվարկման համակարգերում կարտահայտվի տարբեր կոորդինատներով։ Օրինակ՝ 35-րդ նկարում ավտոմեքենայի դիրքը կարելի է որոշել՝ նշելով, որ այն տնից հեռու է 200 մ դեպի արևելք կամ կամրջից՝ 300 մ դեպի հյուսիս-արևելք։ Սա նշանակում է, որ մարմնի դիրքը հարաբերական է՝ կախված է այն բանից, թե որ համակարգի նկատմամբ է որոշվում։

Բայց միայն մարմնի դիրքը չէ, որ հարաբերական է։ Հարաբերական են նաև նրա շարժումը և դադարը։ Այն, որ շարժումը և դադարը հարաբերական են, կարելի է համոզվել թերևս հետևյալ օրինակով։

Ձեզանից ամեն մեկն էլ, հավանաբար, անշարժ գնացքի վագոնի պատուհանից հարևան գծով սլացող գնացքին նայելիս զգացած կլինի, որ եթե հայացքը սևեռի միայն այդ գնացքին (այն է՝ չտեսնի գետինը, մոտակա կառույցները և այլն), ապա դժվար է պարզել, թե գնացքներից ո՞րն է շարժվում։ Եվ եթե սլացող գնացքի ուղևորը պնդի, թե շարժվում է «իր» գնացքը, իսկ դուք դադարի վիճակում եք, ապա դուք էլ ձեր հերթին նույնչափ իրավունք ունեք ասելու, որ, հակառակը, շարժվում է «ձեր» գնացքը, իսկ մյուսն անշարժ է։ Երկուսդ էլ կլինեք իրավացի, քանի որ, ինչպես ասայինք, և՛ շարժումը, և՛ դադարը հարաբերական են. «շարժվու՞մ է գնացքը, թե՞ ոչ» հարցն անիմաստ է, եթե չենք ասում՝ «ո՞ր մարմնի նկատմամբ»:

Ուսումնասիրենք մարմնի շարժումը միմյանց նկատմամբ շարժվող երկու հաշվարկման համակարգերում: Համարենք, որ նրանցից մեկն անշարժ է, իսկ երկրորդն առաջինի նկատմամբ շարժվում է ուղղագիծ հավասարաչափ: Օրինակ՝ մարդը քայլում է կայարանից հեռացող երկաթուղային հարթակի վրայով (նկ. 36):

Պատկերացնենք, որ մարդու շարժմանը հետևում է երկու դիտորդ, որոնցից մեկը կանգնած է կառամատույցին, իսկ մյուսը՝ հարթակին: Երկուսն էլ որոշում են մարդու տեղափոխությունը: Առաջին դիտորդին կապված հաշվարկման համակարգը պայմանականորեն անվանենք անշարժ, իսկ երկրորդին կապվածը՝ շարժվող:

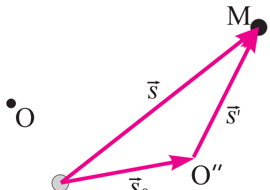


Նկ. 36. *Տեղափոխությունները ուղղագիծ շարժման դեպքում*

Երբ t ժամանակ անց մարդը հասնում է հարթակի եզրին՝ շարժվող համակարգի նկատմամբ կատարելով $\vec{s}'$ տեղափոխություն, հարթակն այդ ընթացքում կատարում է $\vec{s}_0$ տեղափոխություն: Կառամատույցին կանգնած դիտորդի նկատմամբ մարդու տեղափոխությունը $\vec{s}$-ն է: Ինչպես երևում է 36-րդ նկարից՝

$$\vec{s} = \vec{s}' + \vec{s}_0: \qquad (3.18)$$

Ստացված հավասարությունը կրում է **տեղափոխությունների գումարման բանաձև** անվանումը: Չնայած բանաձևը ստացանք այն դեպքի համար, երբ մարդը և հարթակը շարժվում էին միևնույն ուղղի երկայնքով, սակայն այն ճիշտ է բոլոր դեպքերում: 37-րդ նկարում պատկերված է ընդհանուր դեպքը, երբ մարմինը և շարժվող համակարգը տեղափոխվում են կամայական ուղղություններով: Դիցուք՝ ժամանակի $t = 0$ պահին մարմինը և շարժվող համակարգի սկզբնակետը նույն՝ O′ կետում են, իսկ t պահին տեղափոխվել են, համապատասխանաբար, M և O″ կետերը, ընդ որում, $\vec{s} = \overrightarrow{O'M}$-ը մարմնի տեղափոխությունն է O սկզբնակետով անշարժ համակարգի նկատմամբ, $\vec{s}' = \overrightarrow{O''M}$-ը՝ շարժվողի, որի տեղափոխությունն անշարժ համակարգի նկատմամբ $\vec{s}_0 = \overrightarrow{O'O''}$ վեկտորն է: Օգտվելով վեկտորների գումարման եռանկյան կանոնից՝ դարձյալ ստանում ենք (3.18) հավասարությունը: Այսպիսով՝ **մարմնի տեղափոխությունն անշարժ համակարգի նկատմամբ հավասար է շարժվող համակարգի նկատմամբ նրա տեղափոխության և անշարժ համակարգի նկատմամբ շարժվող համակարգի տեղափոխության վեկտորական (երկրաչափական) գումարին:**



Նկ. 37. *Տեղափոխությունները կամայական շարժման դեպքում*

Տեղափոխությունների գումարման բանաձևի երկու կողմերը բաժանենք t-ի՝

$$\frac{\vec{s}}{t} = \frac{\vec{s}'}{t} + \frac{\vec{s}_0}{t}: \qquad (3.19)$$

Բայց $\vec{s}/t$ հարաբերությունը մարմնի $\vec{v}$ արագությունն է անշարժ համակարգի նկատմամբ, $\vec{s}_0/t$ հարաբերությունը՝ շարժվող համակարգի $\vec{v}_0$ արագությունն անշարժ համակարգի նկատմամբ, իսկ $\vec{s}'/t$ հարաբերությունը՝ մարմնի $\vec{v}'$ արագությունը շարժվող համակարգի նկատմամբ: Ուստի՝

$$\vec{v} = \vec{v}' + \vec{v}_0: \qquad (3.20)$$

Այս արտահայտությունը կոչվում է **արագությունների գումարման բանաձև**:

Մարմնի արագությունն անշարժ համակարգի նկատմամբ հավասար է շարժվող համակարգի նկատմամբ մարմնի արագության և անշարժ համակարգի նկատմամբ շարժվող համակարգի արագության վեկտորական գումարին:

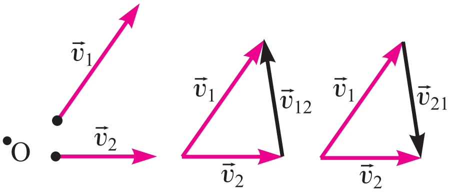
(3.20) բանաձևից հետևում է, որ եթե մարմինը շարժվող համակարգի նկատմամբ դադարի վիճակում է ($\vec{v}' = 0$), ապա անշարժ համակարգի նկատմամբ այն շարժվում է $\vec{v} = \vec{v}_0$ արագությամբ:

Այսպիսով՝ մարմինը, որ մի համակարգի նկատմամբ դադարի վիճակում է, շարժվում է մի այլ համակարգի նկատմամբ, ընդ որում, մարմնի և՛ տեղափոխությունը, և՛ շարժման արագությունն ու հետագիծը տարբեր են տարբեր հաշվարկման համակարգերում: Հենց դա էլ շարժման և դադարի հարաբերականությունն է:

(3.20) բանաձևով որոշվում է մարմնի արագությունն անշարժ համակարգի նկատմամբ, երբ հայտնի են նրա արագությունը շարժվող համակարգի նկատմամբ և շարժվող համակարգի արագությունն անշարժ համակարգի նկատմամբ: Որպես կանոն՝ հենց այդ արագություններն են հայտնի լինում, օրինակ, երբ նավը լողում է գետում, ինքնաթիռը թռչում է քամու առկայության պայմաններում, որովհետև նավում և ինքնաթիռում տեղադրված արագաչափերը ցույց են տալիս դրանց արագությունը, համապատասխանաբար, ջրի և օդի նկատմամբ: Այս դեպքերում նույն մարմնի շարժումը քննարկվում է երկու տարբեր հաշվարկման համակարգերում:

Գործնականում հանդիպում են դեպքեր, երբ հայտնի են երկու տարբեր մարմինների արագությունները միևնույն հաշվարկման համակարգի նկատմամբ, և հարկ է լինում ուսումնասիրել դրանցից մեկի շարժումը մյուսի նկատմամբ:

Դիցուք՝ երկու մարմին O սկզբնակետով անշարժ համակարգի նկատմամբ շարժվում են $\vec{v}_1$ և $\vec{v}_2$ արագություններով: Որոշենք մի մարմնի արագությունը մյուսի նկատմամբ, այսինքն՝ **հարաբերական արագությունը** (նկ. 38):



Նկ. 38. *Հարաբերական արագության վեկտորը*

«Երկրորդ մարմնի արագությունն առաջինի նկատմամբ» ասելով հասկանում ենք II մարմնի արագությունն I մարմնին կապված հաշվարկման համակարգում: Դիցուք՝ հայտնի է II մարմնի $\vec{v}_2$ արագությունն անշարժ համակարգի նկատմամբ, և պետք է որոշել նրա $\vec{v}_{21}$ արագությունը $\vec{v}_1$ արագությամբ շարժվող համակարգի նկատմամբ: Համաձայն արագությունների գումարման բանաձևի՝ $\vec{v}_2 = \vec{v}_{21} + \vec{v}_1$, որտեղից՝

$$\vec{v}_{21} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1: \qquad (3.21)$$

Հանգունորեն՝ I մարմնի արագությունը երկրորդի նկատմամբ՝

$$\vec{v}_{12} = \vec{v}_1 - \vec{v}_2, \text{ այսինքն՝ } \vec{v}_{12} = -\vec{v}_{21}:$$

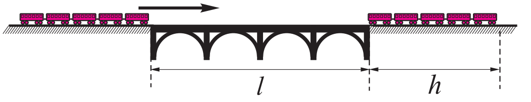
Այսպիսով՝ երկու մարմիններից յուրաքանչյուրի հարաբերական արագությունը հավասար է նրանց արագությունների տարբերությանը: Օրինակ՝ եթե $\vec{v}_1$ արագությամբ շարժվող I գնացքում ուղևորը նայում է հանդիպակաց ուղղությամբ $\vec{v}_2$ արագությամբ շարժվող II գնացքին, ապա տեսնում է, որ II գնացքը շարժվում է $\vec{v}_{21} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$ արագությամբ, որի մոդուլը $v_1 + v_2$ է, քանի որ հակուղղված վեկտորների տարբերության մոդուլը հավասար է վեկտորների մոդուլների գումարին:

Հարցեր և առաջադրանքներ

1. Ի՞նչ է նշանակում՝ «մարմնի դիրքը հարաբերական է»: **2.** Բերե՛ք օրինակ, որտեղ տարբեր հաշվարկման համակարգերում նույն մարմինն ունենա տարբեր կոորդինատներ: **3.** Ձևակերպե՛ք տեղափոխությունների գումարման կանոնը: **4.** Ձևակերպե՛ք արագությունների գումարման կանոնը: **5.** Որքա՞ն է երկու մարմիններից յուրաքանչյուրի հարաբերական արագությունը:

Խնդիրների լուծման օրինակներ

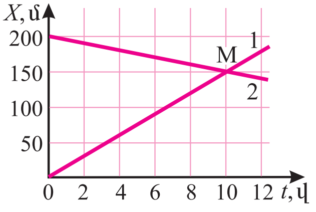
1. 120 մ երկարությամբ գնացքը, շարժվելով հավասարաչափ՝ 5 մ/վ արագությամբ, մոտենում է 480 մ երկարություն ունեցող կամրջին: Որքա՞ն ժամանակում գնացքը կանցնի կամուրջը:



Լուծում: Ինչպես երևում է նկարից, կամուրջն անցնելու համար գնացքը պետք է անցնի $s = l + h$ ճանապարհ: Այդ ճանապարհին նրա ծախսած ժամանակը՝ $t = (l + h)/v = 120$ վ:

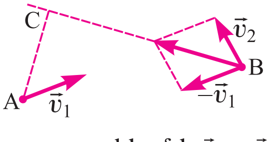
Պատասխան՝ 120 վ:

2. Նկարում պատկերված են *X* առանցքով շարժվող ավտոբուսի և հեծանվորդի շարժման գրաֆիկները: Օգտվելով այդ գրաֆիկներից՝ գտեք նրանց արագությունները, հանդիպման տեղը և ժամանակը:



Լուծում: Վերլուծելով (1) գրաֆիկը՝ տեսնում ենք, որ սկզբնակետից ավտոբուսի դուրս գալուց 10 վ անց նրա կոորդինատը դարձել է 150 մ: Ուրեմն՝ ավտոբուսը շարժվել է 15 մ/վ արագությամբ: Հեծանվորդը շարժումն սկսել է 200 մ կոորդինատով կետից, 10 վ անց եղել է 150 մ կոորդինատով կետում, ուրեմն՝ նա շարժվել է 5 մ/վ արագությամբ: Գրաֆիկները հատվում են M կետում, որը նշանակում է, որ ավտոբուսը և հեծանվորդը հանդիպել են հաշվարկման սկզբից 10 վ անց՝ ավտոբուսի սկզբնական դիրքից 150 մ հեռավորությամբ կետում:

3. Երկու մարմին շարժվում են հավասարաչափ՝ $\vec{v}_1$ և $\vec{v}_2$ արագություններով, ինչպես ցույց է տրված նկարում: Գրաֆիկորեն որոշեք այն ամենափոքր հեռավորությունը, որին հասնում են մարմինները շարժման ընթացքում:



Լուծում: Խնդրի լուծման համար բավական է իմանալ մարմինների հարաբերական արագությունը: Շարժումը դիտարկենք առաջին մարմնի հետ կապված հաշվարկման համակարգում, որտեղ առաջին մարմինն անշարժ է, իսկ երկրորդը շարժվում է $\vec{v}_2 - \vec{v}_1$ հարաբերական արագությամբ՝ այդ արագության ուղղությամբ ուղղված BC ուղղով: Հետևաբար՝ մարմինների միջև ամենափոքր հեռավորությունը կլինի A կետից BC ուղղին տարված ուղղահայացի AC երկարությունը:

ԳԼՈՒԽ IV

ՈՒՂՂԱԳԻԾ ԱՆՀԱՎԱՍԱՐԱՉԱՓ ՇԱՐԺՈՒՄ

§14. ԱՆՀԱՎԱՍԱՐԱՉԱՓ ՇԱՐԺՈՒՄ: ԱՆՀԱՎԱՍԱՐԱՉԱՓ ՇԱՐԺՄԱՆ ՄԻՋԻՆ ԵՎ ԱԿՆԹԱՐԹԱՅԻՆ ԱՐԱԳՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ

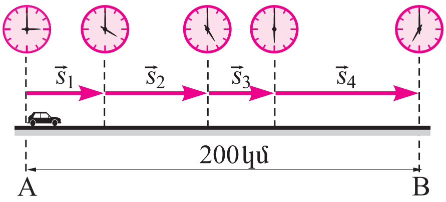
Հաճախ հանդիպում են շարժումներ, երբ հավասար ժամանակամիջոցներում մարմնի տեղափոխությունները տարբեր են: **Այն շարժումը, որի ընթացքում գոնե երկու հավասար ժամանակամիջոցներում մարմինը կատարում է անհավասար տեղափոխություններ, կոչվում է անհավասարաչափ կամ փոփոխական շարժում:**

Սովորաբար անհավասարաչափ են շարժվում գրեթե բոլոր մարմինները. մարզիկները՝ խաղահրապարակներում, ավտոմեքենաները՝ փողոցներում, գնացքները՝ կայարանին մոտենալիս և հեռանալիս, ինքնաթիռները՝ թռիչքուղու վրա և այլն: Փոփոխական շարժման ժամանակ կամայական t ժամանակամիջոցում մարմնի տեղափոխության հարաբերությունն այդ ժամանակամիջոցին այլևս հաստատուն մեծություն չէ և չի կարող բնութագրել փոփոխական շարժումն ընդհանրապես: Ուստի՝ փոփոխական շարժումներն ուսումնասիրելու համար անհրաժեշտ է սահմանել մի շարք նոր հասկացություններ:

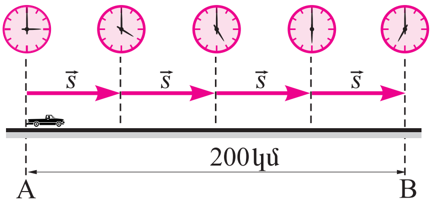
Միջին արագություն: Այն դեպքերում, երբ մեզ հետաքրքրում է մարմնի անհավասարաչափ շարժումը միայն հետագծի որոշակի տեղամասում, որը մարմինն անցել է որոշակի t ժամանակամիջոցում, օգտվում են այսպես կոչված «միջին արագություն» հասկացությունից: **Անհավասարաչափ շարժման միջին արագություն հետագծի որևէ տեղամասում կոչվում է այն ֆիզիկական մեծությունը, որը հավասար է այդ տեղամասը բնութագրող $\vec{s}$ տեղափոխության և t ժամանակամիջոցի հարաբերությանը.**

$$\vec{v}_{\text{միջ}} = \frac{\vec{s}}{t}: \qquad (4.1)$$

39-րդ նկարում պատկերված է A կետից B կետ հասած մարդատար ավտոմեքենայի տեղափոխությունը յուրաքանչյուր ժամվա ընթացքում: Ինչպես երևում է նկարից, հավասար ժամանակամիջոցներում ավտոմեքենան կատարել է անհավասար տեղափոխություններ և 200 կմ ճանապարհն անցել է 4 ժամում: Այժմ պատկերացնենք, թե մարդատար ավտոմեքենայի հետ միաժամանակ նույն երթու-



Նկ. 39. *Մարդատարի շարժումը*



Նկ. 40. *Բեռնատարի շարժումը*

ղի է դուրս եկել բեռնատար ավտոմեքենան և, շարժվելով հավասարաչափ, մարդատարի հետ միաժամանակ հասել է B կետ (նկ.40): Դա հնարավոր կլինի, եթե բեռնատարը շարժվի 50կմ/ժ հաստատուն արագությամբ: Հենց այդ ուղղագիծ հավասարաչափ շարժման արագությունն էլ ցույց կտա անհավասարաչափ շարժման միջին արագությունը: **Անհավասարաչափ շարժման միջին արագությունը հավասար է այն հավասարաչափ շարժման արագությանը, որի դեպքում շարժվող մարմինը նույն $\vec{s}$ տեղափոխությունը կատարում է նույն t ժամանակում, ինչ անհավասարաչափ շարժման դեպքում:**

Իմանալով միջին արագությունը՝ (4.1) բանաձևից կարող ենք որոշել տվյալ t ժամանակամիջոցում մարմնի տեղափոխությունը՝

$$\vec{s} = \vec{v}_{\text{միջ}}t: \tag{4.2}$$

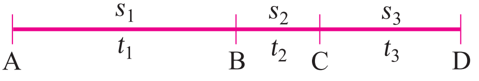
Պետք է հիշել, որ այս բանաձևը ճիշտ արդյունք է տալիս հետագծի միայն այն տեղամասի համար, որի համար որոշված է միջին արագությունը: Եթե, օգտվելով միջին արագության 50կմ/ժ արժեքից, հաշվենք տեղափոխությունը ոչ թե 4, այլ 2 կամ 3 ժամվա համար, ապա սխալ արդյունք կստանանք: Դա բացատրվում է նրանով, որ 4 ժամվա համար հաշված միջին արագությունը հավասար չէ 2 կամ 3 ժամվա համար հաշված միջին արագությանը:

(4.1) բանաձևով որոշվող միջին արագությունը վեկտորական մեծություն է, ուստի՝ տեղափոխության միջոցով սահմանված միջին արագությունն անվանում են վեկտորական միջին արագություն: Գործնականում ավելի հաճախ օգտագործվում է ճանապարհի միջոցով սահմանվող սկալյար **միջին ճանապարհային արագությունը՝** որպես t ժամանակամիջոցում մարմնի անցած s ճանապարհի և այդ ժամանակամիջոցի հարաբերություն՝

$$v_{\text{միջ}} = \frac{s}{t}: \tag{4.3}$$

Միջին ճանապարհային արագությունը փաստորեն այն արագությունն է, որ կունենար մարմինը, եթե, հավասարաչափ շարժվելով, s ճանապարհն անցներ նույն t ժամանակամիջոցում, ինչ փոփոխական շարժման դեպքում:

Պետք է նկատի ունենալ, որ սկալյար միջին արագությունը նույնպես կախված է այն տեղամասից, որի համար այն որոշվում է: Օրինակ՝ 41-րդ նկարում պատկերված AD ճանապարհի AB հատվածում միջին արագությունը՝ $v_{1\text{միջ}} = s_1/t_1$, BC հատվածում՝ $v_{2\text{միջ}} = s_2/t_2$, CD հատվածում՝ $v_{3\text{միջ}} = s_3/t_3$, իսկ ամբողջ AD ճանապարհի վրա միջին արագությունը՝



Նկ.41. *Միջին արագությունը տարբեր տեղամասերում*

$$v_{միջ} = \frac{s_{լր}}{t_{լր}} = \frac{s_1 + s_2 + s_3}{t_1 + t_2 + t_3} \tag{4.4}$$

և կարող է էապես տարբերվել յուրաքանչյուր տեղամասի միջին արագությունից:

Ակնթարթային արագություն: Անհավասարաչափ շարժում կատարող ավտոմեքենայի արագաչափի ցուցմունքը ժամանակի ընթացքում փոփոխվում է (սլաքը տատանվում է): Իսկ ի՞նչ իմաստ ունի տվյալ պահին նրա ցույց տված արագության արժեքը: Եթե այդ պահից հաշված փոքր Δt ժամանակամիջոցում մարմինը կատարի $\Delta\vec{s}$ տեղափոխություն, ապա $\Delta\vec{s}/\Delta t$ հարաբերության, այսինքն՝ միջին արագության մոդուլը քիչ կտարբերվի արագաչափի՝ տվյալ պահին ունեցած ցուցմունքից, ընդ որում, որքան փոքր լինի Δt-ն, այնքան փոքր կլինի այդ տարբերությունը: Սահմանային դեպքում, երբ Δt-ն ձգտում է զրոյի, այդ տարբերությունն էլ է ձգտում զրոյի, այսինքն՝ միջին արագության արժեքը համընկնում է տվյալ պահին (ակնթարթին) արագաչափի ցուցմունքին:

Մարմնի արագությունը ժամանակի տվյալ պահին կամ հետագծի տվյալ կետում կոչվում է ակնթարթային արագություն:

Այսպիսով՝ ակնթարթային արագությունը t պահին հավասար է միջին արագությանն այնպիսի բավականաչափ փոքր Δt ժամանակամիջոցում, որն ընդգրկում է տվյալ t պահը՝

$$\vec{v} = \frac{\Delta\vec{s}}{\Delta t}: \tag{4.5}$$

Ակնթարթային արագությանը կարելի է մեկնաբանել նաև այսպես: Բավականաչափ փոքր Δt ժամանակամիջոցում մարմնի շարժումը կարելի է համարել ուղղագիծ հավասարաչափ, որի արագությունն էլ ակնթարթային արագությունն է: Այլ կերպ ասած՝ եթե տվյալ պահից սկսած մարմինը շարժվեր ուղղագիծ հավասարաչափ, ապա նրա շարժման արագությունը կհամընկներ այդ պահին մարմնի ակնթարթային արագությանը:

Մարմնի ուղղագիծ հավասարաչափ շարժման դեպքում միջին արագությունը ճանապարհի կամայական հատվածում և ակնթարթային արագությունը ժամանակի յուրաքանչյուր պահի հավասար են ուղղագիծ հավասարաչափ շարժման արագությանը, ուստի՝ այս շարժման ժամանակ հարկ չկա նշելու, թե որ արագության մասին է խոսքը, պարզապես կարելի է ասել արագություն՝ հասկանալով նշված արագություններից որևիցե մեկը:

Փոփոխական շարժման ակնթարթային արագության մասին խոսելիս ամեն անգամ «ակնթարթային» բառը հատուկ չի նշվում: Միջին արագության մասին խոսելիս «միջին» բառը նշվում է հատուկ, իսկ երբ պարզապես ասում են «արագություն», հասկանում են ակնթարթային արագությունը:

? Հարցեր և առաջադրանքներ

1. Ո՞ր շարժումն է կոչվում անհավասարաչափ: **2.** Ի՞նչ բանաձևով են հաշվում անհավասարաչափ շարժման միջին արագությունը, և ի՞նչ է ցույց փալիս այն: **3.** Ի՞նչ է ակնթարթային արագությունը: **4.** Ի՞նչ ուղղություն ունի ակնթարթային արագությունը: **5.** Ի՞նչ է ցույց փալիս ավտոմեքենայի արագաչափը:

Խնդիրների լուծման օրինակներ

1. Իրար հաջորդող t_0 հավասար ժամանակամիջոցներում $(t_1 = t_2 = ... = t_n = t_0)$ մարմինը շարժվել է, համապատասխանաբար, $v_1, v_2, ..., v_n$ հաստատուն արագություններով: Որքա՞ն է մարմնի միջին արագությունն ամբողջ ճանապարհին: Քննարկել $n = 2$ մասնավոր դեպքը, երբ $v_1 = 40$ կմ/ժ, $v_2 = 60$ կմ/ժ:

Լուծում: Համաձայն սահմանման՝ մարմնի միջին արագությունն ամբողջ ճանապարհին՝

$$v_{միջ} = \frac{s_{լր}}{t_{լր}} = \frac{s_1 + s_2 + ... + s_n}{t_1 + t_2 + ... + t_n}$$

Բայց $s_1 = v_1 t_0$, $s_2 = v_2 t_0$, ..., $s_n = v_n t_0$, հետևաբար՝

$$v_{միջ} = \frac{v_1 t_0 + v_2 t_0 + ... + v_n t_0}{t_1 + t_2 + ... + t_n} = \frac{(v_1 + v_2 + ... + v_n) t_0}{n t_0} = \frac{v_1 + v_2 + ... + v_{n0}}{n},$$

այսինքն՝ տվյալ խնդրում միջին արագությունն ամբողջ ճանապարհին հավասար է տարբեր հատվածներում մարմնի ունեցած արագությունների միջին թվաբանականին, մասնավորապես, $n = 2$ դեպքում $v_{միջ} = (v_1 + v_2)/2 = 50$կմ/ժ:

Պատասխան՝ 50 կմ/ժ:

2. Մարմինն իրար հաջորդող n հավասար s_0 ճանապարհներն անցնում է, համապատասխանաբար, $v_1, v_2, ..., v_n$ հաստատուն արագություններով: Որքա՞ն է մարմնի միջին ճանապարհային արագությունն ամբողջ ճանապարհին: Քննարկել $n = 2$ մասնավոր դեպքը, երբ $v_1 = 40$կմ/ժ, $v_2 = 60$կմ/ժ:

Լուծում: Միջին ճանապարհային արագության սահմանման համաձայն՝

$$v_{միջ} = \frac{s_1 + s_2 + ... + s_n}{t_1 + t_2 + ... + t_n} = \frac{n s_0}{s_0/v_1 + s_0/v_2 + ... + s_0/v_n} = \frac{n_0}{1/v_1 + 1/v_2 + ... + 1/v_n},$$

կամ

$$\frac{1}{v_{միջ}} = \frac{1}{n}\left(\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2} + ... + \frac{1}{v_n}\right),$$

այսինքն միջին արագության հակադարձ մեծությունը հավասար է առանձին տեղամասերում մարմնի ունեցած արագությունների հակադարձ մեծությունների միջին թվաբանականին կամ այսպես կոչված **ներդաշնակ միջինին**: Մասնավորապես, $n = 2$ դեպքում

$$\frac{1}{v_{միջ}} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2}\right) \text{ կամ } v_{միջ} = \frac{2 v_1 v_2}{v_1 + v_2} = 48 \text{ կմ/ժ:}$$

Պատասխան՝ 48 կմ/ժ:

Խորացված

3. Հեծանվորդը ճամբարից շարժվում է հորիզոնական ճանապարհով, հետո՝ սար բարձրանում, իսկ այնուհետև նույն ճանապարհով վերադառնում ելման կետ: Սար բարձրանալիս նրա արագությունը $v_1 = 7{,}5$ կմ/ժ է, իսկ իջնելիս՝ $v_2 = 15$ կմ/ժ: Ի՞նչ v արագությամբ նա պետք է շարժվի հորիզոնական ճանապարհով, որպեսզի կարողանա հաշվել երթուղու s երկարությունը՝ չափելով ուղևորության t ժամանակը:

Լուծում: Եթե սարալանջի երկարությունը նշանակենք s_1-ով, ապա հորիզոնական տեղամասի երկարությունը հավասար կլինի $s/2 - s_1$, ուստի՝ ուղևորության ժամանակը՝

Խորացված

$$t = \frac{2\left(\frac{s}{2} - s_1\right)}{v} + \frac{s_1}{v_1} + \frac{s_1}{v_2},$$

որտեղից

$$s = vt - vs_1\left(\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2} - \frac{2}{v}\right): \qquad \text{(ա)}$$

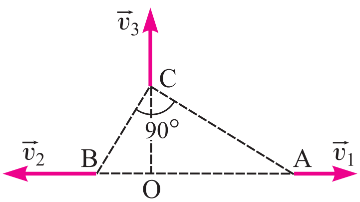
(ա) արտահայտությունից երևում է, որ չափելով ուղևորության t ժամանակը, հնարավոր է որոշել երթուղու երկարությունը, եթե փակագծում գրվածը զրո է, այսինքն՝

$$\frac{1}{v} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2}\right): \qquad \text{(բ)}$$

Այս դեպքում երթուղու երկարությունը՝ $s = vt$:

Ստացվեց զարմանալի արդյունք՝ (բ) պայմանի դեպքում շարժման t ժամանակում հեծանվորդի միջին արագությունը հավասար է հորիզոնական տեղամասում նրա շարժման արագությանը, այսինքն՝ երթուղու երկարությունը հաշվելու համար կարելի է մոռանալ վերելքի ու վայրէջքի մասին և համարել, որ ամբողջ երթուղին հորիզոնական է եղել, և հեծանվորդը շարժվել է հաստատուն արագությամբ:

4. Խաչմերուկից փոխուղղահայաց ուղղություններով միաժամանակ դուրս է գալիս երեք ավտոմեքենա, առաջինը՝ v_1 = 40 կմ/ժ արագությամբ դեպի արևելք, երկրորդը՝ v_2 = 60 կմ/ժ արագությամբ դեպի արևմուտք: Որոշ ժամանակ անց դեպի հյուսիս շարժվող երրորդ ավտոմեքենայի ուղևորը տեսնում է առաջին և երկրորդ ավտոմեքենաները 90° անկյան տակ: Ի՞նչ միջին արագությամբ է շարժվել այդ ընթացքում երրորդ ավտոմեքենան:



Լուծում: Գծագրից երևում է, որ CO-ն BCA ուղղանկյուն եռանկյան ուղիղ անկյան գագաթից ներքնաձիգին տարված բարձրությունն է, հետևաբար՝ նրա քառակուսին հավասար է ներքնաձիգի վրա առաջացած հատվածների արտադրյալին. $|OC|^2 = |OA| \cdot |OB|$: Հաշվի առնելով, որ OC, OA և OB հատվածները մարմինների անցած ճանապարհներն են, կստանանք՝ $(v_3t)^2 = (v_1t) \cdot (v_2t)$, որտեղից՝ $v_3 = \sqrt{v_1v_2}$, այսինքն՝ երրորդ ավտոմեքենայի միջին արագությունը հավասար է դեպի արևելք և արևմուտք շարժվող ավտոմեքենաների արագությունների **միջին երկրաչափականին**: Տեղադրելով v_1-ի և v_2-ի արժեքները, կստանանք՝ $v_3 \approx 49$ կմ/ժ:

Հետաքրքիր է իմանալ

Միջին արժեք

Խնդիրների լուծման օրինակներում մարմնի շարժման միջին արագությունը մի դեպքում հավասար է տրված արագությունների միջին թվաբանականին, երկրորդ դեպքում՝ միջին երկրաչափականին, երրորդ դեպքում՝ միջին ներդաշնակին, ընդ որում, 40 և 60 թվերի հարմոնիկ, երկրաչափական և թվաբանական միջինների համար, համապատասխանաբար, ստացանք 48, 49 և 50 արժեքները: Ինչպես կտեսնենք ստորև, ոչ թե պատահականություն, այլ օրինաչափություն է, որ միջին մեծություններից նվազագույն արժեք ունի միջին ներդաշնակը, իսկ առավելագույն՝ միջին թվաբանականը:

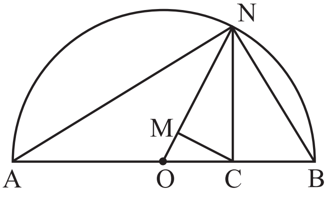
Միջին մեծությունները հայտնի են եղել դեռևս Հին աշխարհի մաթեմատիկոսներին: Հույն մաթեմատիկոս Արքիտասի (մ.թ.ա. 428-365թթ.) աշխատություններում երկու (դրական) թվերի m թվաբանական միջինը, g երկրաչափական միջինը և h ներդաշնակ միջինը սահմանվել են, համապատասխանաբար, որպես թվաբանական, երկրաչափական և ներդաշնակ համեմատությունների միջին անդամներ՝

$$a - m = m - b,\quad a:g = g:b,\quad (a - h):a = (h - b):b,$$

որոնցից հետևում է, որ

$$m = \frac{a + b}{2},\quad g = \sqrt{ab},\quad h = \frac{2ab}{a + b}:$$

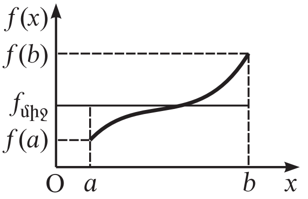
Հույն մաթեմատիկոս Պապպոս Ալեքսանդրացու (III-IV դդ.) «Մաթեմատիկական ժողովածու» աշխատության մեջ նկարագրված է ինչպես կառուցել վերոնշյալ միջինները նույն երկրաչափական պատկերի ներսում, որը հնարավորություն է տալիս նաև ապացուցելու այդ միջինների կապն արտահայտող անհավասարությունները: Այդպիսի կառուցման մի օրինակ ցույց է տրված նկարում:



AB հատվածի՝ որպես տրամագծի վրա կառուցված է կիսաշրջանագիծ, որի կենտրոնն O կետն է: Տրամագիծը կամայական կետով տրոհված է երկու հատվածի՝ AC = a և CB = b: C կետով տարված են ուղղահայացներ AB տրամագծին և ON շառավղին: a և b թվերի միջին թվաբանականը շրջանագծի շառավիղն է, երկրաչափականը և ներդաշնակ միջինները՝ CN և CM հատվածները: Եթե AC = CB, ապա O և C կետերը համընկնում են, հետևաբար՝ համընկնում են նաև բոլոր դիտարկվող հատվածները՝ $NM = NC = ON$: Հետևաբար՝ կարող ենք պնդել, որ

$$\frac{2ab}{a + b} \# \sqrt{ab} \# \frac{a + b}{2},$$

ընդ որում, հավասարության նշանը վերաբերվում է $a = b$ դեպքին:



Ֆիզիկայում առավել հաճախ առնչվում ենք տվյալ միջակայքում անընդհատ փոփոխվող ֆիզիկական մեծության միջին արժեքի հետ: Դիցուք՝ f ֆիզիկական մեծության կախումը x-ից ունի նկարում պատկերված տեսքը: Ենթադրենք՝ $f(x)$ գրաֆիկով, OX առանցքով և այդ առանցքին a և b կետերում կանգնեցված ուղղահայացներով սահմանափակված կորագիծ սեղանի ΔS մակերեսը հավասար է $[a, b]$ հատվածի վրա կառուցված ուղղանկյան մակերեսին: f ֆիզիկական մեծության միջին արժեք $[a, b]$ հատվածում կոչվում է ուղղանկյան բարձրությունը.

$$f_{միջ} = \frac{S}{b - a}:$$

Նկատենք, որ եթե f ֆիզիկական մեծության կախումը x-ից գծային է, ապա նրա գրաֆիկով սահմանափակված պատկերն ուղղանկյուն սեղան է, որի մակերեսը՝

$$S = \frac{f(a) + f(b)}{2}(b - a),\ \text{որտեղից}\ \ f_{միջ} = \frac{f(a) + f(b)}{2}:$$

Այսպիսով՝ գծային օրենքով փոփոխվող ֆիզիկական մեծության միջին արժեքը որոշակի միջակայքում հավասար է այդ միջակայքի սկզբնակետում և վերջնակետում ֆիզիկական մեծության արժեքների միջին թվաբանականին: Այս փաստը հաճախ օգտագործվում է զանազան խնդիրներ լուծելիս:

§15. ՀԱՎԱՍԱՐԱՉԱՓ ՓՈՓՈԽԱԿԱՆ ՇԱՐԺՈՒՄ: ԱՐԱԳԱՑՈՒՄ

Մարմնի անհավասարաչափ շարժման ընթացքում ակնթարթային արագությունը ժամանակից կախված անընդհատ փոփոխվում է: Իսկ ինչպե՞ս հաշվել մարմնի ակնթարթային արագությունը:

Անհավասարաչափ շարժման տարածված տեսակ է այն շարժումը, որի ժամանակ արագությունը կամայական հավասար ժամանակամիջոցներում կրում է միատեսակ փոփոխություն: Այդպիսի շարժում է կատարում, օրինակ, թեք հարթությամբ գլորվող գնդիկը, որոշ բարձրությունից ընկնող քարը, կայարանից շարժվող գնացքը և այլն: **Այն շարժումը, որի ժամանակ մարմնի արագությունը կամայական հավասար ժամանակամիջոցներում փոփոխվում է նույն չափով, կոչվում է հավասարաչափ փոփոխական շարժում**:

Սահմանումից բխում է, որ Δt ժամանակամիջոցում արագության $\Delta\vec{v}$ փոփոխության և այդ ժամանակամիջոցի հարաբերությունը հաստատուն մեծություն է՝

$$\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = const: \qquad (4.6)$$

Վերջինս արագության փոփոխման արագությունն է, որն անվանում են հավասարաչափ փոփոխական շարժման արագացում՝

$$\vec{a} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}: \qquad (4.7)$$

Եթե արագությունը շարժման սկզբում եղել է v_0, իսկ t պահին՝ $\vec{v}$, ապա $\Delta\vec{v} = \vec{v} - \vec{v}_0$, $\Delta t = t$, հետևաբար՝ արագացումը՝

$$\vec{a} = \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{t}: \qquad (4.8)$$

Արագացման միավորը: (4.8) հավասարումից հետևում է, որ արագացումը հավասար է միավորի, եթե միավորի են հավասար արագության փոփոխությունը և ժամանակամիջոցը: Ուստի՝ արագացման միավորը ՄՀ-ում այն հավասարաչափ փոփոխական շարժման արագացումն է, որի դեպքում 1 վայրկյանում արագությունը փոփոխվում է 1 մ/վ-ով: Հետևաբար՝ ՄՀ-ում արագացումն արտահայտվում է մետր-վայրկյան-վայրկյանով կամ մետր-քառակուսի վայրկյանով (մ/վ^2).

$$[a] = \frac{[v]}{[t]} = \frac{1\ \text{մ/վ}}{1\ \text{վ}} = 1\ \text{մ/վ}^2: \qquad (4.9)$$

Եթե հավասարաչափ փոփոխական շարժում կատարող մարմնի $\vec{v}_0$ սկզբնական արագությունը և $\vec{a}$ արագացումը հայտնի են, ապա ժամանակի t պահին մարմնի $\vec{v}$ արագությունը կարտահայտվի

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t \qquad (4.10)$$

հավասարությամբ, որը հավասարաչափ փոփոխական շարժման **առաջին հիմնական հավասարումն** է:

Եթե հավասարաչափ փոփոխական շարժումն սկսվում է դադարի վիճակից ($\vec{v}_0 = 0$), ապա արագության կախումը ժամանակից կունենա հետևյալ տեսքը՝

$$\vec{v} = \vec{a}t: \qquad (4.11)$$

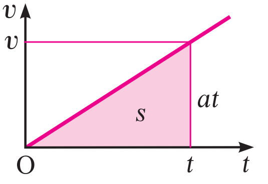
(4.11) հավասարումից հետևում է, որ ժամանակի յուրաքանչյուր պահի մարմնի շարժման արագության ուղղությունը համընկնում է արագացման ուղղությանը. մարմինը շարժվում է ուղիղ գծով՝ արագացման վեկտորի ուղղությամբ: Ուրեմն՝ **դադարի վիճակից հավասարաչափ փոփոխական շարժումն ուղղագիծ շարժում է**:

(4.11) հավասարումից մարմնի ճանապարհային արագությունը՝

$$v = at \tag{4.12}$$

այսինքն՝ մարմնի ճանապարհային արագությունն ուղիղ համեմատական է շարժման t ժամանակին և ժամանակի ընթացքում անընդհատ աճում է: Շարժումը, որի ընթացքում արագության մոդուլն աճում է, կոչվում է **արագացող շարժում**: Իսկ նվազող արագության մոդուլով շարժումը կոչվում է **դանդաղող**:

Դադարի վիճակից հավասարաչափ արագացող շարժման արագության մոդուլի գրաֆիկն ուղիղ գիծ է (նկ. 42): Ինչպես նշել ենք § 12-ում, այդ գրաֆիկով սահմանափակված պատկերի մակերեսը թվապես հավասար է մարմնի անցած ճանապարհին: Տվյալ դեպքում այդ պատկերն ուղղանկյուն եռանկյուն է, որի մի էջը շարժման t ժամանակն է, իսկ մյուսը՝ t պահին մարմնի v արագությանը, այսինքն՝ at: Հետևաբար՝ t ժամանակում մարմնի անցած ճանապարհը՝



Նկ. 42. *Ճանապարհը ներկված եռանկյան մակերեսն է*

$$s = \frac{at^2}{2}: \tag{4.13}$$

Հաշվի առնելով, որ դադարի վիճակից հավասարաչափ արագացող շարժման դեպքում մարմինը շարժվում է ուղիղ գծով, միշտ նույն՝ արագացման վեկտորի ուղղությամբ, կարող ենք որոշել մարմնի տեղափոխությունը: Այս դեպքում տեղափոխության մոդուլը հավասար է մարմնի անցած ճանապարհին, իսկ ուղղությունը համընկնում է արագացման վեկտորի ուղղությանը, հետևաբար՝

$$\vec{s} = \frac{\vec{a}t^2}{2}: \tag{4.14}$$

t ժամանակում մարմնի տեղափոխությունը հաշվելու այս բանաձևը կոչվում է հավասարաչափ փոփոխական շարժման **երկրորդ հիմնական հավասարում**:

Այժմ ստանանք հավասարաչափ փոփոխական շարժման տեղափոխության բանաձևը, երբ շարժման սկզբում անշարժ հաշվարկման համակարգի նկատմամբ մարմինն ունի $\vec{v}_0$ սկզբնական արագություն:

Մարմնի շարժումը դիտարկենք մի համակարգում, որն առաջինի նկատմամբ շարժվում է $\vec{v}_0$ հաստատուն արագությամբ: Համաձայն արագությունների գումարման բանաձևի՝ մարմնի $\vec{v}$ արագությունն անշարժ համակարգի նկատմամբ հավասար է շարժվող համակարգի նկատմամբ նրա $\vec{v}'$ արագության և շարժվող համակարգի արագության գումարին՝

$$\vec{v} = \vec{v}' + \vec{v}_0: \tag{4.15}$$

(4.10) և (4.15) հավասարումներից հետևում է, որ շարժվող համակարգի նկատմամբ մարմնի արագության կախումը ժամանակից արտահայտվում է հետևյալ կերպ՝

$$\vec{v}' = \vec{a}t: \tag{4.16}$$

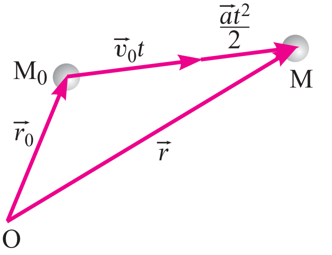
Սա նշանակում է, որ շարժվող համակարգի նկատմամբ մարմինը կատարում հավասարաչափ արագացող շարժում դադարի վիճակից, ընդ որում, արագացումը երկու հաշվարկման համակարգերում նույնն է: **Միմյանց նկատմամբ ուղղագիծ հավասարաչափ շարժվող բոլոր հաշվարկման համակարգերում արագացումը նույնն է:**

Շարժվող համակարգում մարմնի շարժումն սկսվում է դադարի վիճակից, ուստի՝ այդտեղ t ժամանակում մարմնի տեղափոխությունը կարտահայտվի (4.14) բանաձևով: Նույն t ժամանակում շարժվող համակարգը կկատարի $\vec{v}_0 t$ տեղափոխություն, հետևաբար՝ տեղափոխությունների գումարման բանաձևից անշարժ համակարգի նկատմամբ մարմնի տեղափոխությունը՝

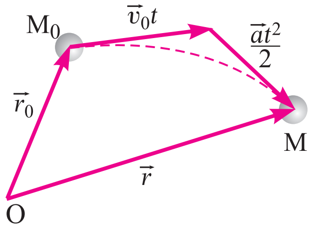
$$\vec{s} = \vec{v}_0 t + \frac{\vec{a}t^2}{2}: \qquad (4.17)$$

Եթե մարմնի սկզբնական դիրքի շառավիղ-վեկտորը եղել է $\vec{r}_0$, ապա t պահին նրա $\vec{r}$ շառավիղ-վեկտորը՝

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{\vec{a}t^2}{2}: \qquad (4.18)$$



Նկ. 43. *Շարժումն ուղղագիծ է:*



Նկ. 44. *Շարժումը կորագիծ է:*

(4.18)-ը մեխանիկայի հիմնական խնդրի լուծումն է հաստատուն արագացմամբ շարժման դեպքում: Այս արտահայտությունն առանձնահատուկ նշանակություն ունի այն պատճառով, որ խնդրի լուծման ժամանակ ոչ մի սահմանափակում չդրվեց մարմնի հետագծի տեսքի վրա: Ավելին՝ (4.18) բանաձևը հնարավորություն է տալիս պարզելու, թե հաստատուն արագացմամբ շարժվող մարմնի հետագիծը որ դեպքում կլինի ուղիղ գիծ և որ դեպքում՝ կոր: Իրոք, (4.18)-ից երևում է, որ եթե մարմնի շարժման արագացումը և սկզբնական արագությունն ուղղված են մի ուղղով, ապա ժամանակի կամայական պահի այդ ուղղով են ուղղված նաև արագությունը և տեղափոխությունը: Իսկ դա նշանակում է, որ մարմինը շարժվում է նույն ուղղով, այսինքն՝ մարմնի շարժման **հետագիծն ուղիղ գիծ է** (նկ. 43): Եթե մարմնի շարժման արագացումը և սկզբնական արագությունն ուղղված չեն մի ուղղով, ապա արագության ուղղությունն անընդհատ փոխվում է. մարմինը կատարում է **կորագիծ շարժում** (նկ. 44):

Նկատենք, որ ուղղագիծ հավասարաչափ շարժման հավասարումներն ստացվում են հավասարաչափ արագացող շարժման հավասարումներից, եթե դրանց մեջ տեղադրենք $\vec{a} = 0$, $\vec{v}_0 = \vec{v}$: Իրոք, այդ դեպքում (4.18) հավասարումից՝

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}t: \qquad (4.19)$$

Վերջապես, եթե ստացված հավասարումների մեջ արագությունն էլ լինի զրո, ապա կստանանք **դադարը** նկարագրող հավասարումը՝

$$\vec{r} = \vec{r}_0, \qquad (4.20)$$

ըստ որի՝ մարմինը տեղից չի շարժվել և շարունակում է մնալ սկզբնական դիրքում:

(4.18) բանաձևով որոշված շառավիղ-վեկտորի առաջին գումարելին համապատասխանում է $\vec{r}_0$ կետում դադարի վիճակին: Երկրորդ գումարելին ցույց է տալիս, թե մարմինն ինչքան կտեղաշարժվեր այդ կետից, եթե շարժվեր հավասարաչափ՝ $\vec{v}_0$ հաստատուն արագությամբ: Երրորդ գումարելին արագացմամբ պայմանավորված ուղղումն է: Այսպիսով՝ կարելի է համարել, որ մարմինը միաժամանակ կատարում է մի քանի **անկախ** շարժումներ՝ ա) հավասարաչափ շարժում $\vec{v}_0$ արագությամբ, բ) հավասարաչափ արագացող շարժում դադարի վիճակից $\vec{a}$ արագացմամբ: Ընդ որում, արդյունարար շարժման տեղափոխությունը հավասար է առանձին շարժումների ընթացքում մարմնի տեղափոխությունների վեկտորական գումարին: Տեղափոխությունների գումարման կանոնից բխող այս պնդումը կոչվում է **շարժումների անկախության սկզբունք**:

?

Հարցեր և առաջադրանքներ

1. Ո՞ր շարժումն է կոչվում հավասարաչափ փոփոխական: **2.** Ո՞ր մեծությունն է կոչվում հավասարաչափ արագացող փոփոխական շարժման արագացում: **3.** Ո՞րն է արագացման միավորը ՄՀ-ում, և ի՞նչ ֆիզիկական իմաստ ունի այն: **4.** Գրե՛ք մարմնի հավասարաչափ փոփոխական շարժման արագության՝ ժամանակից կախումն արտահայտող բանաձևը: **5.** Ի՞նչ բանաձևով է որոշվում դադարի վիճակից հավասարաչափ արագացող շարժում կատարող մարմնի տեղափոխությունը: **6.** Որքա՞ն է մարմնի հավասարաչափ արագացող շարժման միջին արագությունն այն ժամանակամիջոցում, որի ընթացքում արագությունը 0-ից դարձել է v: **7.** Հաստատուն արագացմամբ շարժման հետագիծը ե՞րբ է ուղիղ գիծ: **8.** Գրե՛ք սկզբնական արագությամբ հավասարաչափ փոփոխական շարժում կատարող մարմնի արագության, տեղափոխության և շառավիղ-վեկտորի՝ ժամանակից կախումն արտահայտող բանաձևերը: **9.** Ի՞նչն են անվանում շարժումների անկախության սկզբունք:

§16. ՈՒՂՂԱԳԻԾ ՀԱՎԱՍԱՐԱՉԱՓ ՓՈՓՈԽԱԿԱՆ ՇԱՐԺՄԱՆ ՀԻՄՆԱԿԱՆ ՀԱՎԱՍԱՐՈՒՄՆԵՐԸ: ՇԱՐԺՄԱՆ ԳՐԱՖԻԿԱԿԱՆ ՊԱՏԿԵՐՈՒՄԸ

Ինչպես նշեցինք նախորդ պարագրաֆում, եթե մարմնի շարժման արագացումը և սկզբնական արագությունն ուղղված են մի ուղղով, ապա մարմնի շարժման հետագիծն ուղիղ գիծ է: Այս դեպքում հարմար է կոորդինատային (օրինակ՝ X) առանցքն ուղղել այդ ուղղի երկայնքով և օգտվել այն հավասարումներից, որոնց մեջ մտնում են ոչ թե վեկտորներ, այլ կոորդինատային առանցքի վրա դրանց պրոյեկցիաները (կամ դրանց մոդուլները):

Ինչպես գիտեք, մի քանի վեկտորների գումարի պրոյեկցիան որևէ առանցքի վրա հավասար է նույն առանցքի վրա դրանց պրոյեկցիաների գումարին: Եթե $\vec{a}$, $\vec{v}_0$, $\vec{v}$ և $\vec{s}$ վեկտորների պրոյեկցիաները X առանցքի վրա նշանակենք, համապատասխանաբար, a_x, v_{0x}, v_x և s_x, ապա հավասարաչափ փոփոխական շարժման (4.10), (4.17) և (4.18) հավասարումներից կստանանք՝

$$v_x = v_{0x} + a_x t, \tag{4.21}$$

$$s_x = v_{0x} t + \frac{a_x t^2}{2}, \tag{4.22}$$

$$x = x_0 + v_{0x} t + \frac{a_x t^2}{2}: \tag{4.23}$$

(4.21)-(4.23) հավասարումները **ուղղագիծ հավասարաչափ փոփոխական շարժման հիմնական հավասարումներն են**: Դրանք ամբողջությամբ բնութագրում են հաստատուն արագացմամբ ուղղագիծ շարժումը և սպառիչ պատասխան տալիս այդ շարժման վերաբերյալ յուրաքանչյուր հարցի:

Եթե (4.21) հավասարումից գտնենք t ժամանակը և տեղադրենք (4.22) հավասարման մեջ, կստանանք վերջնական ու սկզբնական արագությունների, արագացման և տեղափոխության պրոյեկցիաների միջև կապ հաստատող բանաձև.

$$v_x^2 - v_{0x}^2 = 2a_x s_x: \tag{4.24}$$

Եթե դադարի վիճակից ($v_0 = 0$) հավասարաչափ արագացող շարժում կատարող մարմինն անցնի $s_x = s$ ճանապարհ, ապա ձեռք կբերի

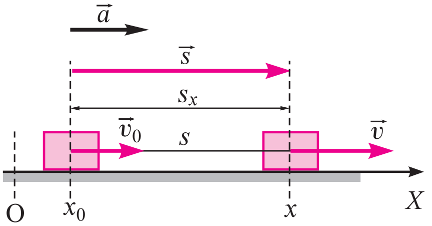
$$v = \sqrt{2as} \tag{4.25}$$

արագություն: Նույն բանաձևից հետևում է նաև, որ v_0 սկզբնական արագությամբ մարմնի անցած ճանապարհը մինչև կանգ առնելը ($v = 0,\ a_x = -a < 0$)՝

$$s = \frac{v_0^2}{2a}: \tag{4.26}$$

Կախված v_{0x}-ի և a_x-ի նշաններից մարմնի շարժումը կարող է լինել արագացող (հավասարաչափ արագացող շարժում), դանդաղող (հավասարաչափ դանդաղող շարժում) կամ դրանց համակցությունը (հավասարաչափ փոփոխական շարժում): Հաճախ հարմար է լինում կոորդինատային առանցքն ուղղել սկզբնական արագության ուղղությամբ: Այդ դեպքում $v_{0x} = v$ և շարժման բնույթը որոշում է a_x-ի նշանը:

Հավասարաչափ արագացող շարժում ($\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{v}_0$, $a_x = a$): Եթե արագացումն ուղղված է սկզբնական արագության ուղղությամբ (նկ. 45), ապա վերը նշված բոլոր վեկտորների պրոյեկցիաները հավասար կլինեն իրենց մոդուլներին, ուստի՝ շարժման հավասարումները կարտահայտվեն հետևյալ կերպ.



Նկ.45. *Հավասարաչափ արագացող շարժում*

$$v = v_0 + at, \tag{4.27}$$

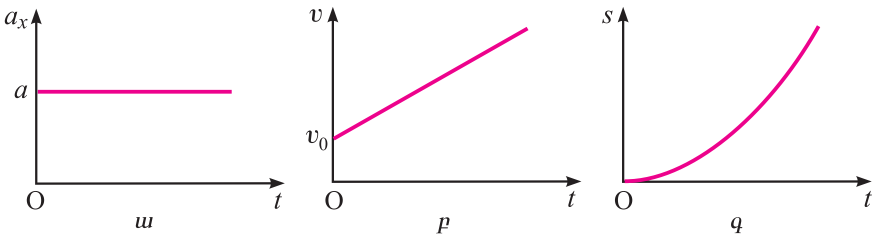
$$s = v_0 t + \frac{at^2}{2}, \tag{4.28}$$

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}, \tag{4.29}$$

$$v^2 - v_0^2 = 2as: \tag{4.30}$$

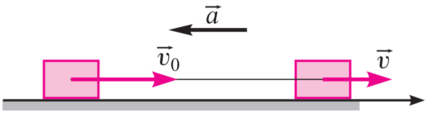
Քանի որ արագացումը հաստատուն է, ապա նրա գրաֆիկը ժամանակի առանցքին զուգահեռ ուղիղ է (նկ.46,ա): Արագությունը կախումը ժամանակից գծային է, ուստի՝ նրա գրաֆիկն ուղիղ գիծ է (նկ.46,բ), ժամանակի առանցքի հետ որի կազմած անկյան տանգենսը, տրված մասշտաբի դեպքում, հավասար է արագացմանը. $\mathrm{tg}\alpha = a$:

Մարմնի անցած ճանապարհը, ժամանակից կախված, փոխվում է քառակուսային օրենքով, նրա գրաֆիկը պարաբոլի աջ ճյուղն է (նկ.46,գ): Պարաբոլի գագաթը կոորդինատների սկզբնակետն է, ճյուղն ուղղված է դեպի վերև:



Նկ. 46. *Հավասարաչափ արագացող շարժման գրաֆիկները*

Հավասարաչափ դանդաղող շարժում ($\vec{a}$ -. $\vec{v}_0$, $a_x = -a$): Եթե արագացումն ուղղված է սկզբնական արագության հակադիր ուղղությամբ (նկ. 47), ապա շարժման հավասարումները կարտահայտվեն հետևյալ կերպ.



Նկ. 47. *Հավասարաչափ դանդաղող շարժում*

$$v = v_0 - at, \tag{4.31}$$

$$s = v_0 t - \frac{at^2}{2}, \tag{4.32}$$

$$x = x_0 + v_0 t - \frac{at^2}{2}, \tag{4.33}$$

$$v_0^2 - v^2 = 2as: \tag{4.34}$$

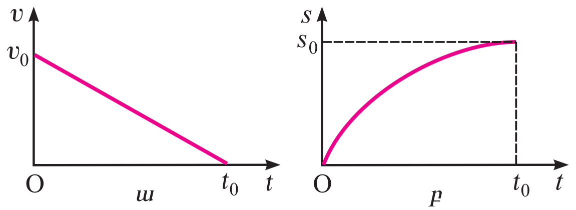
Դանդաղող շարժման արագության և ճանապարհի գրաֆիկները պատկերված են 48-րդ նկարում: Արագությունը, անընդհատ նվազելով, $t_0 = v_0/a$ պահին դառնում է զրո, և մարմինը կանգ է առնում: Մինչև կանգ առնելը (0 ' t_0) ժամանակահատվածում մարմնի անցած s_0 ճանապարհը կարելի է որոշել (4.32) կամ (4.34) հավասարումներից`

$$s_0 = \frac{v_0^2}{2a}: \tag{4.35}$$

Դանդաղող շարժում են կատարում, օրինակ, փոխադրամիջոցները` արգելակման ժամանակ: Մասնավորապես գնացքը, կայարանին մոտենալիս, արգելակում է ու կանգ առնում: Դրանից հետո արագացումը դառնում է զրո, և գնացքը մնում է դադարի վիճակում:

Աղյուսակ 1.

Արագացում	Սկզբնական պայմաններ	Շարժման հավասարումներ
	Հավասարաչափ շարժում	
$a = 0$	$v = v_0 = const$	$s = vt,\ v = v_0$
	Հավասարաչափ արագացող շարժում դադարի վիճակից	
$a_x = a$	$v_0 = 0$	$s = \frac{at^2}{2},\ v = at$
	Սկզբնական արագությամբ հավասարաչափ արագացող շարժում	
$a_x = a$	$v_{0x} = v_0$	$s = v_0 t + \frac{at^2}{2},\ v = v_0 + at$
	Հավասարաչափ դանդաղող շարժում` մինչև $t_0 = v_0/a$ պահը	
$a_x = -a$	$v_{0x} = v_0$	$s = v_0 t - \frac{at^2}{2},\ v = v_0 - at$

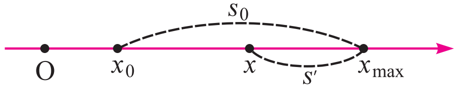


Նկ. 48. *Դանդաղող շարժման արագության գրաֆիկն ուղիղ գիծ է, իսկ ճանապարհի գրաֆիկը շրջված պարաբոլի ձախ ճյուղն է:*

Մենք դիտարկեցինք հավասարաչափ փոփոխական շարժման երկու մասնավոր դեպք և համոզվեցինք, թե գործնական խնդիրների լուծելիս որքան կարևոր է ճիշտ որոշել (4.21)-(4.23) ընդհանուր հավասարումների մեջ մտնող ֆիզիկական մեծությունների պրոյեկցիաների նշանները: Դրանց նշաններից կախված՝ ստացվում են միանգամային տարբեր բնույթի շարժումների բանաձևերը: Ուստի՝ խնդիրների լուծման ժամանակ նպատակահարմար է օգտվել հավասարումների ընդհանուր տեսքից, այնուհետև, հաշվի առնելով սկզբնական պայմանները, ստանալ մասնավոր հաշվարկային բանաձևերը: 1-ին աղյուսակում ցույց է տրված, թե ինչպես են փոխվում այդ բանաձևերը՝ կախված տրված պայմաններից:

Խորացված

Հավասարաչափ փոփոխական շարժում: Գործնականում հանդիպում են շարժումներ, որոնց ժամանակ կանգ առնելուց հետո էլ արագացման վեկտորը մնում է անփոփոխ, ուստի՝ մի ակնթարթ կանգնելուց հետո, մարմինը փոխում է շարժման ուղղությունը (նկ. 49), արագության պրոյեկցիան դառնում է բացասական, իսկ նրա մոդուլն աճում է: Այդպես է շարժվում, օրինակ, ուղղաձիգ դեպի վեր նետված մարմինը, թեք հարթությամբ դեպի վեր գլորվող գնդիկը և այլն: t_0 պահին մարմնի կոորդինատն ընդունում է իր առավելագույն արժեքը, այնուհետև նվազում է: Այդ պահից հետո շարժումը դառնում է հավասարաչափ արագացող, մարմնի արագությունը՝ ուղիղ համեմատական՝ հետ շարժվելու $t - t_0$ ժամանակին, իսկ այդ ընթացքում անցած s' ճանապարհը՝ հետ շարժվելու ժամանակի քառակուսուն:



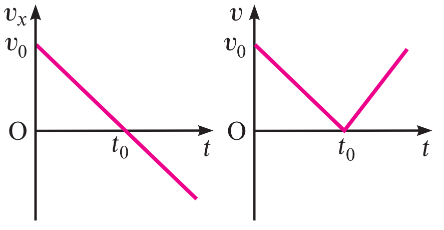
Նկ. 49. *Հավասարաչափ փոփոխական շարժում*

$$v = a(t - t_0) = at - v_0, \quad s' = \frac{a(t - t_0)^2}{2}:$$

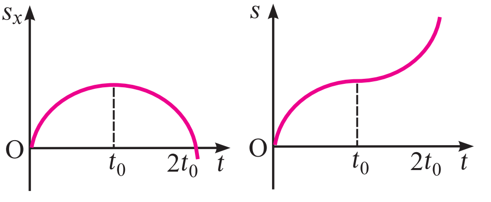
Այսպիսով՝ մարմնի արագության մեծությունն ու նրա անցած ճանապարհը համընկնում են արագության ու տեղափոխության պրոյեկցիաներին և որոշվում են (4.31) ու (4.32) հավասարումներով՝ միայն մինչև կանգ առնելը ($t \# t_0$): Այդ ընթացքում արագության պրոյեկցիայի և մոդուլի գրաֆիկները համընկնում են (նկ. 50): Համընկնում են նաև տեղափոխության և ճանապարհի գրաֆիկները (նկ. 51): Այնուհետև արագության մեծության և մարմնի անցած ճանապարհի բանաձևերն արտահայտվում են տարբեր կերպ.

$$v = at - v_0, \quad s = s_0 + \frac{a(t - t_0)^2}{2}:$$

Այլ տեսք ունեն նաև դրանց գրաֆիկները: Արագության պրոյեկցիայի և տեղափոխության գրաֆիկները նվազում են, իսկ արագության մեծության և ճանապարհի գրաֆիկները՝ աճում (նկ. 50, նկ. 51): Հաշվի առնելով այս հանգամանքը՝ խնդիրների լուծման ժամանակ առավել հաճախ օգտվում են արագության ու տեղափոխության պրոյեկցիաների բանաձևերից:



Նկ. 50. *Արագության v_x պրոյեկցիայի և v մոդուլի գրաֆիկները*



Նկ. 51. *Տեղափոխության s_x պրոյեկցիայի և s ճանապարհի գրաֆիկները*

Հարցեր և առաջադրանքներ

1. Ո՞ր բանաձևով է որոշվում ուղղագիծ հավասարաչափ արագացող շարժում կատարող մարմնի դիրքը ժամանակի յուրաքանչյուր պահին: **2.** Ե՞րբ է արագության մոդուլը ժամանակի ընթացքում՝ ա) աճում, բ) նվազում: **3.** Ի՞նչ ճանապարհ է անցնում նվազող արագությամբ շարժվող մարմինը մինչև կանգ առնելը: **4.** Մարմնի սկզբնական v_0 արագությունն ուղղված է X առանցքի դրական ուղղությամբ: Մարմինն x_0 կոորդինատով կետից շարժվում է սկզբնական արագությանը հակառակ ուղղված և հաստատուն a արագացմամբ: Գտնել նրա կոորդինատի առավելագույն արժեքը: **5.** Օգտվելով (4.27) և (4.28) բանաձևերից և միջին ճանապարհային արագության (4.3) սահմանումից, ապացուցե՛ք, որ այն արտահայտվում է $v_{միջ} = (v_0 + v)/2$ բանաձևով:

§17. ՄԱՐՄԻՆՆԵՐԻ ԱԶԱՏ ԱՆԿՈՒՄԸ: ԱԶԱՏ ԱՆԿՄԱՆ ԱՐԱԳԱՑՈՒՄ

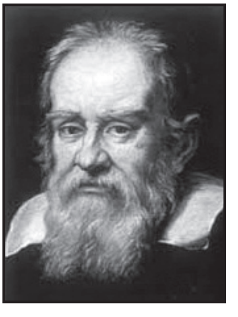
Հաստատուն արագացմամբ շարժման ուշագրավ օրինակ է մարմինների ազատ անկումը Երկրի մակերևույթի վրա, երբ նրանք շարժվում են միայն Երկրի ձգողության ազդեցությամբ:

Ինչպես գիտեք 8-րդ դասարանի ֆիզիկայի դասընթացից, մարմինների ազատ անկումն ուսումնասիրել է Գալիլեո Գալիլեյը: Նա պարզել է, որ ազատ անկումը հաստատուն արագացմամբ շարժում է, իսկ արագացումն ուղղված է ուղղաձիգ դեպի վար և տվյալ վայրում նույնն է բոլոր մարմինների համար:

Ազատ անկումը մյուս բոլոր արագացող շարժումներից տարբերելու համար, ընդունված է ազատ անկման արագացումն a-ի փոխարեն նշանակել g տառով:

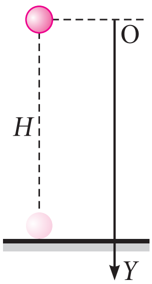
Ազատ անկումը հաստատուն արագացմամբ շարժում է, ուստի՝ այդ շարժման կինեմատիկական հավասարումներն արտահայտվում են հետևյալ կերպ՝

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{g}t, \quad \vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{\vec{g}t^2}{2}: \qquad (4.36)$$



Գալիլեո Գալիլեյ
1564 -1642

Իտալացի նշանավոր ֆիզիկոս և աստղագետ: Առաջինն է կիրառել բնության հետազոտման փորձնական մեթոդը: Հայտնաբերել է մարմնի անկման և իներցիայի օրենքները: Ստեղծել է դիտախողովակ, դրանով կատարել աստղագիտական դիտումներ:



Նկ. 52. *Մարմնի ազատ անկումը*

Հայտնի է, որ հավասարաչափ արագացող շարժման հետագիծն ուղիղ գիծ է, եթե մարմնի սկզբնական արագությունը՝ $\vec{v}_0 = 0$ կամ մարմնի սկզբնական արագությունն ու արագացումն ուղղված են միևնույն ուղղով: Առաջին դեպքում մարմինն առանց սկզբնական արագության ընկնում է ինչ-որ բարձրությունից, իսկ երկրորդ դեպքում մարմինը նետված է ուղղաձիգ ուղղությամբ: Երկու դեպքերն էլ կարևոր են գործնականում, ուստի՝ մանրամասնորեն ուսումնասիրենք առաջին դեպքը և երկրորդ դեպքի մասնավոր մի խնդիր, երբ մարմինը նետված է ուղղաձիգ դեպի վեր:

Ազատ անկում՝ առանց սկզբնական արագության: Դիցուք՝ մարմինն առանց սկզբնական արագության ($v_0 = 0$) ընկնում է H բարձրությունից: Այս դեպքում կոորդինատային առանցքը հարմար է ուղղել ուղղաձիգ դեպի ներքև, հաշվարկման սկզբնակետը համարել այն կետը, որտեղից մարմինն սկսում է անկումը ($\vec{r}_0 = 0$) (նկ. 52): $\vec{v}$ և $\vec{g}$ վեկտորների պրոյեկցիաները հավասար են իրենց մոդուլներին, ուստի շարժման կինեմատիկական հավասարումները կարտահայտվեն հետևյալ պարզ տեսքով՝

$$v_y = gt, \quad y = \frac{gt^2}{2}: \tag{4.37}$$

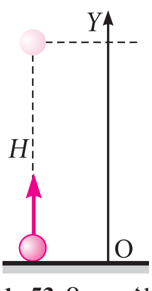
Որոշենք, թե ինչքան ժամանակից հետո մարմինը կհասնի գետնին և ինչ արագություն կունենա գետնին հարվածելու պահին:

Գետնին ընկնելու պահին մարմնի y կոորդինատը հավասարվում է H-ի, ուստի, ըստ (4.36) հավասարման,

$$H = \frac{gt^2}{2}, \text{ և } t = \sqrt{\frac{2H}{g}}: \tag{4.38}$$

t-ի այս արտահայտությունը տեղադրելով (4.37) հավասարման մեջ՝ կստանանք մարմնի արագությունը գետնին ընկնելու պահին՝

$$v = \sqrt{2gH}: \tag{4.39}$$



Նկ. 53. Ուղղաձիգ դեպի վեր նետված մարմին

Եթե տրված է t ժամանակը, ապա (4.38) բանաձևից կարելի է որոշել, թե ինչ բարձրությունից է ընկել մարմինը: Օրինակ՝ կամրջի վրայից փոքրիկ քարի կտոր ձեռքից բաց թողնելով և վայրկենաչափով չափելով ջրին հասնելու ժամանակը, կարելի է որոշել կամրջի բարձրությունը:

Ուղղաձիգ դեպի վեր նետված մարմնի շարժումը: Այս դեպքում էլ մարմինը շարժվում է միայն OY առանցքով, սակայն այժմ հարմար է այդ առանցքն ուղղել դեպի վեր՝ սկզբնակետն ընտրելով գետնի վրա (նկ. 53):

Հաշվի առնելով, որ $v_{0y} = v_0$, $g_y = -g$, $y_0 = 0$, մարմնի շարժման հավասարումները կգրենք հետևյալ կերպ՝

$$v_y = v_0 - gt, \quad y = v_0 t - \frac{gt^2}{2}: \tag{4.40}$$

Հետագծի ամենաբարձր կետում մարմինը մի պահ կանգ է առնում, հետևաբար՝ վերելքի t_1 ժամանակը կգտնենք, եթե (4.40) հավասարման մեջ տեղադրենք $\upsilon_y = 0$ կամ $\upsilon_y = \upsilon_0 - gt_1 = 0$, որտեղից

$$t_1 = \frac{\upsilon_0}{g}: \qquad (4.41)$$

t_1 պահին մարմնի y կոորդինատը համընկնում է նրա առավելագույն H բարձրությանը, հետևաբար, եթե (4.40) հավասարման մեջ տեղադրենք $t_1 = \upsilon_0/g$ արտահայտությունը, H բարձրության համար կստանանք՝

$$H = \frac{\upsilon_0^2}{2g}: \qquad (4.42)$$

Թռիչքի t_0 ժամանակը (թռիչքի տևողություն) կգտնենք այն պայմանից, որ գետին ընկնելու պահին $y = 0$, հետևաբար՝ (4.40) հավասարումից կստանանք՝

$$\upsilon_0 t_0 - \frac{gt_0^2}{2} = 0,$$

որտեղից

$$t_0 = \frac{2\upsilon_0}{g}: \qquad (4.43)$$

Մարմնի արագությունը գետին ընկնելու պահին կգտնենք՝ (4.40) հավասարման մեջ տեղադրելով թռիչքի տևողության (4.43) արտահայտությունը՝

$$\upsilon_y = \upsilon_0 - gt_0 = -\upsilon_0,$$

այսինքն՝ մարմինը գետին է ընկնում մոդուլով նույն արագությամբ, ինչ արագությամբ որ նետվել է, իսկ «–» նշանը ցույց է տալիս, որ այն փոխել է շարժման ուղղությունը:

Վայրէջքի t_2 ժամանակը կգտնենք՝ թռիչքի ամբողջ ժամանակից հանելով վերելքի t_1 ժամանակը՝

$$t_2 = t_0 - t_1 = \frac{\upsilon_0}{g} = t_1,$$

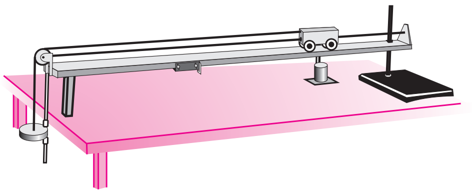
այսինքն՝ վերելքի և վայրէջքի ժամանակներն իրար հավասար են:

Հարցեր և առաջադրանքներ

1. Ո՞ր շարժումն են անվանում ազատ անկում: **2.** Գրե՛ք առանց սկզբնական արագության ազատ անկում կատարող մարմնի շարժման կինեմատիկական հավասարումները: **3.** Որքա՞ն ժամանակ անց կհասնի գետնին և ի՞նչ արագություն կունենա գետնին հարվածելու պահին H բարձրությունից առանց սկզբնական արագության ազատ անկում կատարող մարմինը: **4.** Գրե՛ք ուղղաձիգ վեր նետված մարմնի շարժման կինեմատիկական հավասարումները: **5.** Ուղղաձիգ դեպի վեր նետված մարմինը նետման պահից 3 վ անց հասնում է հետագծի ամենաբարձր կետին: Նետման պահից որքա՞ն ժամանակ անց մարմինը կընկնի գետին: **6.** Ի՞նչ արագություն կունենա 10 մ/վ արագությամբ ուղղաձիգ դեպի վեր նետված մարմինը գետին ընկնելու պահին:

§18. ԼԱԲՈՐԱՏՈՐ ԱՇԽԱՏԱՆՔ 1

Հավասարաչափ արագացող շարժման ուսումնասիրումը



Աշխատանքի նպատակը. ցույց տալ, որ փայտե չորսուն թեք դրված տախտակի վրայով սահելիս կատարում է հավասարաչափ արագացող շարժում: Որոշել չորսուի արագացումը:

Չափամիջոցներ. վայրկենաչափ կամ էլեկտրոնային ժամացույց ($0 \div 30$ ր սանդղակով և 0,2 վ բաժանման արժեքով):

Նյութեր և սարքեր. փայտե նեղ տախտակ (1 մ երկարությամբ)՝ սանտիմետրական բաժանումներով, փայտե չորսուներ, ամրակալան՝ կցորդիչով և թաթով:

Փորձի կատարման ընթացքը

1. Չորսուն տեղադրեք տախտակի վրա և տախտակը թեքեք մինչև այն պահը, երբ չորսուն կսկսի շարժվել: Ամրակալանի միջոցով ամրակայեք տախտակի այդ դիրքը:
2. Չորսուն տեղադրեք տախտակի վերին կետում և չափեք 1 վայրկյանում չորսուի անցած s_1 ճանապարհը:
3. Այնուհետև փորձը կրկնեք՝ չափելով չորսուի անցած s_2, s_3, s_4 ճանապարհները 2 վ-ում, 3 վ-ում և 4 վ-ում:
4. Համոզվեք, որ $s_1 : s_2 : s_3 : s_4 = 1 : 4 : 9 : 16$:
5. Գտեք արագացման a_1, a_2, a_3, a_4 արժեքները, $a = 2s/t^2$ բանաձևով և հաշվեք միջին արագացումը՝ $a_{միջ}$:
6. Չափման և հաշվարկի արդյունքները գրանցեք աղյուսակում:

Փորձի համարը	s, մ	t, վ	a, մ/վ^2	$a_{միջ}$, մ/վ^2

Խնդիրների լուծման օրինակներ

1. Հրթիռը դադարի վիճակից մեկնարկում է $a = 60$ մ/վ^2 արագացմամբ: Ի՞նչ արագություն է այն ձեռք բերում $s = 750$ մ ճանապարհի վերջում:

Լուծում: Քանի որ մարմինը շարժվում է դադարի վիճակից, և տրված են նրա արագացումն ու անցած ճանապարհը, ապա հարմար է օգտվել (4.25) բանաձևից՝

$$\upsilon = \sqrt{2as} = 300 \text{ մ/վ}:$$

Պատասխան՝ 300 վ:

2. Դադարի վիճակից հավասարաչափ արագացող շարժում կատարող մարմինը շարժման 5-րդ վայրկյանում անցնում է 36 մ ճանապարհ: Որոշել նրա շարժման արագացումը:

Լուծում: Դիցուք՝ մարմինը շարժումն սկսել է A կետից և $t_4 = 4$վ անց եղել է B կետում, իսկ դրանից 1 վ անց, այսինքն՝ շարժումն սկսելուց $t_5 = 5$վ անց՝ C կետում: 5-րդ վայրկյա-

նին նրա անցած ճանապարհը BC հատվածի երկարությունն է: Ինչպես երևում է նկարից, $s = AC - AB$: Դադարի վիճակից հավասարաչափ արագացող շարժում կատարող մարմնի՝ t ժամանակում անցած ճանապարհը որոշվում է (4.13) բանաձևով: Մարմինն AB հատվածը անցել է t_4 ժամանակում, իսկ AC հատվածը՝ t_5 ժամանակում, հետևաբար՝

$$s = \frac{at_5^2}{2} - \frac{at_4^2}{2},\ \text{որտեղից՝}\ a = \frac{2s}{t_5^2 - t_4^2} = 8\ \text{մ/վ}^2:$$

Պատասխան՝ 8 մ/վ^2:

3. Մարմինը կատարում է 2 մ/վ սկզբնական արագությամբ և 0,4 մ/վ^2 արագացմամբ ուղղագիծ շարժում: Որոշել մարմնի շարժման միջին արագությունը շարժման առաջին 8 վայրկյանի ընթացքում:

Լուծում: Մարմնի շարժման արագությունը $t = 8$ վ պահին կարելի է որոշել $\upsilon = \upsilon_0 + at$ բանաձևով: Հավասարաչափ արագացող շարժման միջին արագությունը հավասար է սկզբնական և վերջնական արագությունների կիսագումարին, ուստի՝

$$\upsilon_{\text{միջ}} = \frac{\upsilon_0 + \upsilon}{2} = \frac{\upsilon_0 + \upsilon_0 + at}{2} = \upsilon_0 + \frac{at}{2} = 3{,}6\ \text{մ/վ}:$$

Պատասխան՝ 3,6 մ/վ:

4. Տրված է մարմնի շարժման օրենքը՝ $x = 40t - 0{,}1t^2$: Ժամանակի հաշվարկի սկզբից որքա՞ն ժամանակ անց մարմինը կանգ կառնի:

Լուծում: Մարմնի շարժման օրենքը համեմատելով հավասարաչափ արագացող շարժման $x = x_0 + \upsilon_{0x}t + a_x t^2/2$ օրենքի հետ՝ եզրակացնում ենք, որ սկզբնական պահին մարմինը եղել է կոորդինատների սկզբնակետում ($x_0 = 0$), ունեցել է առանցքի դրական ուղղությամբ ուղղված $\upsilon_0 = 40$ մ/վ սկզբնական արագություն և կատարել է հավասարաչափ արագացող շարժում՝ $a_x = -0{,}2$ մ/վ^2 արագացման պրոյեկցիայով: Ուրեմն՝ t պահին արագության պրոյեկցիան՝ $\upsilon_x = \upsilon_{0x} + a_x t = 40 - 0{,}2t$: t_0 պահին մարմինը կանգ է առնում՝ $\upsilon_x = 40 - 0{,}2t_0 = 0$, որտեղից՝ $t_0 = 200$ վ:

Պատասխան՝ 200 վ:

5. Ապացուցել, որ դադարի վիճակից հավասարաչափ արագացող շարժում կատարող մարմնի անցած ճանապարհները կամայական հավասար ժամանակամիջոցներում հարաբերում են ինչպես կենտ թվերը:

Լուծում: Դիցուք՝ առաջին Δt ժամանակամիջոցում մարմնի անցած ճանապարհը s_{I} է, երկրորդ Δt ժամանակամիջոցում՝ s_{II}, հաջորդ Δt -ում՝ s_{III} և այլն: (4.13) բանաձևից $s_{\text{I}} = a(\Delta t)^2/2$, որտեղ a-ն արագացման մեծությունն է: OB $= s_{\text{I}} + s_{\text{II}}$ ճանապարհը մարմինն անցել է $2\Delta t$ ժամանակամիջոցում (դադարի վիճակից), հետևաբար՝ $s_{\text{I}} + s_{\text{II}} = a(2\Delta t)^2/2 = 4s_{\text{I}}$, որտեղից $s_{\text{II}} = 3s_{\text{I}}$: Համանման ձևով կստանանք՝ $s_{\text{I}} + s_{\text{II}} + s_{\text{III}} = a(3\Delta t)^2/2 = 9s_{\text{I}}$, հետևաբար՝ $s_{\text{III}} = 9s_{\text{I}} - 4s_{\text{I}} = 5s_{\text{I}}$: Կրկնելով գործողությունները՝ կստանանք, որ $s_{\text{IV}} = 7s_{\text{I}}$, $s_{\text{V}} = 9s_{\text{I}}$ և այլն, ուստի՝

$$s_{\text{I}} : s_{\text{II}} : s_{\text{III}} : s_{\text{IV}} : s_{\text{V}} \ldots = 1:3:5:7:9 \ldots$$

Պատասխան՝ 1:3:5:7:9...:

ԳԼՈՒԽ V

ԿՈՐԱԳԻԾ ՇԱՐԺՈՒՄ

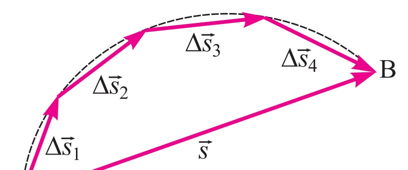
§19. ԱՐԱԳՈՒԹՅՈՒՆԸ ԵՎ ԱՐԱԳԱՑՈՒՄԸ ԿՈՐԱԳԻԾ ՇԱՐԺՄԱՆ ԴԵՊՔՈՒՄ: ԿՈՐԱԳԻԾ ՀԱՎԱՍԱՐԱՉԱՓ ՇԱՐԺՈՒՄ

Բնության մեջ և տեխնիկայում առավել հաճախ հանդիպում են շարժումներ, որոնց հետագծերը կորեր են: Այդպիսի շարժումները կոչվում են **կորագիծ**: Տիեզերական տարածության մեջ կոր հետագծերով են շարժվում մոլորակներն ու արհեստական արբանյակները, իսկ Երկրի վրա՝ բոլոր փոխադրամիջոցների, սարքերի և մեխանիզմների մասերը, գետերի ջրերը, մթնոլորտի օդը և այլն:

Արագությունը կորագիծ շարժման դեպքում: Ակնթարթային արագության §14-ում տրված սահմանումը վերաբերում է ինչպես ուղղագիծ, այնպես էլ կորագիծ շարժումներին, այսինքն՝ կորագիծ շարժման **ակնթարթային արագություն կոչվում է ժամանակի տվյալ պահին կամ հետագծի տվյալ կետում մարմնի արագությունը**: Ակնթարթային արագությունը մարմնի շարժման միջին արագությունն է այն անվերջ փոքր Δt ժամանակամիջոցում, որն ընդգրկում է տվյալ t պահը.

$$\vec{v} = \frac{\Delta \vec{s}}{\Delta t}, \qquad (5.1)$$

իսկ $\Delta \vec{s}$-ն անվերջ փոքր Δt ժամանակամիջոցում մարմնի տեղափոխությունն է:



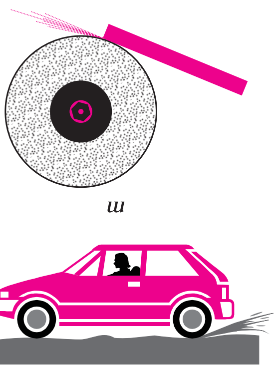
Նկ. 54. *Փոքր ժամանակահատվածներում հետագիծը քիչ է տարբերվում լարից:*

Ուղղագիծ շարժման դեպքում արագության վեկտորի ուղղությունը համընկնում է տեղափոխության ուղղությանը: Պարզենք, թե ինչ ուղղություն ունի կորագիծ շարժման ակնթարթային արագությունը:

Ենթադրենք՝ 54-րդ նկարում կետագծով պատկերված հետագծով մարմինը A կետից տեղափոխվել է B կետ: Դիտարկենք այս կորագիծ շարժումը փոքր ժամանակահատվածներում: Ինչքան փոքր են դիտարկվող ժամանակահատվածները, այնքան հետագծի յուրաքանչյուր տեղամաս քիչ կտարբերվի համապատասխան լարից, իսկ մարմնի շարժումը՝ ուղղագիծ հավասարաչափ շարժումից: Բացի դրանից՝ լարը գործնականում չի տարբերվի տվյալ տեղամասի կամայական կետում հետագծին տարված շոշափողից: Ուստի՝ **կորագիծ շարժման դեպքում ակնթարթային արագությունը հետագծի յուրաքանչյուր կետում ուղղված է այդ կետում հետագծին տարված շոշափողի երկայնքով**:

Դրանում կարելի է համոզվել, օրինակ, հետևելով սրոցաքարի աշխատանքին (նկ.55,ա): Եթե պողպատե ձողի ծայրը սեղմենք պտտվող սրոցաքարին, ապա սրոցաքարից պոկվող շիկացած մասնիկները կերևան կայծերի տեսքով: Այդ մասնիկները թռչում են այնպիսի արագությամբ, որպիսին ունեն սրոցաքարից պոկվելու պահին: Լավ երևում է, որ կայծերի թռիչքի ուղղությունը միշտ համընկնում է շրջանագծի այն կետով տարված շոշափողին, որտեղից պոկվել են մասնիկները:

Շրջանագծին տարված շոշափողով են շարժվում նաև ավտոմեքենայի տեղապտույտ տվող անիվից պոկված ցեխաջրի ցայտերը (նկ.55,բ):



ա

բ

Նկ.55. *Սրոցաքարից պոկված կայծերը, անիվից պոկված ցեխաջրի ցայտերը թռչում են շրջանագծի շոշափողով:*

Յուրաքանչյուր ժամանակահատվածում մարմնի տեղափոխությունը կարելի է հաշվել $\Delta\vec{s} = \vec{v}\Delta t$ բանաձևով. $\Delta\vec{s}_1 = \vec{v}_1\Delta t_1$, $\Delta\vec{s}_2 = \vec{v}_2\Delta t_2$, $\Delta\vec{s}_3 = \vec{v}_3\Delta t_3$ և այլն: Գումարելով այդ բոլոր տեղափոխությունները՝ կստանանք մարմնի տեղափոխությունն ամբողջ շարժման ընթացքում՝

$$\vec{s} = \Delta\vec{s}_1 + \Delta\vec{s}_2 + \dots + \Delta\vec{s}_3 = \vec{v}_1\Delta t_1 + \vec{v}_2\Delta t_2 + \dots + \vec{v}_n\Delta t_n: \qquad (5.2)$$

Համանման ձևով կարելի է հաշվել մարմնի անցած ճանապարհը՝

$$s = \Delta s_1 + \Delta s_2 + \dots + \Delta s_3 = v_1\Delta t_1 + v_2\Delta t_2 + \dots + v_n\Delta t_n: \qquad (5.3)$$

Մոդուլով հաստատուն v արագությամբ կորագիծ շարժման դեպքում t ժամանակում մարմնի անցած ճանապարհը՝

$$s = v(\Delta t_1 + \Delta t_2 + \dots + \Delta t_n): \qquad (5.4)$$

Փակագծերում տրված գումարը մարմնի շարժման ամբողջ t ժամանակն է, ուստի՝ մոդուլով հաստատուն արագությամբ շարժվելիս մարմնի անցած s ճանապարհն ուղիղ համեմատական է այդ ժամանակին՝

$$s = vt: \qquad (5.5)$$

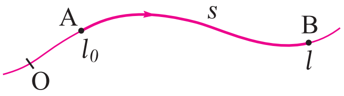
Կոր գծով, մոդուլով հաստատուն արագությամբ շարժումը կոչվում է կորագիծ հավասարաչափ շարժում կամ, պարզապես, **հավասարաչափ շարժում**:

Կորագիծ հավասարաչափ շարժման դեպքում, ըստ (5.5) առնչության, t ժամանակամիջոցում մարմնի անցած ճանապարհն ուղիղ համեմատական է այդ ժամանակամիջոցին, այսինքն՝ կամայական հավասար ժամանակամիջոցներում մարմինն անցնում է հավասար ճանապարհներ:

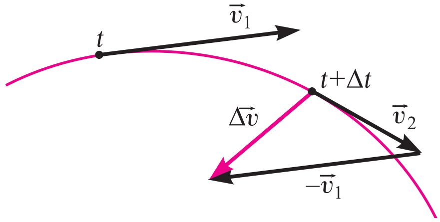
Նախապես հայտնի հետագծով հավասարաչափ շարժվող մարմնի (նկ.56) դիրքաթվի կախումը ժամանակից արտահայտվում է հետևյալ կերպ՝

$$l = l_0 + vt: \qquad (5.6)$$

Արագացումը կորագիծ շարժման դեպքում: Կորագիծ շարժման արագությունն անընդհատ փոխվում է: Նույնիսկ այն դեպքում, երբ արագության մոդուլը հաստատուն է, արագության վեկտորը փոփոխվում է նրա ուղղության փոփոխման



Նկ. 56. *Հավասարաչափ շարժում կոր գծով*



Նկ. 57. *Արագացումն ուղղված է հետագծի գոգավորության կողմը*

պատճառով: Եթե կորագիծ շարժման արագությունն ինչ-որ պահի եղել է $\vec{v}_1$, իսկ փոքր Δt ժամանակ անց՝ $\vec{v}_2$ (նկ. 57), ապա արագության փոփոխությունը հավասար կլինի $\vec{v}_2$ և $\vec{v}_1$ վեկտորների տարբերությանը՝ $\Delta\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$, իսկ $\Delta v/\Delta t$ հարաբերությունը ցույց կտա արագության վեկտորի փոփոխման արագությունը:

Անվերջ փոքր ժամանակամիջոցում արագության կրած փոփոխության և այդ ժամանակամիջոցի հարաբերությունը կոչվում է ակնթարթային արագացում կամ, պարզապես, **արագացում.**

$$\vec{a} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}: \qquad (5.7)$$

Արագացման վեկտորի ուղղությունը համընկնում է արագության $\Delta\vec{v}$ փոփոխության վեկտորի ուղղությանը: 57-րդ նկարից երևում է, որ արագացումն ուղղված է դեպի այն կողմ, որ կողմ թեքվում է հետագիծը, այսինքն՝ հետագծի գոգավորության կողմը:

Արագացումն ի հայտ է գալիս բոլոր այն շարժումներում, որոնց արագության վեկտորը փոփոխվում է: Եթե փոփոխվում է արագության վեկտորի մոդուլը, իսկ արագության վեկտորն ուղղված է նույն ուղղի երկայնքով, ապա մարմինը կատարում է **ուղղագիծ անհավասարաչափ շարժում**:

Եթե փոփոխվում է արագության վեկտորի ուղղությունը, իսկ մոդուլը մնում է հաստատուն, ապա մարմինը կատարում է **կորագիծ հավասարաչափ շարժում**:

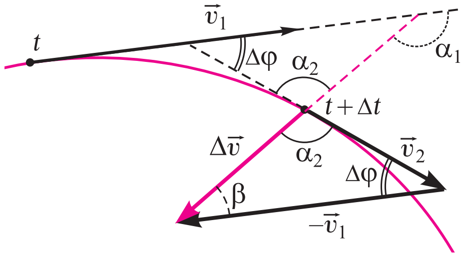
Եթե փոփոխվում են շարժման արագության վեկտորի և՛ մոդուլը, և՛ ուղղությունը, ապա մարմինը կատարում է **կորագիծ անհավասարաչափ շարժում**:

Խորացված

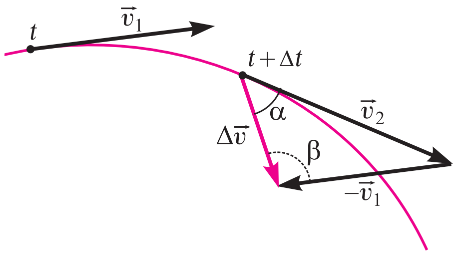
Կորագիծ շարժման արագացման վեկտորի ուղղությունը: Տանգենցիալ արագացում: Լրիվ արագացում: Կորագիծ շարժման արագացման վեկտորի ուղղությունը պարզելու համար բավական է համեմատել արագությունների ուղղությունները հետագծի երկու մոտիկ կետերում (փոքր Δt ժամանակամիջոցի սկզբում և վերջում): Դիցուք՝ Δt ժամանակամիջոցում արագության ուղղությունը փոխվել է $\Delta\varphi$ անկյունով (նկ.58): Արագացման վեկտորի ($\vec{a}$ N $\Delta\vec{v}$) կազմած անկյունները $\vec{v}_1$-ի և $\vec{v}_2$-ի հետ նշանակենք α_1-ով և α_2-ով: Ինչպես երևում է նկարից,

$$\alpha_1 = \alpha_2 + \Delta\varphi: \qquad (5.8)$$

Եթե Δt ժամանակամիջոցը շատ փոքր է, ապա այդ ընթացքում շարժման ուղղությունը նկատելիորեն չի փոխվում, հետևաբար՝ $\Delta\varphi$ անկյունը շատ փոքր է: Սահմանային դեպքում, երբ Δt-ն անվերջ փոքր է, $\Delta\varphi$ " 0 և $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$, որն



Նկ. 58. *Երբ արագության մոդուլը նվազում է, արագության հետ արագացման կազմած անկյունը բութ է:*



Նկ. 59. *Երբ արագության մոդուլն աճում է, արագության հետ արագացման կազմած անկյունը սուր է:*

էլ ակնթարթային արագացման կազմած անկյունն է արագության ուղղության հետ՝ հետագծի տվյալ կետում: Հաշվի առնելով այդ հանգամանքը՝ պարզենք, թե ինչպես է ուղղված արագացման վեկտորը հետևյալ մասնավոր դեպքերում:

1. Արագության մոդուլը նվազում է. $v_2 < v_1$: Այս դեպքում $\Delta\vec{v}$, $-\vec{v}_1$ և $\vec{v}_2$ վեկտորներով կազմված եռանկյան մեջ β անկյունն ընկած է փոքր կողմի դիմաց, հետևաբար՝ այն սուր անկյուն է: Բայց երբ $\Delta\varphi$ " 0, $\alpha_2 = \alpha$, ուստի՝

$$\beta + \alpha = 180^\circ, \tag{5.9}$$

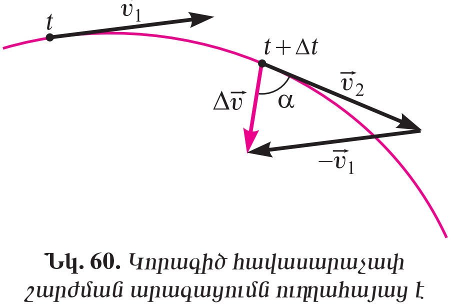
հետևաբար՝ α անկյունը բութ է: Այսինքն, եթե կորագիծ շարժում կատարող մարմնի արագության մոդուլը նվազում է, ապա արագության հետ արագացման կազմած **անկյունը բութ է**:

Ճիշտ է նաև հակառակ պնդումը՝ եթե արագացումն արագության հետ կազմում է բութ անկյուն, ապա արագության մոդուլը **նվազում է**: Իրոք, նույն վեկտորներով կազմված եռանկյան մեջ բութ անկյան դիմաց ընկած է $\vec{v}_1$-ը, հետևաբար՝ այն եռանկյան ամենամեծ կողմն է, ուստի՝ $v_2 < v_1$:

2. Արագության մոդուլն աճում է. $v_2 > v_1$ (նկ. 59): Այս դեպքում արագության հետ արագացման կազմած α անկյունը սուր է, քանի որ $\Delta\vec{v}$, $-\vec{v}_1$ և $\vec{v}_2$ վեկտորներով կազմված եռանկյան մեջ ընկած է փոքր կողմի դիմաց: Այս դեպքում էլ ճիշտ է հակառակ պնդումը. եթե արագացումն արագության հետ կազմում է սուր անկյուն, ապա **արագության մոդուլն աճում է** (եթե α անկյունը սուր է, ապա β-ն բութ է, իսկ դրա դիմաց ընկած է $\vec{v}_2$-ը):

3. Արագության մոդուլը մնում է անփոփոխ. $v_2 = v_1$, այսինքն՝ մարմինը կատարում է կորագիծ հավասարաչափ շարժում (նկ. 60):

Եթե արագության հետ արագացման կազմած α անկյունը սուր լիներ, ապա արագության մոդուլը պետք է աճեր, իսկ եթե բութ լիներ, պետք է նվազեր: Արագության մոդուլը չի փոխվել, ուստի՝ անկյունը ո՛չ սուր է, ո՛չ էլ բութ,



Նկ. 60. *Կորագիծ հավասարաչափ շարժման արագացումն ուղղահայաց է արագությանը:*

Խորացված

ուրեմն՝ մնում է ենթադրել, որ այն **ուղիղ անկյուն է**, այսինքն՝ **արագացումն ուղղահայաց է արագությանը**:

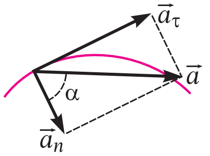
Այսպիսով՝ **կորագիծ հավասարաչափ շարժման դեպքում արագացումը հետագծի կամայական կետում ուղղահայաց է արագությանը**:

Քանի որ արագությունն ուղղված է հետագծի շոշափողով, ապա կորագիծ հավասարաչափ շարժման դեպքում (5.7) բանաձևով որոշվող **լրիվ արագացման** վեկտորն ուղղված է շառավղով դեպի կենտրոն (շրջանագծի նորմալով), ուստի՝ կոչվում է **կենտրոնաձիգ (նորմալ) արագացում** ($\vec{a}_n$): Այն պայմանավորված է արագության վեկտորի ուղղության փոփոխությամբ: Ընդհանուր դեպքում, երբ փոփոխվում է նաև արագության մոդուլը, լրիվ արագացման ուղղությունը տարբերվում է շրջանագծի նորմալի ուղղությունից: Նրա պրոյեկցիան շարժման ուղղությամբ պայմանավորված է արագության մոդուլի փոփոխությամբ և կոչվում է **տանգենցիալ (շոշափող) արագացում**՝

$$a_\tau = \frac{|\Delta v|}{\Delta t}: \qquad (5.10)$$

Նկատենք, որ ուղղագիծ շարժման դեպքում նորմալ արագացումը զրո է, իսկ տանգենցիալ արագացումը հավասար է լրիվ արագացմանը.

$$\vec{a}_\tau = \vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}, \qquad (5.11)$$



Նկ. 61. *Լրիվ արագացումը*

ուստի՝ ուղղագիծ շարժման դեպքում τ նշանը բաց են թողնում ու պարզապես խոսում արագացման մասին:

Հետագծի կամայական կետում լրիվ արագացումը հավասար է նորմալ և տանգենցիալ արագացումների վեկտորական գումարին(նկ. 61).

$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n, \qquad (5.12)$$

իսկ նրա մոդուլը՝

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}:$$

Շառավիղ-վեկտորի հետ լրիվ արագացման վեկտորի կազմած անկյունը որոշվում է հետևյալ արտահայտությամբ.

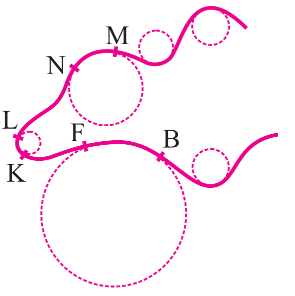
$$\mathrm{tg}\alpha = \frac{a_\tau}{a_n}: \qquad (5.13)$$

Հարցեր և առաջադրանքներ

1. Ո՞ր շարժումներն են անվանում կորագիծ: **2.** Ի՞նչն են անվանում ակնթարթային արագություն: **3.** Ինչպե՞ս է ուղղված ակնթարթային արագությունը հետագծի տվյալ կետում: **4.** Ի՞նչն են անվանում ակնթարթային արագացում: **5.** Ո՞ր շարժումն են անվանում կորագիծ հավասարաչափ շարժում: **6.** Ի՞նչ բանաձևով է որոշվում կորագիծ հավասարաչափ շարժում կատարող մարմնի՝ t ժամանակամիջոցում անցած ճանապարհը: **7.** Ի՞նչ անկյուն է կազմում արագացումն արագության հետ, եթե վերջինիս մոդուլը՝ ա) աճում է, բ) նվազում է, գ) հաստատուն է: **8.** Ինչպե՞ս է կոչվում լրիվ արագացման պրոյեկցիան մարմնի դիրքով անցնող շառավղի վրա, ինչո՞վ է այն պայմանավորված: **9.** Ինչպե՞ս է կոչվում լրիվ արագացման պրոյեկցիան շարժման ուղղության վրա, ինչո՞վ է այն պայմանավորված:

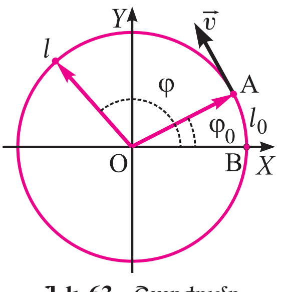
§20. ՀԱՎԱՍԱՐԱՉԱՓ ՇՐՋԱՆԱԳԾԱՅԻՆ ՇԱՐԺՈՒՄ

Նախապես հայտնի հետագծով շարժման օրինակ է շրջանագծային շարժումը, որն առանձնապես ուշագրավ է, քանի որ կամայական կոր հետագծով շարժում կարելի է ներկայացնել որպես տարբեր շրջանագծերի աղեղներով շարժումների վերադրում: Իրոք, 62-րդ նկարում պատկերված կոր հետագծի առանձին մասեր մոտավորապես շրջանագծերի աղեղներ են (շրջանագծերը տրված են կետագծերով): Օրինակ՝ KL տեղամասը փոքր շառավղով, իսկ BF և NM տեղամասերը՝ մեծ շառավղով շրջանագծերի աղեղներ են: Ստորև կքննարկենք կորագիծ շարժման մասնավոր դեպքը՝ շրջանագծային շարժումը:



Նկ. 62. *Կամայական շարժում կարելի է ներկայացնել որպես շարժում շրջանագծերի աղեղներով:*

Դիցուք՝ մարմնի շարժման հետագիծն R շառավղով շրջանագիծ է: XOY կոորդինատային համակարգն ընտրենք այնպես, որ նրա սկզբնակետը համընկնի շրջանագծի կենտրոնի հետ (նկ. 63): Այդ դեպքում հետագծի յուրաքանչյուր կետում մարմնի դիրքի շառավիղ-վեկտորի մոդուլը հայտնի է. այն շրջանագծի շառավիղն է: Շարժման ընթացքում շառավիղ-վեկտորը պտտվում է շրջանագծի կենտրոնի շուրջը, հետևաբար՝ մարմնի դիրքը ցույց տալու համար բավական է նշել առանցքներից որևէ մեկի, օրինակ, X առանցքի հետ շառավիղ-վեկտորի կազմած φ անկյունը: Իսկ դա նշանակում է, որ մեխանիկայի հիմնական խնդրի լուծումը շրջանագծային շարժման դեպքում հանգում է նրա շառավիղ-վեկտորի՝ ընտրված ուղղության հետ կազմած φ անկյունը որոշելուն: Այդ խնդիրը հեշտությամբ լուծվում է **հավասարաչափ շրջանագծային շարժման** դեպքում, երբ մարմնի հետագիծը շրջանագիծ է:



Նկ. 63. *Շարժումը շրջանագծով*

Ենթադրենք՝ $t = 0$ պահին շրջանագծի A կետում մարմինը շարժվում է ժամսլաքի պտտմանը հակառակ ուղղությամբ (ավանդույթի համաձայն՝ այդ ուղղությունը կընդունենք որպես դրական ուղղություն), մոդուլով հաստատուն v արագությամբ (նկ. 63): Որպես ճանապարհի երկարության հաշվարկման սկզբնակետ ընտրենք OX ուղղության հետ շրջանագծի հատման B կետը: Այդ դեպքում մարմնի դիրքաթիվը կհամընկնի տվյալ դիրքում շառավիղ-վեկտորի՝ OX առանցքի հետ կազմած φ անկյան հենման աղեղի երկարությանը:

Եթե φ կենտրոնական անկյունն արտահայտվում է ռադիաններով, ապա նրա կապն իր հենման աղեղի l երկարության հետ որոշվում է

$$\varphi = \frac{l}{R} \qquad (5.14)$$

բանաձևով: Տեղադրելով դիրքաթվի արժեքը (5.6) հավասարումից՝ կստանանք՝

$$\varphi = \frac{l}{R} = \frac{l_0 + vt}{R} = \frac{l_0}{R} + \frac{v}{R}t:$$

l_0/R հարաբերությունն OX առանցքի հետ $t = 0$ պահին շառավիղ-վեկտորի կազմած φ_0 անկյունն է: v/R հարաբերությունը նշանակելով ω տառով՝ կստանանք՝

$$\varphi = \varphi_0 + \omega t: \tag{5.15}$$

Պարզենք ω մեծության ֆիզիկական իմաստը: (5.15) հավասարումից

$$\omega = \frac{\varphi - \varphi_0}{t}, \tag{5.16}$$

որտեղ $(\varphi - \varphi_0)$-ն t ժամանակամիջոցում շառավիղ-վեկտորի գծած անկյունն է, հետևաբար՝ $(\varphi - \varphi_0)/t$ հարաբերությունը ցույց է տալիս միավոր ժամանակում շառավիղ-վեկտորի գծած անկյունը: Փաստորեն, ω-ն φ անկյան փոփոխման արագությունն է, ուստի՝ այն անվանում են **անկյունային արագություն**: (5.16) բանաձևից հետևում է, որ անկյունային արագության միավորը ՄՀ-ում կլինի՝

$$[\omega] = \frac{[\varphi]}{[t]} = \frac{\text{ռադ}}{\text{վ}}:$$

Անկյունային արագությունը հավասար է 1 միավորի, եթե հավասարաչափ շրջանագծային շարժում կատարող մարմնի շառավիղ-վեկտորը 1 վայրկյանում գծում է 1 ռադիանի հավասար կենտրոնական անկյուն:

Անկյունային արագությունը շրջանագծային շարժման հիմնական բնութագիրն է: Եթե հայտնի է անկյունային արագությունը, ապա (5.15) հավասարումը մեխանիկայի հիմնական խնդրի լուծումն է, ուստի՝ այն անվանում են **հավասարաչափ շրջանագծային շարժման հավասարում**:

Քանի որ ω-ով նշանակել ենք v/R հարաբերությունը, ապա մարմնի շարժման արագության (հաճախ անվանում են գծային արագություն) կապն ω-ի և R-ի հետ արտահայտվում է

$$v = \omega R \tag{5.17}$$

բանաձևով: Արագությունը, ինչպես կամայական կորագիծ շարժման ժամանակ, շրջանագծային հավասարաչափ շարժման դեպքում ևս հետագծի յուրաքանչյուր կետում ուղղված է տվյալ կետում շրջանագծին տարված շոշափողի երկայնքով, այսինքն՝ ուղղահայաց է մարմնի շառավիղ-վեկտորին:

Պտտման պարբերություն: Մարմնի շրջանագծային շարժումը հաճախ բնութագրում են նաև այն ժամանակամիջոցով, որի ընթացքում մարմինը կատարում է մեկ լրիվ պտույտ: Այդ մեծությունն անվանում են **պտտման պարբերություն** և նշանակում T տառով: Օրինակ՝ Երկրի արհեստական արբանյակի արձակման մասին հաղորդագրություններում սովորաբար նշվում է նրա պտտման պարբերությունը, սակայն երբեք չի նշվում ուղեծրով արբանյակի շարժման արագությունը: Եթե մարմինը t ժամանակում կատարում է N պտույտ, ապա յուրաքանչյուր պտույտ կկատարի t/N ժամանակում, ուստի՝ պտտման պարբերությունը՝

$$T = \frac{t}{N}: \tag{5.18}$$

T պարբերությանը հավասար ժամանակամիջոցում v արագությամբ մարմինն անցնում է շրջանագծի $2\pi R$ երկարությանը հավասար ճանապարհ, հետևաբար՝

$$v = \frac{2\pi R}{T}, \tag{5.19}$$

որտեղ R-ն այն շրջանագծի շառավիղն է, որով շարժվում է մարմինը:

(5.19) հավասարման մեջ տեղադրելով արագության (5.17) արտահայտությունը՝ կստանանք պտտման պարբերության և անկյունային արագության կապը՝

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \tag{5.20}$$

և

$$T = \frac{2\pi}{\omega}: \tag{5.21}$$

Պտտման հաճախություն: Մարմնի շարժումը շրջանագծով կարելի է բնութագրել նաև **պտտման հաճախություն** կոչվող մեծությամբ:

Եթե t ժամանակում մարմինը կատարում է N պտույտ, ապա միավոր ժամանակում մարմնի կատարած պտույտների թիվը կամ պտտման հաճախությունը՝

$$n = \frac{N}{t}: \tag{5.22}$$

(5.22) և (5.18) բանաձևերից հետևում է, որ

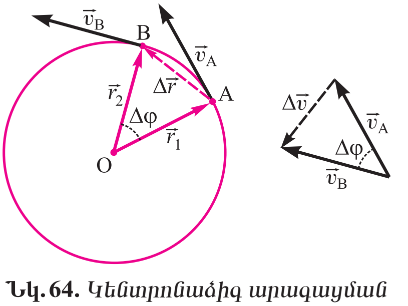
$$n = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}: \tag{5.23}$$

Պտտման հաճախությունը չափվում է 1/վ միավորով:

Շրջանագծային շարժման v արագությունը կարելի է արտահայտել պտտման n հաճախությամբ: (5.17) և (5.23) բանաձևերից՝

$$v = 2\pi Rn: \tag{5.24}$$

Արագացումը հավասարաչափ շրջանագծային շարժման դեպքում: Դիցուք՝ անվերջ փոքր Δt ժամանակամիջոցում $\vec{r}$ շառավիղ-վեկտորը պտտվել է $\Delta\varphi$ անկյունով (նկ.64): Այդ դեպքում A և B կետերում մարմնի արագությունների կազմած անկյունը նույնպես կլինի $\Delta\varphi$: Քանի որ շարժումը հավասարաչափ է, ապա $\vec{v}_A$, $\vec{v}_B$ և $\Delta\vec{v} = \vec{v}_B - \vec{v}_A$ վեկտորներով կազմված եռանկյունը հավասարասրուն է: Այդ եռանկյան գագաթի անկյունը $\Delta\varphi$ է, հետևաբար՝ հիմքին առընթեր անկյուններից՝ $\alpha = (\pi - \Delta\varphi)/2 = \pi/2 - \Delta\varphi/2$: Քանի որ Δt-ն անվերջ փոքր է, ապա $\Delta\varphi$-ն նույնպես անվերջ փոքր է, ուստի՝ $\alpha = \pi/2$, այսինքն՝ $\Delta\vec{v}$-ն ուղղահայաց է արագությանը: Արագությունն ուղղված է շոշափողով, իսկ արագացումը՝ $\Delta\vec{v}$ վեկտորի ուղղությամբ, հետևաբար՝ կամայական կետում մարմնի արագացումն ուղղված է շառավղով դեպի կենտրոն (շրջանագծի նորմալով), ուստի՝ կոչվում է կենտրոնաձիգ կամ նորմալ արագացում (a_n): 64-րդ նկարում պատկերված հավասարասրուն եռանկյունների նմանությունից կունենանք՝



Նկ. 64. *Կենտրոնաձիգ արագացման բանաձևի ստացումը*

$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{\Delta r}{r},$$

որտեղից

$$\Delta \upsilon = \frac{\upsilon}{r}\Delta r:$$

Համաձայն (5.7) բանաձևի՝ կենտրոնաձիգ արագացման մոդուլը՝

$$a_n = \frac{\Delta \upsilon}{\Delta t} = \frac{\upsilon}{r}\frac{\Delta r}{\Delta t}:$$

Բայց, համաձայն (5.1) բանաձևի, $|\Delta \vec{r}\,|/\Delta t \ / \ \Delta r/\Delta t = \upsilon$, հետևաբար՝

$$a_n = \frac{\upsilon^2}{r}: \qquad (5.25)$$

(5.25) բանաձևի մեջ արագության փոխարեն տեղադրելով (5.19) և (5.24) արտահայտությունները՝ կստանանք նոր արտահայտություններ կենտրոնաձիգ արագացման համար՝

$$a_n = \frac{4\pi^2 r}{T^2} \quad \text{և} \quad a_n = 4\pi^2 n^2 r: \qquad (5.26)$$

Խորացված

Հավասարաչափ արագացող շրջանագծային շարժում: Հավասարաչափ շրջանագծային շարժման գծային և անկյունային արագությունները հաստատուն մեծություններ են, իսկ տանգենցիալ արագացումը զրո է: Սակայն հաճախ հանդիպում են շարժումներ, երբ ժամանակի ընթացքում այդ արագությունները փոփոխվում են: Օրինակ՝ երբ ավտոմեքենան դադարի վիճակից արագացող շարժում է կատարում, նրա անիվի պտտման արագությունը ժամանակի ընթացքում աճում է: Արգելակման ժամանակ, ընդհակառակը, անիվների պտույտը դանդաղում է:

Դիցուք՝ 63-րդ նկարում պատկերված A կետից մարմինն սկսում է շարժվել հաստատուն a_τ տանգենցիալ արագացմամբ: Տանգենցիալ արագացման (5.10) սահմանումից հետևում է, որ A կետի գծային արագությունը ժամանակի t պահին կլինի՝

$$\upsilon = \upsilon_0 + a_\tau t, \qquad (5.27)$$

որտեղ υ_0-ն մարմնի սկզբնական արագությունն է: (5.27) և (4.27) արտահայտությունների համեմատությունից կարող ենք եզրակացնել, որ t ժամանակում մարմնի անցած ճանապարհը՝

$$s = \upsilon_0 t + \frac{a_\tau t^2}{2}: \qquad (5.28)$$

Այս դեպքում կամայական Δt ժամանակամիջոցում անկյունային արագության կրած փոփոխության և այդ ժամանակամիջոցի հարաբերությունը հաստատուն մեծություն է: Իրոք, հաշվի առնելով գծային և անկյունային արագությունների կապն արտահայտող (5.17) բանաձևը՝ կստանանք՝

$$\frac{\Delta \omega}{\Delta t} = \frac{1}{R}\frac{\Delta \upsilon}{\Delta t} = \frac{a_\tau}{R} = const: \qquad (5.29)$$

Այս հարաբերությունը ցույց է տալիս անկյունային արագության փոփոխման արագությունը և կոչվում է **անկյունային արագացում** (ε): Այսինքն՝ եթե տանգենցիալ արագացումը հաստատուն է, ապա հաստատուն է նաև անկյունային արագացումը: (5.29) բանաձևն արտահայտում է անկյունային արագացման և տանգենցիալ արագացման կապը՝

$$a_\tau = \varepsilon R: \quad (5.30)$$

Հաստատուն անկյունային արագացմամբ շրջանագծային շարժումն անվանում են **հավասարաչափ փոփոխական շրջանագծային շարժում**: (5.29) և (5.30) հավասարումներից կստանանք հավասարաչափ փոփոխական շրջանագծային շարժման առաջին հիմնական հավասարումը՝

$$\omega = \omega_0 + \varepsilon t: \quad (5.31)$$

(5.14) և (5.28) հավասարումներից հետևում է, որ

$$\Delta\varphi = \frac{s}{R} = \frac{\upsilon_0}{R}t + \frac{a_\tau}{R}\frac{t^2}{2}:$$

Բայց $\upsilon_0/R = \omega_0$, $a_\tau/R = \varepsilon$, հետևաբար՝

$$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2}: \quad (5.32)$$

Այս երկրորդ հիմնական հավասարումը մեխանիկայի հիմնական խնդրի լուծումն է հավասարաչափ փոփոխական շրջանագծային շարժման դեպքում: Ինչպես ուղղագիծ հավասարաչափ փոփոխական շարժումը, այս շարժումն էլ կարող է լինել արագացող կամ դանդաղող: Անկյունային արագությանը վերագրվում է «+» նշան, եթե պտույտը տեղի է ունենում ժամսլաքի հակառակ ուղղությամբ, և «–» նշան՝ հակառակ դեպքում: Անկյունային արագացումը դրական է, եթե մարմնի գծային արագությունն աճում է, բացական՝ եթե այն նվազում է:

Հարցեր և առաջադրանքներ

1. Ո՞րն է հավասարաչափ շրջանագծային շարժման հիմնական բնութագիրը: Ի՞նչ ֆիզիկական իմաստ ունի այն: **2.** Սահմանեք հավասարաչափ շրջանագծային շարժման պարբերությունը և հաճախությունը: **3.** Ինչպե՞ս են ուղղված հետագծի փվյալ կետում արագությունը և արագացումը հավասարաչափ շրջանագծային շարժման դեպքում: **4.** Ի՞նչ բանաձևերով են որոշվում գծային արագության և կենտրոնաձիգ արագացման մոդուլները հավասարաչափ շրջանագծային շարժման դեպքում: **5.** Ո՞ր շարժումն են անվանում հավասարաչափ փոփոխական շրջանագծային շարժում: **6.** Ի՞նչն են անվանում անկյունային արագացում: **7.** Ինչպե՞ս են կապված անկյունային և տանգենցիալ արագացումները: **8.** Ո՞րն է մեխանիկայի հիմնական խնդրի լուծումը հավասարաչափ փոփոխական շրջանագծային շարժման դեպքում:

§21. ԿՈՐԱԳԻԾ ՀԱՎԱՍԱՐԱՉԱՓ ԱՐԱԳԱՑՈՂ ՇԱՐԺՈՒՄ: ՀՈՐԻԶՈՆԱԿԱՆ ՈՒՂՂՈՒԹՅԱՄԲ ՆԵՏՎԱԾ ՄԱՐՄՆԻ ՇԱՐԺՈՒՄԸ

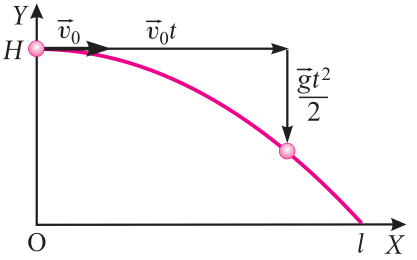
Ինչպես գիտեք, ազատ անկում կատարող մարմնի շարժումն ուղղագիծ հավասարաչափ արագացող շարժում է, եթե նրա սկզբնական արագությունն ուղղված է ուղղաձիգով: Սակայն ավելի հաճախ հանդիպում են այնպիսի շարժումներ, որոնց սկզբնական արագությունը որոշակի անկյուն է կազմում հորիզոնական հարթության հետ: Այդպիսի սկզբնական արագությամբ մարմնի մասին ասում են, որ այն նետված է անկյան տակ: Երբ, օրինակ, մարզիկը հրում է գունդը, նետում է սկավառակը կամ նիզակը, նա այդ առարկաներին հենց այդպիսի սկզբնական արագությամբ շարժում է հաղորդում: Հրետաձգության ժամանակ հրանոթի փողից դուրս թռչող արկը նույնպես կատարում է հորիզոնի հետ անկյուն կազմող սկզբնական արագությամբ շարժում:

Դիտումներն ու փորձերը ցույց են տալիս, որ հորիզոնի նկատմամբ անկյան տակ նետած մարմնի ազատ անկումը նույնպես $\vec{g}$ հաստատուն արագացմամբ շարժում է, սակայն այս դեպքում հետագիծը կոր գիծ է:

Կոր գծով հաստատուն արագացմամբ շարժումը կոչվում է **կորագիծ հավասարաչափ արագացող շարժում**:

Այսպիսով՝ մարմնի ազատ անկումը, անկախ սկզբնական արագության ուղղությունից և հետագծի ձևից, հավասարաչափ արագացող շարժում է. բոլոր դեպքերում մարմինը շարժվում է $\vec{g}$ արագացմամբ:

Դիտարկենք H բարձրությունից $\vec{v}_0$ արագությամբ հորիզոնական ուղղությամբ նետված մարմնի ազատ անկումը (նկ. 65): Այսպես է ուղղված, օրինակ, հորիզոնական ուղղությամբ թռչող ինքնաթիռից պոկված մարմնի սկզբնական արագությունը: Մարմնի արագացումը հաստատուն է և հավասար $\vec{g}$ ազատ անկման արագացմանը, որն ուղղված է ուղղաձիգ դեպի ներքև: Ուրեմն՝ մարմնի շարժման հիմնական կինեմատիկական հավասարումները կարտահայտվեն հետևյալ կերպ.



Նկ. 65. *Հորիզոնական ուղղությամբ նետված մարմնի շարժումը*

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{g}t, \quad \vec{s} = \vec{v}_0 t + \frac{\vec{g}t^2}{2}: \qquad (5.33)$$

(5.33) հավասարումներից հետևում է, որ մարմինը միաժամանակ կատարում է երկու անկախ շարժումներ. հորիզոնական ուղղությամբ այն տեղափոխվում է $\vec{v}_0$ հաստատուն արագությամբ, իսկ ուղղաձիգ ուղղությամբ՝ առանց սկզբնական արագության ազատ անկում է կատարում: Հետևաբար՝ ժամանակի յուրաքանչյուր պահի մարմնի դիրքն ստացվում է սկզբնական դիրքից այն $\vec{v}_0 t$-ով հորիզոնական ուղղությամբ և $\vec{g}t^2/2$-ով՝ ուղղաձիգ ուղղությամբ տեղափոխելով:

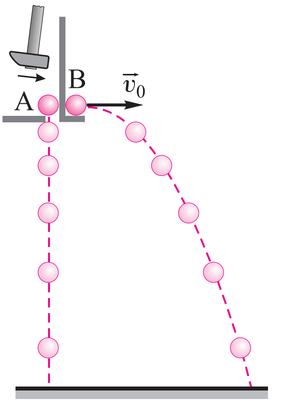
Անկման ժամանակը: Շարժումն սկսելուց t ժամանակ հետո մարմնի օրդինատը՝ $y = H - gt^2/2$: Գետնին հասնելու պահին $y = 0$, այսինքն՝ ուղղաձիգ ուղղությամբ մարմինը տեղափոխվել է H-ով: Հետևաբար՝ թռիչքի t_0 ժամանակի համար կստանանք՝

$$H = \frac{gt_0^2}{2}, \qquad (5.34)$$

որտեղից

$$t_0 = \sqrt{\frac{2H}{g}}: \qquad (5.35)$$

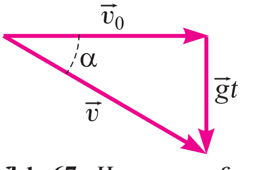
Այսպիսով՝ հորիզոնական ուղղությամբ նետված մարմնի թռիչքի ժամանակը հավասար է նույն բարձրությունից, առանց սկզբնական արագության ազատ անկման ժամանակին: Որ այս արդյունքը ճշմարիտ է, կարելի է համոզվել հետևյալ փորձով: 66-րդ նկարում պատկերված սարքի միջոցով կարելի է միաժամանակ բաց թողնել A գնդիկը և հորիզոնական ուղղությամբ նետել B գնդիկը: Գնդիկները հատակին կընկնեն միաժամանակ (հատակին հարվածի մի ձայն կլսվի): Եթե գնդիկների անկումը նկարահանենք մութ սենյակում՝ հավասար ժամանակամիջոցներից հետո լուսավորելով գնդիկները, ապա նկարների ուսումնասիրությունը ցույց կտա, որ գնդիկները ժամանակի յուրաքանչյուր պահի ունեն նույն բարձրությունը և հատակին ընկնում են միաժամանակ:



Նկ. 66. *A և B գնդիկները միշտ հատակից ունեն միևնույն բարձրությունը:*

Թռիչքի հեռահարությունը: Թռիչքի հեռահարություն անվանում են նետման տեղից հորիզոնական ուղղությամբ մարմնի անցած l հեռավորությունը մինչև գետին ընկնելու կետը: Այդ հեռավորությունը v_0t_0 է:

Արագությունը: t պահին արագության վեկտորը հորիզոնական ուղղված $\vec{v}_0$ վեկտորի և ուղղաձիգ դեպի ներքև ուղղված $\vec{g}t$ վեկտորի գումարն է՝ $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{g}t$ (նկ. 67), ուստի՝ արագության մոդուլը՝



Նկ. 67. *Արագության վեկտորը*

$$v = \sqrt{v_0^2 + g^2t^2}: \qquad (5.36)$$

Հորիզոնի հետ արագության վեկտորի կազմած անկյունը (շարժման ուղղությունը) հեշտությամբ կարելի է որոշել 67-րդ նկարում պատկերված վեկտորական եռանկյունից՝

$$\mathrm{tg}\alpha = \frac{gt}{v_0}, \text{ որտեղից՝ } \alpha = \mathrm{arctg}\frac{gt}{v_0}: \qquad (5.37)$$

Հետագծի տեսքը: Մարմնի շարժման հետագծի տեսքն ստանալու համար հարմար է օգտվել շարժման նկարագրման կոորդինատային եղանակից: Կոորդինատային առանցքների՝ 65-րդ նկարում պատկերված ընտրության դեպքում մարմնի x և y կոորդինատների կախումները ժամանակից կարտահայտվեն

$$x = v_0t, \quad y = H - \frac{gt^2}{2} \qquad (5.38)$$

բանաձևերով: t-ն արտահայտելով x-ի միջոցով՝ $t = x/v_0$, և տեղադրելով y-ի արտահայտության մեջ՝ կստանանք՝

$$y = H - \frac{g}{2v_0^2}x^2: \qquad (5.39)$$

Ուրեմն՝ մարմնի շարժման հետագիծը պարաբոլ է (ավելի ճիշտ՝ պարաբոլի աջ ճյուղն է), որի գագաթը $(0, H)$ կետում է:

Հորիզոնական ուղղությամբ նետված մարմնի շարժումն ուսումնասիրելիս ենթադրեցինք, որ մարմինը շարժվում է անօդ տարածության մեջ: Օդի առկայությամբ մարմնի շարժման հետագիծը տարբերվում է պարաբոլից և վերածվում ավելի բարդ կորի:

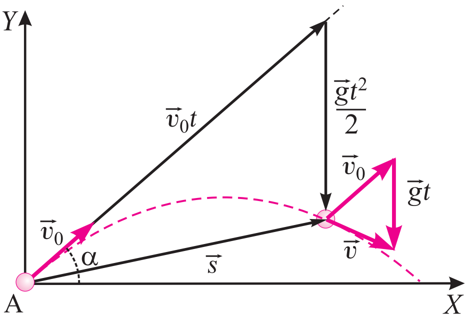
Հարցեր և առաջադրանքներ

1. Ո՞ր շարժումն են անվանում կորագիծ հավասարաչափ արագացող: **2.** Գրե՛ք հորիզոնական ուղղությամբ նետված մարմնի շարժման կինեմատիկական հավասարումները: **3.** Ինչպե՞ս են որոշում հորիզոնական ուղղությամբ նետված մարմնի դիրքը և արագությունը ժամանակի յուրաքանչյուր պահի: **4.** Ի՞նչ է վկայում 66-րդ նկարում պատկերված A և B գնդիկների լուսանկարը:

§22. ՀՈՐԻԶՈՆԻ ՆԿԱՏՄԱՄԲ ԱՆԿՅԱՆ ՏԱԿ ՆԵՏՎԱԾ ՄԱՐՄՆԻ ՇԱՐԺՈՒՄԸ

Այժմ ուսումնասիրենք մարմնի ազատ անկումը, երբ նրա սկզբնական արագության ուղղությունը չի համընկնում ո՛չ ուղղաձիգ և ո՛չ էլ հորիզոնական ուղղություններից: Ենթադրենք՝ A կետից մարմինը $\vec{v}_0$ սկզբնական արագությամբ նետված է հորիզոնի նկատմամբ α անկյան տակ (նկ. 68):

Քանի որ մարմինը շարժվում է հաստատուն $\vec{g}$ արագացմամբ, ապա նրա շարժման կինեմատիկական հավասարումները վեկտորական ներկայացմամբ ունեն նույն տեսքը, ինչ ուղղաձիգ դեպի վեր կամ հորիզոնական ուղղությամբ նետված մարմնի շարժման (5.33) հավասարումները:



Նկ. 68. *Անկյան տակ նետած մարմնի շարժումը*

Այդ դեպքում մարմինը $\vec{v}_0$ հաստատուն արագությամբ տեղափոխվում է հորիզոնի նկատմամբ α անկյուն կազմող ուղղի երկայնքով, իսկ ուղղաձիգ ուղղությամբ, նախորդ դեպքերի նման, առանց սկզբնական արագության ազատ անկում է կատարում: Ժամանակի յուրաքանչյուր պահի մարմնի դիրքն ստացվում է սկզբնական դիրքից այն $\vec{v}_0 t$-ով հորիզոնի նկատմամբ α անկյամբ թեքված ուղղի երկայնքով և $\vec{g}t^2/2$-ով՝ ուղղաձիգ ուղղությամբ դեպի ներքև տեղափոխելով: Մարմնի արագությունը ժամանակի յուրաքանչյուր պահի հորիզոնի նկատմամբ անկյան տակ ուղղված $\vec{v}_0$ վեկտորի և ուղղաձիգ դեպի ներքև ուղղված $\vec{g}t$ վեկտորի գումարն է (նկ. 68):

Հետագծի տեսքը: Հետագծի տեսքն ստանալու համար հարմար է օգտվել շարժման նկարագրման կոորդինատային եղանակից: Կոորդինատային համակարգի սկզբնակետ համարենք այն կետը, որտեղից նետվել է մարմինը: X առանցքն ուղղենք հորիզոնական, իսկ Y առանցքը՝ ուղղաձիգ ուղղություններով: Ժամանակի հաշվարկման սկիզբ համարենք ժամանակի այն պահը, երբ նետվել է մարմինը: 68-րդ նկարից երևում է, որ մարմնի x և y կոորդինատները շարժումն սկսելուց t ժամանակ անց հավասար են՝

$$x = v_0 t\cos\alpha, \quad y = v_0 t\sin\alpha - \frac{gt^2}{2}: \qquad (5.40)$$

(5.40) հավասարումներից արտաքսելով t ժամանակը՝ կստանանք α անկյան տակ նետված մարմնի շարժման հետագծի հավասարումը՝

$$y = x\,\mathrm{tg}\alpha - \frac{g}{2\upsilon_0^2\cos^2\alpha}x^2: \qquad (5.41)$$

Մաթեմատիկայի դասընթացից հայտնի է, որ այս $y(x)$ ֆունկցիայի գրաֆիկը պարաբոլ է, որի ճյուղերն ուղղված են Y առանցքի ուղղությանը հակառակ, տվյալ դեպքում՝ դեպի ներքև: Այդ գրաֆիկն էլ մարմնի շարժման հետագիծն է:

Անկման ժամանակը և հեռահարությունը: Դիցուք՝ շարժումն սկսելուց t_0 ժամանակ անց մարմինն ընկնում է գետին նետման կետից l հեռավորությամբ: Այդ պահին տեղափոխության վեկտորն ուղղված է հորիզոնական ուղղությամբ, ուստի՝ $\vec{\upsilon}_0 t_0$ և $\vec{g}t^2/2$ վեկտորներով կառուցված ABC եռանկյունն ուղղանկյուն եռանկյուն է, որի մի սուր անկյունն α-ն է (նկ. 69): Այդ եռանկյունից՝

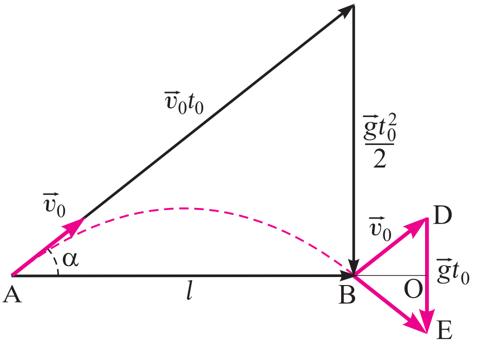
$$\sin\alpha = \frac{gt_0^2}{2\upsilon_0 t_0} = \frac{gt_0}{2\upsilon_0}, \qquad (5.42)$$

$$\cos\alpha = \frac{l}{\upsilon_0 t_0}: \qquad (5.43)$$

(5.40) հավասարումներից երկրորդից թռիչքի ժամանակը (տևողությունը) կստանանք, տեղադրելով $y = 0$.

$$t_0 = \frac{2\upsilon_0\sin\alpha}{g}: \qquad (5.44)$$

Տեղադրելով t_0-ն (5.40) հավասարումներից առաջինի մեջ՝ կստանանք՝



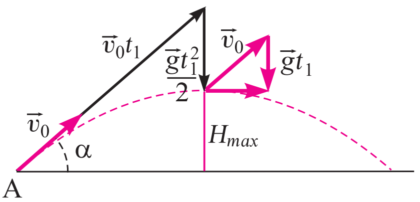
Նկ. 69. *Մարմնի արագությունը գետին ընկնելու պահին*

$$l = \frac{2\upsilon_0^2\sin\alpha\cdot\cos\alpha}{g} = \frac{\upsilon_0^2\sin 2\alpha}{g}: \qquad (5.45)$$

(5.45) արտահայտությունից երևում է, որ մոդուլով նույն υ_0 արագությամբ, բայց տարբեր անկյունների տակ նետված մարմինների հեռահարություններ-ը կախված են հորիզոնի հետ սկզբնական արագության կազմած α անկյունից: Թռիչքն առավելագույնս հեռահար է այն դեպքում, երբ $\sin 2\alpha = 1$, այսինքն՝ $\alpha = 45°$: Դրանում հեշտությամբ կարելի է համոզվել՝ ռետինե խողովակից հոսող ջրի շիթն ուղղելով տարբեր անկյունների տակ:

Արագությունը գետին ընկնելու պահին: Գետին ընկնելու պահին մարմնի արագությունը $\vec{\upsilon}_0$ վեկտորի և $\vec{g}t_0$ վեկտորի գումարն է (նկ. 69): BOD եռանկյան մեջ $DO = \upsilon_0\sin\alpha$, իսկ $DE = gt_0 = 2\upsilon_0\sin\alpha$: Այսինքն՝ որ BDE եռանկյան B գագաթից տարված բարձրությունը նաև միջնագիծ է: Ուրեմն՝ այդ եռանկյունը հավասարասրուն է, և BO-ն միաժամանակ նաև $\angle DBE$-ի կիսորդն է: Սա նշանակում է, որ $\angle OBE = \alpha$, այսինքն՝ գետին ընկնելու պահին մարմնի արագության մոդուլը հավասար է նետման պահին մարմնին հաղորդած սկզբնական արագության մոդուլին և ուղղված է հորիզոնի նկատմամբ $-\alpha$ անկյան տակ:

Վերելքի և վայրէջքի ժամանակները: Վերելքի ընթացքում, բարձրության աճին զուգընթաց, հորիզոնական ուղղության հետ մարմնի արագության կազմած



Նկ. 70. *Մարմնի արագությունը հետագծի ամենաբարձր կետում*

անկյունը նվազում է՝ ինչ-որ t_1 պահի դառնալով զրո: Այդ պահին մարմնի արագությունն ունի հորիզոնական ուղղություն, և մարմինը հետագծի ամենաբարձր կետում է (նկ.70): Ուրեմն՝ t_1-ը վերելքի ժամանակն է: 70-րդ նկարից երևում է, որ $\sin\alpha = gt_1/v_0$, որտեղից

$$t_1 = \frac{v_0 \sin\alpha}{g}: \tag{5.46}$$

Համեմատելով ստացված ժամանակը թռիչքի ամբողջ t_0 ժամանակի (5.45) արտահայտության հետ՝ կնկատենք, որ այն $t_0/2$ է, այսինքն՝ վերելքի համար ծախսվում է ամբողջ ժամանակի կեսը: Մյուս կեսը ծախսվում է վայրէջքի համար: Այսպիսով՝ վերելքի և վայրէջքի ժամանակներն իրար հավասար են:

Թռիչքի առավելագույն բարձրությունը: Քանի որ հետագծի ամենաբարձր կետում մարմինը կլինի t_1 պահին, ապա թռիչքի առավելագույն բարձրությունը՝

$$H_{\max} = v_0 t_1 \sin\alpha - \frac{gt_1^2}{2} = \frac{v_0^2 \sin^2\alpha}{2g}: \tag{5.47}$$

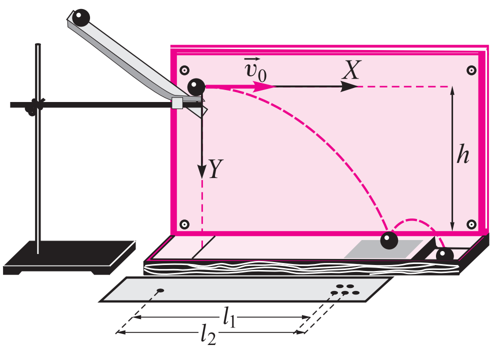
(5.47) բանաձևի համաձայն՝ $H_{\max}$-ն առավելագույնն է այն դեպքում, երբ մարմինը v_0 արագությամբ նետված է ուղղաձիգ դեպի վեր ($\alpha = 90°$):

Հարցեր և առաջադրանքներ

1. Ինչպե՞ս են փոխվում անկյան տակ նետված մարմնի արագության v_x և v_y պրոյեկցիաները թռիչքի ընթացքում: **2.** Ինչպե՞ս կփոխվի անկյան տակ նետված մարմնի թռիչքի առավելագույն բարձրությունը նրա սկզբնական արագությունը երկու անգամ մեծացնելիս: **3.** Ինչու՞ է մեծանում թռիչքի հեռահարությունը, երբ մարզիկը ցատկում է թափավազքից: **4.** Հետագծի ո՞ր կետում է արկի արագությունն առավել փոքր: **5.** Ինչպե՞ս է ուղղված անկյան տակ նետված մարմնի շարժման արագացումը վակուումում:

§23. ԼԱԲՈՐԱՏՈՐ ԱՇԽԱՏԱՆՔ 2

Մարմնի պարաբոլային շարժման ուսումնասիրումը



Աշխատանքի նպատակը. որոշել հորիզոնական ուղղությամբ նետված մարմնի սկզբնական արագությունը:

Չափամիջոցներ. միլիմետրական բաժանումներով քանոն (50 սմ երկարությամբ):

Նյութեր և սարքեր. գնդիկ, գնդիկը բաց թողնելու ոստնակ, նրբատախտակ, գրելու թուղթ, պատճենաթուղթ, սևեռակներ, ամրակալան՝ կցորդիչով և թաթով:

Փորձի կատարման ընթացքը

1. Ամրակալանի օգնությամբ նրբատախտակն ամրացրեք ուղղաձիգ դիրքով: Ամրակալանի նույն թաթով սեղմեք ոստնակի ելուստը: Ճոռի ծայրը պետք է լինի հորիզոնական:
2. Սեղմակներով նրբատախտակին ամրացնեք 20 սմ-ից ոչ պակաս երկարությամբ սպիտակ թուղթ և դրա վրա դրեք պատճենաթուղթը:
3. Փորձը կրկնեք 5 անգամ՝ գնդիկը բաց թողնելով ճոռի միևնույն տեղից, վերցրեք պատճենաթուղթը:
4. Չափեք h բարձրությունը և թռիչքի l հեռահարությունը: Չափման արդյունքները գրանցեք աղյուսակում:

Փորձի համարը	h, սմ	l, սմ	$l_{միջ}$, սմ	$\upsilon_{0\,միջ}$, սմ/վ

5. $\upsilon_0 = l\sqrt{g/2h}$ բանաձևով հաշվեք սկզբնական արագության միջին արժեքը՝ $\upsilon_{0\,միջ}$:
6. Օգտվելով $x = \upsilon_{0\,միջ}t$ և $y = gt^2/2$ բանաձևերից՝ գտեք մարմնի x կոորդինատը (y կոորդինատն արդեն հաշված է) յուրաքանչյուր 0,05 վայրկյանը մեկ և նրբատախտակին փակցրած թղթի վրա կառուցեք շարժման հետագիծը:

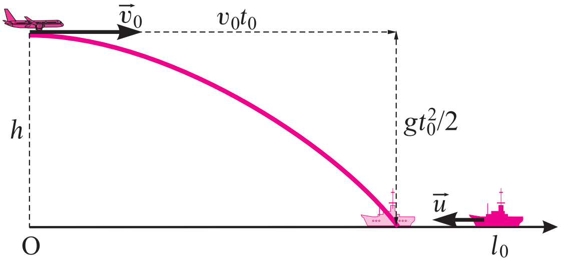
t, վ	0	0,05	0,1	0,15	0,2
x, մ	0				
y, մ	0	0,012	0,049	0,11	0,19

7. Գնդիկը բաց թողեք ճոռով և համոզվեք, որ նրա շարժման հետագիծը մոտ է կառուցված պարաբոլին:

Խնդիրների լուծման օրինակներ

1. Ինքնաթիռը թռչում է օվկիանոսի մակարդակից $h = 1125$ մ բարձրությամբ՝ $\upsilon_0 = 720$ կմ/ժ արագությամբ: Օդաչուն պետք է ծանրոց գցի ինքնաթիռից ընդառաջ լողացող նավի վրա, որը շարժվում է $u = 36$ կմ/ժ արագությամբ: Օդաչուն հորիզոնական ուղղությամբ նավից ի՞նչ հեռավորությամբ կետում պետք է բաց թողնի ծանրոցը, որպեսզի այն ընկնի նավի վրա:

Լուծում: Բաց թողնված ծանրոցն ինքնաթիռից բաժանվելու պահին ունի հորիզոնական ուղղությամբ ուղղված, մոդուլով ինքնաթիռի արագությանը հավասար υ_0 սկզբնական արագություն: Այդ պահն ընդունենք որպես ժամանակի հաշվարկման սկիզբ: Ջրի մակերևույթի O կետը, որը ժամանակի սկզբնական պահին ինքնաթիռով անցնող ուղղաձիգի վրա է, ընդունենք որպես դիրքի հաշվարկման սկիզբ: Այդ պահին նավի դիր-



քաթիվը (որոնելի հեռավորությունը) նշանակենք l_0: Նավի դիրքաթվի կախումը ժամանակից՝ $l = l_0 - ut$, որտեղ u-ն նավի արագությունն է: Ինքնաթիռից պոկված ծանրոցի դիրքը ժամանակի յուրաքանչյուր պահի ստացվում է նետման տեղից հորիզոնական ուղղությամբ $\upsilon_0 t$-ով, իսկ ուղղաձիգ ուղղությամբ՝ $gt^2/2$-ով տեղափոխելով: Ջրի մակերևույթին հասնելու t_0 պահին ուղղաձիգ ուղղությամբ ծանրոցը տեղափոխվում է h-ով, ուրեմն՝ $h = gt_0^2/2$: t_0 պահին հորիզոնական ուղղությամբ ծանրոցը տեղափոխված կլինի $\upsilon_0 t_0$-ով: Ծանրոցը կընկնի նավի վրա, եթե այդ պահին նավը լինի սկզբնակետից նույն հեռավորությամբ, այն է՝ նրա դիրքաթիվը լինի $\upsilon_0 t_0$, այսինքն՝ $\upsilon_0 t_0 = l_0 - ut_0$:

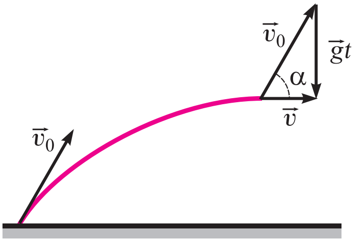
Համատեղ լուծելով վերը նշված հավասարումների համակարգը՝ կստանանք՝

$$l_0 = (\upsilon_0 + u)\sqrt{\frac{2h}{g}}:$$

ՄՀ-ում ինքնաթիռի և նավի արագությունները, համապատասխանաբար, հավասար են՝ $\upsilon_0 = 720$ կմ/ժ $= 200$ մ/վ և $u = 36$ կմ/ժ $= 10$ մ/վ, հետևաբար՝ $l_0 = 3150$ մ:

Պատասխան՝ 3150 մ:

2. Մարմինը նետված է հորիզոնի նկատմամբ $\alpha = 60°$ անկյան տակ: Հետագծի ամենաբարձր կետում մարմնի արագությունը՝ $\upsilon = 10$ մ/վ: Գտեք մարմնի սկզբնական արագությունը:



Լուծում: Թռիչքի ընթացքում մարմնի արագությունը՝ $\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}_0 + \vec{g}t$: Հետագծի ամենաբարձր կետում $\vec{\upsilon}$-ն ուղղված է հորիզոնական ուղղությամբ, ուստի՝ $\vec{\upsilon}$, $\vec{\upsilon}_0$ և $\vec{g}t$ վեկտորները կազմում են ուղղանկյուն եռանկյուն, որի մի անկյունը α է: Ինչպես երևում է նկարից, $\upsilon = \upsilon_0 \cos\alpha$, որտեղից $\upsilon_0 = \upsilon/\cos\alpha = 20$ մ/վ:

Պատասխան՝ 20 մ/վ:

ԳԼՈՒԽ VI

ԴԻՆԱՄԻԿԱՅԻ ՀԻՄՈՒՆՔՆԵՐԸ

ՆԵՐԱԾՈՒԹՅՈՒՆ

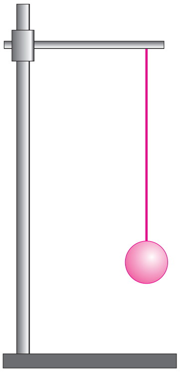
«Կինեմատիկայի հիմունքները» բաժնում ծանոթացանք այնպիսի մեծությունների, որոնք կիրառվում են մեր շրջակա աշխարհում դիտվող տարբեր շարժումներ նկարագրելու համար: Իմացանք նաև, որ մեխանիկայի հիմնական խնդրի լուծման համար պետք է գիտենալ արագացումը: Չէ՞ որ մի շարժումը տարբերվում է մյուսից հենց արագացումով: Այսպես՝ ուղղագիծ հավասարաչափ շարժումը մյուս շարժումներից տարբերվում է նրանով, որ այդպիսի շարժման դեպքում արագացումը զրո է, կորագիծ հավասարաչափ շարժման դեպքում արագացումը հետագծի ամեն մի կետում ուղղահայաց է այդ կետով հետագծին տարված շոշափողին, հավասարաչափ արագացող շարժման դեպքում արագացումը մոդուլով և ուղղությամբ հաստատուն է, շրջանագծային հավասարաչափ շարժման դեպքում արագացման մոդուլը հաստատուն է և շրջանագծի յուրաքանչյուր կետում ուղղված է դեպի կենտրոն և այլն: Ուստի՝ հասկանալի է, թե որքան կարևոր է արագացումները գտնել կարողանալը: Բայց արագացումները գտնելու համար առաջին հերթին պետք է իմանալ, թե ինչու են առաջանում դրանք, և որն է արագացման առաջացման պատճառը:

Կինեմատիկայում ուսումնասիրում են մարմինների տարբեր շարժումներ՝ առանց քննարկելու դրանք առաջ բերող պատճառները, պարզում, թե ինչպես է տեղի ունենում շարժումը (օրինակ՝ արագացմա՞մբ, թե՞ առանց արագացման): Իսկ այն հարցին՝ ո՞րն է արագացման պատճառը, ինչու՞ են մարմինները շարժվում այսպես և ոչ թե այլ կերպ, պատասխանում է մեխանիկայի գլխավոր բաժինը՝ **դինամիկան** (հունարեն «դինամիս»՝ ուժ բառից):

§24. ՆՅՈՒՏՈՆԻ ԱՌԱՋԻՆ ՕՐԵՆՔԸ: ՀԱՇՎԱՐԿՄԱՆ ԻՆԵՐՑԻԱԼ ՀԱՄԱԿԱՐԳԵՐ

Նախքան արագացումների առաջացման պատճառը որոնելը պարզենք, թե ինչ պայմաններում է մարմինը շարժվում առանց արագացման, այսինքն՝ երբ է նրա արագությունը ժամանակի ընթացքում մնում անփոփոխ: Այդ պայմանները խախտվելու դեպքում մարմնի արագությունը կսկսի փոփոխվել, ի հայտ կգա արագացում, ու պարզ կդառնա, թե որն է արագացման պատճառը:

Դիտարկենք որևէ մարմին դադարի վիճակում: 71-րդ նկարում ցույց է տրված ռետինե լարից կախված գնդիկ: Երկրի նկատմամբ գնդիկը դադարի վիճակում


Նկ.71. *Լարից կախված անշարժ գնդիկը*

է: Նրա շուրջը կան բազմաթիվ այլ մարմիններ՝ լարը, որից այն կախված է, սենյակի պատերը, տարբեր առարկաներ այդ և հարևան սենյակներում և, իհարկե, նաև Երկիրը: Թվարկված բոլոր մարմիններն էլ որևէ կերպ ազդում են գնդիկի վրա, ընդ որում, որոշ մարմիններ էապես են ազդում, մյուսները՝ աննշան չափով միայն: Եթե, օրինակ, տեղաշարժենք սենյակի կահույքը, ապա դա որևէ զգալի ազդեցություն չի թողնի գնդիկի վրա: Բայց եթե կտրենք լարը, այսինքն՝ վերացնենք թելի ազդեցությունը, ապա գնդիկն ազատ անկում կկատարի՝ շարժվելով g արագացմամբ:

Հայտնի է, որ հենց Երկրի ազդեցությամբ են բոլոր մարմինները վայր ընկնում: Բայց քանի դեռ լարը կտրված չէր, գնդիկը դադարի վիճակում էր: Այս պարզ փորձը ցույց է տալիս, որ գնդիկի շրջապատի բոլոր մարմիններից միայն երկուսն են նկատելիորեն ազդում նրա վրա՝ ռետինե լարն ու Երկիրը: Բավական էր հեռացնել այդ մարմիններից մեկը՝ լարը, և դադարի վիճակը խախտվեց: Եթե հրաշքով հնարավոր լիներ, պահպանելով ձգված լարի ազդեցությունը, հեռացնել Երկիրը, ապա գնդիկն արագացմամբ դեպի վերև կշարժվեր: Սա մեզ բերում է այն եզրակացության, որ երկու մարմինների՝ լարի և Երկրի ազդեցությունները գնդիկի վրա համակշռվում են (երբեմն ասում են՝ հավասարակշռվում են):

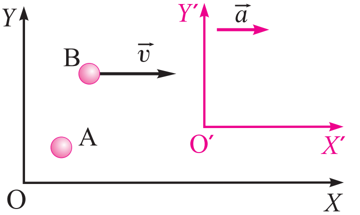
Երբ ասում են, թե երկու կամ մի քանի մարմինների ազդեցություններն իրար համակշռում են, հասկանում են հետևյալը՝ մարմինների համատեղ ազդեցության արդյունքն այնպիսին է, ինչպիսին կլիներ, եթե այդ մարմինները բացակայեին:

Դիտարկենք սառույցի վրա դրված անշարժ տափօղակը: Այս դեպքում Երկրի ազդեցությունը տափօղակի վրա համակշռվում է հենարանի՝ սառույցի ազդեցությամբ: Երբ հոկեյիստը մականով հարվածում է տափօղակին, վերջինիս վրա ազդեցությունների հավասարակշռությունը խախտվում է, որի հետևանքով տափօղակը շարժվում է՝ ունենալով որոշակի սկզբնական արագություն: Հարվածից հետո, երբ մականի ազդեցությունը տափօղակի վրա արդեն վերացել է, առաջվա նման Երկրի ազդեցությունը համակշռվում է սառույցի ազդեցությամբ, և տափօղակը հարվածից հետո շարժվում է ուղիղ գծով՝ համարյա հաստատուն արագությամբ: Ճիշտ է, տափօղակը, ի վերջո, կանգ է առնում, բայց փորձից հայտնի է, որ ինչքան ողորկ լինեն սառույցն ու տափօղակը, այնքան տափօղակի շարժումը տևական կլինի: Ուստի՝ հասկանալի է, որ եթե բոլորովին վերացվեր շարժվող տափօղակի վրա սառույցի ունեցած այն ազդեցությունը, որը կոչվում է շփում, ապա տափօղակի վրա բոլոր ազդեցությունների հավասարակշռությունը կվերականգնվեր, և այն կշարունակեր շարժվել հաստատուն արագությամբ:

Քննարկված և բազմաթիվ այլ օրինակներ հնարավորություն են տալիս անելու հետևյալ եզրակացությունը. եթե մարմնի վրա այլ մարմիններ չեն ազդում, կամ դրանց ազդեցությունները համակշռվում են, ապա մարմինը մնում է դադարի վիճակում կամ կատարում է ուղղագիծ հավասարաչափ շարժում, այսինքն՝ մարմինն իր արագությունը պահում է հաստատուն:

Այն մարմինը, որի վրա արտաքին ազդեցություններ չկան, անվանում են **ազատ** կամ **առանձնացված մարմին**: Ազատ մարմնի՝ իր արագությունը հաստատում պահելու երևույթն անվանում են **իներցիա**, մարմնի այդ հատկությունը՝ **իներտություն**, իսկ նրա շարժումը՝ շարժում իներցիայով:

Առաջին անգամ ազատ մարմնի շարժման խոր և բազմակողմանի վերլուծություն կատարել է Գալիլեո Գալիլեյը: Մինչ Գալիլեյն ընդունված էր հույն գիտնական Արիստոտելի ուսմունքը. մարմինը շարժվում է միայն այն դեպքում, երբ նրա վրա ազդում են այլ մարմիններ: Բազմաթիվ փորձերի և դիտարկումների արդյունքում Գալիլեյը ձևակերպել է **իներցիայի օրենքը. ազատ մարմինը մնում է դադարի վիճակում կամ շարժվում է իներցիայով՝ ուղղագիծ և հավասարաչափ**:



Նկ. 72. *Իներցիայի օրենքը տարբեր հաշվարկման համակարգերում*

Մեր քննարկած օրինակները ցույց են տալիս, որ Երկրի հետ կապված հաշվարկման համակարգում իներցիայի օրենքը ճիշտ է: Բայց չէ՞ որ «շարժում» և «դադար» հասկացությունները հարաբերական են: Եթե մի հաշվարկման համակարգի նկատմամբ մարմինը դադարի վիճակում է, ապա այլ հաշվարկման համակարգի նկատմամբ կարող է շարժվել: Դիցուք՝ Երկրի հետ կապված XOY հաշվարկման համակարգում A մարմինը դադարի վիճակում է, իսկ B մարմինը շարժվում է ուղղագիծ և հավասարաչափ (նկ. 72): Այս համակարգում իներցիայի օրենքը ճիշտ է: Դիտարկենք արագացմամբ շարժվող X′O′Y′ համակարգը և պարզենք՝ ճի՞շտ է արդյոք իներցիայի օրենքն այդ համակարգում: X′O′Y′ համակարգի նկատմամբ A և B մարմինները կատարում են արագացող շարժում, չնայած նրանց վրա այլ մարմիններ չեն ազդում: Ուստի՝ արագացմամբ շարժվող հաշվարկման համակարգերում իներցիայի օրենքը ճիշտ չէ:

Այսպիսով՝ եկանք այն եզրակացության, որ իներցիայի օրենքը ճիշտ է մի համակարգում և սխալ է մեկ այլ համակարգում: Նշանակում է՝ առանց հաշվարկման համակարգը նշելու այն անիմաստ է: Այն հաշվարկման համակարգերը, որտեղ ճիշտ է իներցիայի օրենքը, կոչվում են **իներցիալ հաշվարկման համակարգեր**:

Իրականում համակարգը կարող է լինել իներցիալ որոշակի ճշտությամբ: Առօրյա փորձը հաստատում է, որ իներցիայի օրենքը ճիշտ է երկրային պայմաններում: Բայց չէ՞ որ Երկիրը պտտվում է սեփական առանցքի և Արեգակի շուրջը: Հետևաբար՝ Երկրի հետ կապված հաշվարկման համակարգը հեռավոր աստղերի նկատմամբ շարժվում է արագացմամբ: Չկա՞ արդյոք այստեղ հակասություն: Մի կողմից՝ փորձը վկայում է, որ իներցիայի օրենքը Երկրի հետ կապված հաշվարկման համակարգում ճիշտ է, մյուս կողմից՝ այդ համակարգը շարժվում է արագացմամբ: Այո՛, հակասություն կա: Բայց գործնականում Երկրի վրա ընթացող շատ երևույթներում Երկրի հետ կապված հաշվարկման համակարգը կարելի է համարել իներցիալ: Բանն այն է, որ մարմինների՝ Երկրի օրական պտույտով պայմանավորված արագացումը շատ փոքր է: Իրոք, կենտրոնաձիգ արագացման (5.26) բանաձևի մեջ տեղադրելով Երկրի շառավղի (R = 6400 կմ) և օրական պտույտի պարբերության (T = 24 ժ) արժեքները՝ կստանանք, որ մարմինների արագացումը հասարակածում, որտեղ այն առավելագույնն է՝ 0,03 մ/վ^2, որը մոտավորապես 330 անգամ փոքր է ազատ անկման արագացումից, հետևաբար՝ շատ դժվար է երկրային համակարգի ոչ իներցիալությունը հայտնաբերելը:

«Բնափիլիսոփայության մաթեմատիկական հիմունքները» հայտնի աշխատության մեջ (1687 թ.) Նյուտոնը ձևակերպել է դինամիկայի օրենքները, որոնց հիման վրա կառուցել է դասական մեխանիկան: Նա համոզված էր, որ Գալիլեյը ճիշտ է, և իներցիայի մասին օրենքը դասել է դինամիկայի օրենքների շարքը՝ որպես առաջին օրենք՝ հետևյալ ձևակերպմամբ. «Յուրաքանչյուր մարմին պահպանում է ուղղագիծ և հավասարաչափ շարժման վիճակը, քանի դեռ ստիպված չէ փոխել այդ վիճակը արտաքին ուժերի ազդեցությամբ»:

Քանի որ իներցիայի օրենքը ճիշտ է միայն իներցիալ հաշվարկման համակարգերում, ապա նախընտրելի է Նյուտոնի առաջին օրենքի հետևյալ ձևակերպումը. **գոյություն ունեն հաշվարկման համակարգեր, որտեղ մարմինը պահպանում է դադարի կամ ուղղագիծ հավասարաչափ շարժման վիճակը, եթե նրա վրա այլ մարմիններ չեն ազդում, կամ դրանց ազդեցությունները համակշռվում են**:

Նյուտոնի առաջին օրենքը հնարավորություն է տալիս առանձնացնելու իներցիալ հաշվարկման համակարգերը:

Հարցեր և առաջադրանքներ

1. Ի՞նչ է նշանակում «մի քանի մարմինների ազդեցությունները համակշռվում են» արտահայտությունը: **2.** Ո՞ր մարմինն է կոչվում ազատ: **3.** Ո՞ր երևույթն են անվանում իներցիա: **4.** Ձևակերպե՛ք իներցիայի օրենքը՝ ըստ Գալիլեյի: **5.** Ո՞ր համակարգերն են կոչվում իներցիալ: **6.** Ձևակերպե՛ք Նյուտոնի առաջին օրենքը:

§25. ԶԱՆԳՎԱԾ: ԶԱՆԳՎԱԾԸ ՈՐՊԵՍ ԻՆԵՐՏՈՒԹՅԱՆ ՉԱՓ:

Նյուտոնի առաջին օրենքի համաձայն՝ առանձնացված մարմինը շարժվում է իներցիայով՝ առանց արագացման: Ուրեմն, որպեսզի մարմնին արագացում հաղորդենք, պետք է «հաղթահարենք» նրա իներտությունը, ստիպենք շարժվել արագացմամբ՝ հակառակ արագության վեկտորը հաստատուն պահելու մարմնի «ձգտման»: Դրա համար պետք է լինի մեկ ուրիշ մարմին կամ մի քանի մարմին, որոնց ազդեցությունները մարմնի վրա համակշռված չեն: Այդ դեպքում մարմինն առանձնացված չէ և կշարժվի արագացմամբ: Օրինակ՝ ազատ անկում կատարող մարմինները շարժվում են արագացմամբ: Նրանց արագացումն առաջացնող մարմինը Երկիրն է: Սառույցին դրված տափօղակն իր արագությունը փոխում է մականի հարվածի հետևանքով: Տափօղակին արագացում հաղորդող մարմինը մականն է: Մագնիսը մոտեցնենք երկաթե գնդիկին: Գնդիկը, որը մինչ այդ դադարի վիճակում էր, մագնիսի ազդեցությամբ սկսում է շարժվել արագացմամբ (նկ. 73, ա):

Եթե մագնիսը մոտեցնենք շարժվող գնդիկին այնպես, ինչպես ցույց է տրված 73, բ նկարում, ապա կփոխվի այդ շարժման արագության ուղղությունը. գնդիկի շարժման հետագիծը կկորանա: Նշանակում է՝ գնդիկը ձեռք է բերել կենտրոնաձիգ արագացում: Այս փորձում կրկին տեսնում ենք, որ արտաքին մարմնի՝ մագնիսի ազդեցությունը գնդիկի շարժման փոփոխության և ոչ թե շարժման պատճառն է: Չէ՞ որ գնդիկը շարժվում էր նաև մինչև մագնիսը մոտեցնելը:

Այսպիսով՝ **մարմնի շարժման արագացման պատճառն այլ մարմինների չհամակշռված ազդեցությունն է մարմնի վրա**:

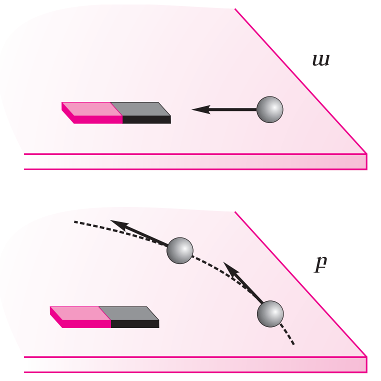
Ինչի՞ց է կախված արտաքին ազդեցության հետևանքով մարմնի շարժման արագության փոփոխության բնութագրի՝ արագացման մոդուլը: Այս հարցի պատասխանը գտնելու համար նորից դիմենք փորձի օգնությանը: Նախ՝ M_1 մարմնի վրա հորիզոնական ուղղությամբ արտաքին հաստատուն ազդեցություն գործենք (նկ. 74, ա): Փորձը ցույց է տալիս, որ **արտաքին հաստատուն ազդեցության դեպքում մարմինը շարժվում է հաստատուն արագացմամբ**: Ուրեմն, չափելով դադարի վիճակից որևէ s_1 ճանապարհի անցնելու t_1 ժամանակը, $s = at^2/2$ բանաձևից կարող ենք հաշվել մարմնի a_1 արագացումը:

Այնուհետև՝ արտաքին նույնպիսի ազդեցություն գործենք M_2 մարմնի վրա (նկ. 74, բ): Մարմինների վրա միատեսակ ազդեցություն կապահովենք թելից կախված բեռի ընտրությամբ այնպես, որ երկու դեպքում էլ զսպանակը միևնույն չափով ձգված լինի (պարզության համար ենթադրենք, որ սեղանի և մարմնի շփումը բացակայում է): Չափելով երկրորդ մարմնի a_2 արագացումը՝ կհամոզվենք, որ **միևնույն արտաքին ազդեցության հետևանքով տարբեր մարմիններ շարժվում են տարբեր արագացումներով**:

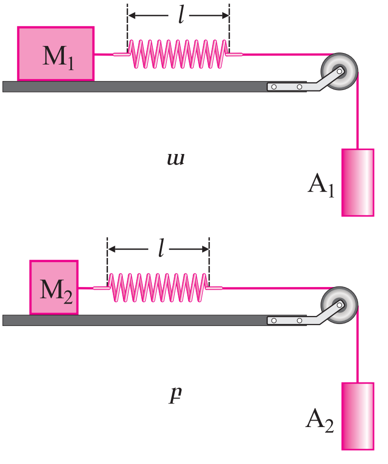
Այժմ որոշենք մարմինների a'_1 և a'_2 արագացումները զսպանակի ուրիշ, բայց դարձյալ միևնույն երկարացումների (արտաքին ազդեցությունների) դեպքում:

Փորձը ցույց է տալիս, որ **տարբեր պայմաններում արտաքին միևնույն ազդեցությանը ենթարկվող մարմինների արագացումների մոդուլների հարաբերությունը հաստատուն է**.

$$\frac{a'_1}{a'_2} = \frac{a_1}{a_2} = const:$$



Նկ.73. *ա. Մագնիսի ազդեցությամբ գնդիկն սկսում է շարժվել,*
բ. մագնիսի ազդեցությամբ գնդիկը փոխում է շարժման ուղղությունը:



Նկ.74. *ա. A_1 բեռի դեպքում զսպանակի երկարությունն l է,*
բ. A_2 բեռն ընտրվում է այնպես, որ զսպանակի երկարությունը մնա անփոփոխ:

Փորձի արդյունքը, որ արտաքին միևնույն ազդեցության հետևանքով տարբեր մարմիններ շարժվում են տարբեր արագացումներով, ցույց է տալիս, որ մարմնի արագացումը կախված է ոչ միայն արտաքին ազդեցությունից, այլև մարմնի ինչ-որ **սեփական** հատկությունից: Այն փաստից, որ մարմինների արագացումները տարբեր են, կարելի է եզրակացնել, որ հավասար ժամանակամիջոցներում նրանց արագությունները տարբեր չափով են փոխվում: Հիշենք, որ մարմնի արագացումը արագության $\Delta\vec{v}$ փոփոխության և այն Δt ժամանակի հարաբերությունն է, որի ընթացքում տեղի է ունեցել այդ փոփոխությունը՝ $\vec{a} = \Delta\vec{v}/\Delta t$, ուստի՝ որքան փոքր է մարմնի արագացումը, այնքան քիչ է փոխվում նրա արագությունը տվյալ Δt ժամանակամիջոցում:

Միևնույն ազդեցության հետևանքով նույն ժամանակում իր շարժման արագությունը քիչ փոխած մարմնի մասին ասում են, որ այն ավելի **իներտ** է, քան մյուսը: Չէ՞ որ եթե այն բոլորովին չփոխեր իր արագությունը, ապա կշարժվեր իներցիայով, այսինքն՝ ուղղագիծ և հավասարաչափ: Իներտությունը, որով օժտված է յուրաքանչյուր մարմին, մարմնի կարևորագույն հատկություններից է, որովհետև իներտությունից է կախված այն արագացումը, որով մարմինն սկսում է շարժվել արտաքին ազդեցության հետևանքով: **Մարմնի իներտության չափը բնութագրող ֆիզիկական մեծությունն անվանում են զանգված**:

Քանի որ միևնույն ազդեցությանը ենթարկվող երկու մարմինների արագացումների մոդուլների հարաբերությունը հաստատուն է՝ $a_1/a_2=const$, և այն մարմինը, որի արագացումը փոքր է, ավելի իներտ է, ապա երկրորդ մարմինը, որի արագացումը մեծ է, a_1/a_2 անգամ փոքր զանգված ունի, քան առաջին մարմինը: Եթե մարմինների զանգվածները նշանակենք m_1-ով և m_2-ով, ապա

$$m_2 = \frac{a_1}{a_2} m_2 : \qquad (6.1)$$

Առանձին մարմնի զանգվածն արտահայտող թիվը գտնելու համար անհրաժեշտ է որևէ մարմնի զանգվածը համարել զանգվածի չափանմուշ, այնուհետև բոլոր մարմինների զանգվածները համեմատել այդ մարմնի զանգվածի հետ:

Ինչպես գիտեք, ՄՀ-ում զանգվածի միավորը կիլոգրամն է (կգ), որը երկարության միավորի (մ) և ժամանակի միավորի (վ) նման ՄՀ-ի հիմնական միավորներից է:

Իհարկե, անհրաժեշտություն չկա մարմնի զանգվածը որոշելու համար այն անպայմանորեն համեմատել զանգվածի չափանմուշի հետ: Այդպիսի եղանակը գործնականում հարմար չէ: Գոյություն ունի զանգվածը չափելու ուրիշ եղանակ՝ կշռումը, որին ծանոթացել եք VII դասարանի ֆիզիկայի դասընթացում: Բայց որոշ դեպքերում զանգվածն արագացումների միջոցով որոշելը միակ հնարավոր եղանակն է: Հնարավոր չէ, օրինակ, կշռելով չափել մոլորակների, աստղերի և երկնային այլ մարմինների զանգվածը: Կշեռքով հնարավոր չէ չափել նաև ատոմների և տարրական մասնիկների զանգվածները և այլն:

Զանգվածի կարևոր հատկություններից է նրա **ադիտիվությունը**, այսինքն՝ մարմնի զանգվածը հավասար է նրա մասերի զանգվածների գումարին:

Հարցեր և առաջադրանքներ

1. Ո՞րն է մարմինների արագացման պատճառը: **2.** Ինչո՞վ բացատրել այն փաստը, որ արտաքին միևնույն ազդեցության հետևանքով մարմինները ձեռք են բերում տարբեր արագացումներ: **3.** Ո՞րն է մարմնի իներտություն կոչվող հատկությունը: **4.** Ի՞նչ ենք հասկանում՝ ասելով, որ մի մարմինը մյուսից 3 անգամ ավելի իներտ է: **5.** Ո՞ր ֆիզիկական մեծությունն են անվանում զանգված: **6.** Ո՞ր մարմնի զանգվածն է ընդունված որպես զանգվածի չափանմուշ: **7.** Ինչպե՞ս է կոչվում զանգվածի միավորը ՄՀ-ում: Այն հիմնակա՞ն, թե՞ ածանցյալ միավոր է:

§26. ՈՒԺ: ՀԱՄԱԶՈՐ ՈՒԺ: ՈՒԺԻ ԵՎ ԱՐԱԳԱՑՄԱՆ ԿԱՊԸ

Ինչպես գիտեք, մարմնի շարժման արագացման պատճառն այլ մարմինների չհամակշռված ազդեցությունն է նրա վրա: Հայտնի է նաև, որ այլ մարմինների ազդեցության հետևանքով մարմինը կարող է դեֆորմացվել: Մարմնի վրա մեխանիկական ազդեցություն թողնող, այսինքն՝ նրան արագացում հաղորդող կամ նրա դեֆորմացիա առաջացնող արտաքին ազդեցությունը բնութագրող ֆիզիկական մեծությունն անվանում են ուժ: **Ուժը մարմնի վրա այլ մարմինների ազդեցության քանակական չափն է:**

Երբ արդեն սահմանեցինք «ուժ» հասկացությունը, այսուհետ «մարմինը ձեռք է բերել արագացում այլ մարմինների չհամակշռված ազդեցության հետևանքով» ասելու փոխարեն կարող ենք կարճ ասել, որ մարմնին արագացում հաղորդել է նրա վրա ազդող ուժը:

Մարմնի շարժման արագացման պատճառը նրա վրա ազդող ուժն է:

Մի ուժի հաղորդած արագացման մոդուլը կարող է ավելի մեծ լինել, քան մեկ այլ ուժինը: Մի ուժ կարող է մարմնին արագացում հաղորդել մի ուղղությամբ, մեկ այլ ուժ՝ այլ ուղղությամբ: Հետևաբար՝ կարելի է ենթադրել, որ ուժը պետք է վեկտորական ֆիզիկական մեծություն լինի, որը բնութագրվում է մոդուլով և ուղղությամբ:

Բայց ի՞նչ մեծություն է դա: Ինչպե՞ս չափել այն: Եվ, որ ամենակարևորն է, ինչպե՞ս է ուժը կապված արագացման հետ:

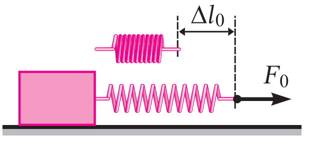
Մարմնի վրա մեխանիկական ազդեցության տեսակետից ուժի բնույթն էական նշանակություն չունի, ուստի՝ ուժերի բնույթին (գրավիտացիոն, էլեկտրամագնիսական, միջուկային և այլն) կծանոթանանք ստորև (VII գլուխ): Իսկ անկախ ուժերի բնույթից՝ դրանց բոլորի չափման համար ընտրենք նույն միավորը՝ միևնույն չափանմուշների միջոցով:

Կան ուժի մոդուլը չափելու տարբեր եղանակներ: Դրանցից ամենատարածվածը հիմնված է ուժի՝ պինդ մարմնի առաձգական դեֆորմացիա առաջացնելու հատկության վրա: Առաձգական մարմնի պարզագույն օրինակ է զսպանակը: Ուժը չափելու համար սկզբում կարող ենք վարվել հետևյալ կերպ.

ա) որպես չափանմուշ ընտրենք որևէ զսպանակ (նկ. 75),

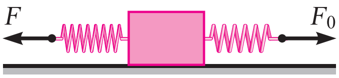
բ) չափանմուշի՝ իր ծայրին ամրացված մարմնի վրա ազդող F_0 ուժը, զսպանակի որոշակի Δl_0 երկարացման դեպքում, ընդունենք որպես ուժի պայմանական միավոր,

գ) համարենք, որ ուժն ուղղված է զսպանակի երկայնքով:



Նկ.75. *Ուժի չափանմուշը*

Միավոր ուժն այլ ուժի հետ համեմատելու և երկու ուժերի հավասարությունը սահմանելու համար օգտվենք հաշվարկման իներցիալ համակարգերի հիմնական հատկությունից, որի համաձայն՝ արտաքին ազդեցության բացակայությամբ մարմինը մնում է դադարի վիճակում կամ կատարում է ուղղագիծ հավասարաչափ շարժում:

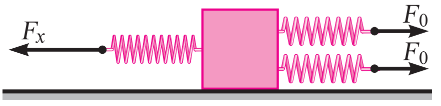


Նկ.76. *Ուժերի մոդուլների հավասարությունը*

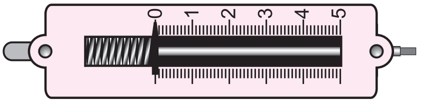
Այժմ ենթադրենք, թե մարմնի վրա միաժամանակ ազդում է երկու ուժ. չափանմուշային զսպանակի F_0 և ինչ-որ անհայտ զսպանակի F ուժը (նկ. 76): Ենթադրենք նաև, որ մարմինը դադարի վիճակում է, այսինքն՝ իրեն պահում է այնպես, ինչպես կպահեր ուժերի բացակայությամբ: Այդ դեպքում իրավացիորեն կարելի է պնդել, որ զսպանակների ազդող ուժերը համակշռված են, իսկ այդ ուժերը մոդուլով հավասար են, իսկ ուղղությամբ՝ հակադիր:

Երկու ուժեր համարվում են մոդուլով հավասար և ուղղությամբ հակադիր, եթե մարմինը, որի վրա այդ ուժերն ազդում են միաժամանակ, պահպանում է դադարի կամ ուղղագիծ հավասարաչափ շարժման վիճակը:

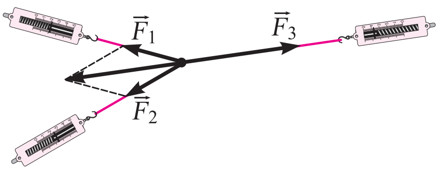
Օգտվելով այս կանոնից՝ կարելի է ընտրել տարբեր զսպանակներ, որոնք անհրաժեշտ չափով ձգելու դեպքում առաջացնում են ուժի միավորին հավասար ուժեր: Ունենալով միավոր ուժ ստեղծող զսպանակների հավաքածու՝ կարելի է չափել կամայական ուժի մոդուլը: Օրինակ՝ եթե մարմնի վրա մի կողմից անհայտ ուժով մի զսպանակ է ազդում, մյուս կողմից՝ միավոր ուժով՝ երկու զսպանակ (նկ. 77), իսկ մարմինը պահպանում է դադարի վիճակը, ապա կարելի է պնդել, որ առաջին զսպանակի ազդեցությունը հավասար է երկրորդ և երրորդ զսպանակների համատեղ ազդեցությանը, կամ, այլ կերպ ասած, $F_x = F_0 + F_0 = 2F_0$:



Նկ. 77. *Անհայտ ուժի որոշման դեպք*



Նկ. 78. *Ուժաչափ*



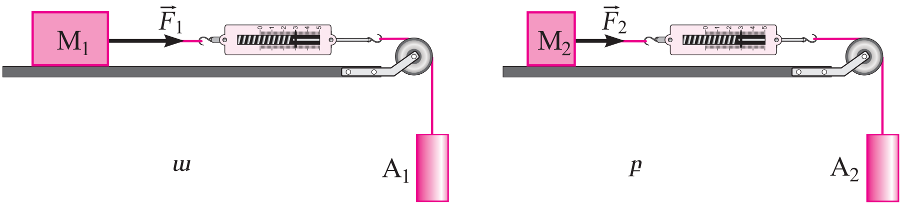
Նկ. 79. *Ուժի վեկտոր լինելն ապացուցող փորձ*

Օգտվելով ուժերի համեմատման այս եղանակից և այն բանից, որ զսպանակները տարբեր չափով ձգելու դեպքում առաջացնում են տարբեր ուժեր, կարելի է որևէ զսպանակ աստիճանավորել (նկ. 78) և նրա հետ համեմատել կամայական ուժ, այսինքն՝ ստանալ ուժը չափող սարք՝ **ուժաչափ** (դինամոմետր):

Ցույց տանք, որ ուժը վեկտորական մեծություն է: Դիցուք՝ դադարի վիճակում մարմնի վրա սկսում են ազդել F_1 և F_2 ուժերը (նկ. 79): Փորձնական եղանակով գտնենք այն F_3 ուժը, որը կհամակշռի այդ ուժերի համատեղ ազդեցությունը, և մարմինը կմնա դադարի վիճակում:

Փորձը ցույց է տալիս, որ F_3 ուժն ուղղված է F_1 և F_2 կողմերով զուգահեռագծի անկյունագծով, իսկ նրա մոդուլը հավասար է անկյունագծի երկարությանը: Սա նշանակում է, որ F_1 և F_2 ուժերի համատեղ ազդեցությունը համարժեք է անկյունագծով ուղղված և մոդուլով անկյունագծին հավասար ուժին, այսինքն՝ ուժերը գումարվում են զուգահեռագծի կանոնով: Հետևաբար՝ **ուժը վեկտորական մեծություն է**:

Այս հատկության հիման վրա մարմնի վրա ազդող ուժերը կարելի է փոխարինել մի ուժով, որը հավասար է դրանց վեկտորական գումարին և կոչվում է այդ ուժերի **համազոր**: Եվ, հակառակը, ուժը կարելի է վերածել բաղադրիչների, որոնց վեկտորական գումարը հավասար է տրված ուժին:



Նկ. 80. *Ուժի և արագացման կապի ստացումը*

Ուժի և արագացման կապը: Քանի որ կարող ենք չափել և՛ ուժը, և՛ արագացումը, ապա կարող ենք կապ հաստատել դրանց միջև: Դրա համար կրկին դիմենք փորձի օգնությանը: Նախ՝ չափենք M մարմնի a_1 արագացումը և նրա վրա ազդող F_1 ուժը՝ A_1 բեռի դեպքում (նկ. 80,ա): Այնուհետև փոխենք բեռը և չափենք մարմնի a_2 արագացումը և նրա վրա ազդող F_2 ուժը (նկ. 80,բ): Ապա կրկնենք փորձը մի երրորդ բեռի դեպքում և այլն: Այսպիսի փորձերի բազմաթիվ կրկնությունները ցույց են տալիս, որ տրված զանգվածով մարմնի վրա ազդող ուժի և նրա ձեռք բերած արագացման հարաբերությունը հաստատուն մեծություն է.

$$\frac{F_1}{a_1} = \frac{F_2}{a_2} = \ldots = const: \qquad (6.2)$$

Մարմնի արագացման ուղղությունը համընկնում է նրա վրա ազդող ուժի ուղղությանը, ուստի՝ (6.2) արտահայտությունը կարող ենք գրել հետևյալ կերպ.

$$\vec{a} + \vec{F}, \qquad (6.3)$$

այսինքն՝ մարմնի արագացումն ուղիղ համեմատական է նրա վրա ազդող ուժին:

Հարցեր և առաջադրանքներ

1. Ո՞ր մեծությունն են անվանում ուժ: **2.** Ո՞րն է մարմնի արագացման պատճառը: **3.** Ուժի ո՞ր հատկության վրա է հիմնված զսպանակի միջոցով ուժի չափման եղանակը: **4.** Ինչպե՞ս են ընտրում ուժի պայմանական միավորը: **5.** Ո՞ր ուժերն են ընդունվում մոդուլով իրար հավասար: **6.** Ինչպե՞ս են սփանում ուժաչափ: **7.** Ի՞նչն են անվանում ուժերի համազոր: **8.** Ինչպե՞ս է մարմնի արագացումը կախված նրա վրա ազդող ուժից:

§27. ՆՅՈՒՏՈՆԻ ԵՐԿՐՈՐԴ ՕՐԵՆՔԸ: ՄԱՐՄՆԻ ՇԱՐԺՈՒՄԸ ՄԻ ՔԱՆԻ ՈՒԺԵՐԻ ԱԶԴԵՑՈՒԹՅԱՄԲ

Համաձայն (6.1) արտահայտության՝ նույն ուժի ազդեցությամբ տարբեր մարմինների ձեռք բերած արագացումների մոդուլները հակադարձ համեմատական են դրանց զանգվածներին՝

$$a + \frac{1}{m}, \quad \text{երբ} \quad F = const: \qquad (6.4)$$

§ 26-ում ստացանք, որ հաստատուն զանգվածով մարմնի արագացումն ուղիղ համեմատական է նրա վրա ազդող ուժին՝

$$\vec{a} + \vec{F}, \quad \text{երբ} \quad m = const: \qquad (6.5)$$

Մաթեմատիկորեն միավորելով (6.4) և (6.5) համեմատականությունները՝ կարող ենք գրել՝

$$\vec{a} + \frac{\vec{F}}{m}: \qquad (6.6)$$

Համեմատականության նշանը կարելի է փոխարինել հավասարության նշանով՝ մտցնելով համապատասխան համեմատականության k գործակիցը.

$$\vec{a} = k\frac{\vec{F}}{m}: \qquad (6.7)$$

k գործակցի արժեքը կախված է բանաձևի մեջ մտնող մեծությունների միավորների ընտրությունից: Քանի որ արագացումը և զանգվածն արդեն ունեն համապատասխան չափման միավորներ, իսկ ուժի միավոր դեռ չենք ընտրել, ապա դա կարող ենք անել այնպես, որ համեմատականության k գործակիցը հավասար լինի 1-ի: Այդ դեպքում (6.7) արտահայտությունը կարելի է գրել հետևյալ կերպ.

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}: \qquad (6.8)$$

(6.8) բանաձևը դինամիկայի երկրորդ (հիմնական) օրենքի՝ **Նյուտոնի երկրորդ օրենքի** մաթեմատիկական արտահայտությունն է, որը կարելի է ձևակերպել այսպես. **ուժի ազդեցությամբ մարմնի ձեռք բերած արագացումն ուղիղ համեմատական է այդ ուժին և հակադարձ համեմատական՝ մարմնի զանգվածին**: Իներցիայի օրենքի նման՝ Նյուտոնի երկրորդ օրենքը նույնպես ճիշտ է հաշվարկման իներցիալ համակարգերում:

Հաճախ դինամիկայի հիմնական օրենքն արտահայտում են հետևյալ կերպ.

$$\vec{F} = m\vec{a}, \qquad (6.9)$$

որը հնարավորություն է տալիս որոշելու մարմնի վրա ազդող ուժը՝ չափելով մարմնի արագացումը:

Նյուտոնի երկրորդ օրենքի համաձայն՝ մարմնի վրա կիրառված ուժը որոշում է մարմնի շարժման արագացումը, այսինքն՝ արագության փոփոխությունը և ոչ թե՝ արագությունը: Իսկ դա նշանակում է, որ **ուժը ոչ թե շարժման, այլ շարժման (արագության) փոփոխության պատճառ է**: Արագացման ուղղությունը միշտ համընկնում է ուժի ուղղությանը: Իսկ արագության և տեղափոխության ուղղությունները կարող են և չհամընկնել ուժի ուղղությանը:

Ինչպես գիտեք, մարմինը շարժվում է ուղղագիծ, եթե նրա շարժման սկզբնական արագության և արագացման վեկտորներն ուղղված են նույն ուղղով: Ուրեմն՝ եթե մարմնի վրա ազդող ուժն ուղղված է նույն ուղղով, ինչ սկզբնական արագությունը, ապա մարմինը կատարում է ուղղագիծ շարժում, հակառակ դեպքում՝ կորագիծ: Եթե ուժը միշտ ուղղված լինի արագությանն ուղղահայաց, ապա մարմինը կկատարի կորագիծ հավասարաչափ շարժում:

Փորձերը ցույց են տալիս, որ եթե մարմնի (նյութական կետի) վրա միաժամանակ ազդում է մի քանի ուժ՝ $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \ldots \vec{F}_n$, ապա մարմինն ստանում է այնպիսի արագացում, որը նրան կհաղորդեր այդ ուժերի $\vec{F}$ համազորը: Նյուտոնի երկրորդ օրենքը մի քանի ուժի ազդեցությամբ շարժվող մարմնի համար կգրվի հետևյալ կերպ՝

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \ldots + \vec{F}_n = m\vec{a}: \qquad (6.10)$$

Մարմնի շարժման նկարագրության կոորդինատային եղանակի դեպքում

Իսահակ Նյուտոն

1643 -1727

Անգլիացի խոշորագույն ֆիզիկոս և մաթեմատիկոս: Ձևակերպել է մեխանիկական շարժման ընդհանուր օրենքները, հայտնագործել տիեզերական ձգողության օրենքը, ստեղծել դիֆերենցիալ և ինտեգրալ հաշվի հիմունքները: Նա նշանակալի հետազոտություններ է կատարել օպտիկայի բնագավառում: Նրա հետազոտությունները հրապարակվել են «Բնափիլիսոփայության մաթեմատիկական հիմունքները»(1687) ստվարածավալ աշխատությունում և «Օպտիկա» (1704) գրքում

Նյուտոնի երկրորդ օրենքը ներկայացվում է (6.10) վեկտորական հավասարմանը համարժեք երեք սկալյար հավասարումների համակարգի միջոցով`

$$
\begin{aligned}
&F_{1x}+F_{2x}+\dots+F_{nx}=ma_x\,,\\
&F_{1y}+F_{2y}+\dots+F_{ny}=ma_y\,,\\
&F_{1z}+F_{2z}+\dots+F_{nz}=ma_z\,:
\end{aligned}
\qquad (6.11)
$$

(6.11) հավասարումների համակարգի յուրաքանչյուր հավասարում պետք է հասկանալ այսպես. **կամայական ուղղության վրա արագացման պրոյեկցիայի և զանգվածի արտադրյալը հավասար է մարմնի վրա ազդող ուժերի` այդ ուղղության վրա պրոյեկցիաների գումարին**:

Շրջանագծային շարժման դեպքում նյութական կետի դիրքով անցնող շառավղի վրա արագացման պրոյեկցիան, ինչպես հայտնի է, υ^2/R է: Ուրեմն` եթե նյութական կետի վրա ազդող բոլոր ուժերի պրոյեկցիաների գումարը շառավղի վրա նշանակենք F_R -ով, ապա Նյուտոնի երկրորդ օրենքից

$$F_R = \frac{m\upsilon^2}{R}: \qquad (6.12)$$

(6.12) հավասարման մեջ ուժերի պրոյեկցիաների նշանները որոշելիս պետք է հաշվի առնել, որ, որպես դրական ուղղություն, ընտրված է մարմնի դիրքից դեպի շրջանագծի կենտրոն ուղղությունը:

Նյուտոնի երկրորդ օրենքից հետևում է, որ եթե մարմնի վրա ազդող ուժերի վեկտորական գումարը զրո է, ապա մարմնի շարժման արագացումը նույնպես զրո է, և մարմինն իրեն պահում է այնպես, ասես նրա վրա ընդհանրապես ոչ մի ուժ չի ազդում: Մենք նկատի ունեինք հենց այդ դեպքը, երբ Նյուտոնի առաջին օրենքը ձևակերպելիս խոսում էինք այլ մարմինների ազդեցությունների համակշռման մասին: Օգտվելով «ուժ» հասկացությունից` այժմ կարող ենք այլ կերպ ձևակերպել Նյուտոնի առաջին օրենքը. **գոյություն ունեն հաշվարկման համակարգեր, որոնց նկատմամբ մարմնի (նյութական կետի) արագությունը մնում է հաստատուն, եթե նրա վրա կիրառված ուժերի համազորը զրո է**:

Նյուտոնի երկրորդ օրենքն սկզբունքորեն հնարավորություն է տալիս լուծելու մեխանիկայի կամայական խնդիր: Եթե հայտնի են մարմնի վրա ազդող ուժերը, ապա կարելի է գտնել մարմնի շարժման արագացումը ժամանակի կամայական պահին: Այսպիսով` հայտնի ուժերով և մարմնի զանգվածով գտնում են այդ մարմնի շարժման արագացումը, հետո հաշվում արագությունը` ժամանակի կամայական պահին, և տեղափոխությունը` կամայական ժամանակամիջոցում և, վերջապես, որոշում են մարմնի կոորդինատները ժամանակի կամայական պահին: Դրա համար պետք է հայտնի լինեն **սկզբնական պայմանները**` մարմնի սկզբնական դիրքը և սկզբնական արագությունը ժամանակի սկզբնական (t = 0) պահին:

Ուժի միավորը: Նյուտոնի երկրորդ օրենքի (6.9) բանաձևից կարելի է արտածել ուժի միավորը: **Ուժը հավասար է միավորի, եթե այն 1 կգ զանգվածով մարմնին հաղորդում է 1 մ/վ² արագացում**: Այդ միավորը կոչվում է նյուտոն (1 Ն).

$$1Ն = 1\frac{կգ·մ}{վ^2}:$$

Հարցեր և առաջադրանքներ

1. Ո՞ր մեծությունն են անվանում ուժ: Այն սկալյա՞ր, թե՞ վեկտորական մեծություն է: **2.** Ձևակերպե՛ք Նյուտոնի երկրորդ օրենքը: **3.** Ի՞նչ ուղղություն ունի մարմնի վրա որոշակի ուժի կիրառման հետևանքով նրա շարժման արագացումը: **4.** Ի՞նչ կարելի է ասել մարմնի շարժման արագության ուղղության մասին, եթե մարմինը շարժվում է որոշակի ուժի ազդեցությամբ: **5.** Գրե՛ք Նյուտոնի երկրորդ օրենքը շրջանագծային շարժման դեպքում: **6.** Ո՞ր դեպքում է մարմինը շարժվում նրա վրա ազդող ուժի ուղղությամբ:

§28. ՆՅՈՒՏՈՆԻ ԵՐՐՈՐԴ ՕՐԵՆՔԸ

Ինչպես գիտեք, առանձնացված մարմինը շարժվում է առանց արագացման: Եթե տվյալ մարմինը շարժվում է արագացմամբ, ապա միշտ կարելի է նշել գոնե մեկ այլ մարմին, որն ազդում է տվյալ մարմնի վրա, այսինքն՝ կա երկու մարմին՝ այն, որն ազդում է, և այն, որը ենթարկվում է այդ ազդեցությանը: Բայց իրականում երկու մարմինները **փոխազդում են**, այն է՝ նրանցից յուրաքանչյուրը, ազդելով մյուս մարմնի վրա, ինքն էլ է ենթարկվում նրա ազդեցությանը: Երբ, օրինակ, աշակերտը սրընթաց վազքի ժամանակ բախվում է մի այլ աշակերտի, երկուսն էլ փոխում են իրենց արագությունները, այսինքն՝ ձեռք են բերում արագացում:

Պարզել, թե ինչ ուժերով են մարմիններն ազդում իրար վրա, կարելի է միայն փորձերի օգնությամբ: Զանազան մարմիններով կատարված բազմաթիվ փորձեր ցույց են տվել, որ երկու մարմինների փոխազդեցության ժամանակ նրանց արագացումներն ուղղված են մեկը մյուսին հակադիր: Բացի այդ՝ երկու փոխազդող մարմինների արագացումների մոդուլների հարաբերությունը միշտ նույնն է: Այդ հարաբերությունը բոլորովին կախում չունի այն բանից, թե ինչպես են մարմինները փոխազդում: Դա կարող է լինել երկու մարմինների բախում կամ նույն մարմինների փոխազդեցությունն այն դեպքում, երբ դրանք կապված են զսպանակով, թելով, մետաղալարով և այլն: Մարմինները, վերջապես, կարող են փոխազդել առանց հպվելու, ինչպես փոխազդում են, օրինակ, մոլորակները և Արեգակը, Լուսինը և Երկիրը կամ մագնիսը և երկաթի կտորը: Ընդ որում, մարմիններից յուրաքանչյուրի շարժման արագացման մոդուլը տարբեր փոխազդեցությունների ժամանակ կարող է տարբեր լինել: Նույնն է միայն արագացումների հարաբերությունը, որը հավասար է մարմինների զանգվածների հակադարձ հարաբերությանը՝

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{m_2}{m_1} \quad \text{կամ} \quad m_1a_1 = m_2a_2: \qquad (6.13)$$

Այստեղից՝ հաշվի առնելով, որ արագացումներն ուղղված են հակառակ կողմեր, կարելի է գրել՝

$$m_1\vec{a}_1 = -m_2\vec{a}_2: \qquad (6.14)$$

Բայց $m_1\vec{a}_1 = \vec{F}_{21}$, իսկ $m_2\vec{a}_2 = \vec{F}_{12}$, որտեղ $\vec{F}_{21}$-ը երկրորդ մարմնից առաջինի վրա ազդող ուժն է, իսկ $\vec{F}_{12}$-ը՝ առաջին մարմնից երկրորդի վրա ազդող ուժը: Հետևաբար՝

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}: \qquad (6.15)$$

Այս հավասարությունն արտահայտում է Նյուտոնի երրորդ օրենքը: **Մարմինները փոխազդում են մոդուլով հավասար, ուղղությամբ հակադիր և նույն բնույթի ուժերով:**

Նյուտոնի այս օրենքը ցույց է տալիս, որ մարմինների փոխազդեցության հետևանքով ուժերը միշտ հանդես են գալիս զույգերով: Եթե որևէ մարմնի վրա ուժ է ազդում, ապա գոյություն ունի մեկ այլ մարմին, որի վրա առաջինն ազդում է նույնպիսի, բայց դեպի հակառակ կողմ ուղղված ուժով:

Նյուտոնի երրորդ օրենքը ճիշտ է հաշվարկման իներցիալ համակարգերում:

Միշտ պետք է հիշել, որ մարմինների փոխազդեցության ժամանակ երևան եկող ուժերը կիրառված են տարբեր մարմինների նկատմամբ, ուստի՝ չեն կարող հավասարակշռել միմյանց:

Նյուտոնի երրորդ օրենքը քննարկելիս հաճախ այսպիսի հարց է ծագում: Ինչ ուժով մարդը քաշում է սահնակը, նույն ուժով սահնակը նրան հետ է քաշում: Բայց սահնակն առաջ է շարժվում, իսկ մարդը հետ չի շարժվում: Ինչու՞:

Եթե մարդը քաշում է սահնակը, դա չի նշանակում, որ մարդու՝ սահնակի վրա ազդող ուժն ավելի մեծ է, քան այն ուժը, որով սահնակը մարդուն հետ է քաշում: Այդ ուժերը մոդուլով հավասար են: Պարզապես մարդը Երկիրը «հրում» է մի ուղղությամբ, իսկ Երկիրը նրան «հրում» է հակառակ ուղղությամբ: Եթե այդ ուժը մոդուլով մեծ է սահնակից ազդող ուժի մոդուլից, ապա մարդը կարող է առաջ շարժվել:

Խորացված

Գալիլեյի հարաբերականության սկզբունքը: Ինչպես տեսանք, Նյուտոնի օրենքները ճիշտ են, եթե մարմնի շարժումը դիտարկվում է հաշվարկման իներցիալ համակարգերում: Արագությունների գումարման կանոնից հետևում է, որ եթե հաշվարկման որևէ համակարգ իներցիալ է, ապա դրա նկատմամբ հաստատուն արագությամբ շարժվող կամայական այլ համակարգ նույնպես իներցիալ է: § 15-ում ցույց ենք տվել, որ միմյանց նկատմամբ ուղղագիծ հավասարաչափ շարժվող համակարգերում մարմնի արագացումը նույնն է: Հետևաբար՝ մի իներցիալ համակարգից մյուսին անցնելիս մարմնի արագացումը մնում է անփոփոխ (մինչդեռ շարժման մյուս կինեմատիկական բնութագրերը՝ արագությունը, տեղափոխությունը, ճանապարհը, հետագիծը և այլն կարող են փոխվել): Բոլոր իներցիալ համակարգերում նույնն են նաև մարմնի վրա ազդող ուժերը և զանգվածը: Բայց քանի որ բացի ուժից, զանգվածից և արագացումից, ուրիշ մեծություն Նյուտոնի օրենքներում չկա, ուրեմն կարելի է պնդել, որ **մեխանիկական շարժման օրենքները միանման են բոլոր իներցիալ հաշվարկման համակարգերի համար**: Այս պնդումը կոչվում է Գալիլեյի հարաբերականության սկզբունք: Դա նշանակում է, որ ինչ իներցիալ հաշվարկման համակարգում էլ դիտարկենք մարմնի շարժումը, կամայական մեխանիկական պրոցես տեղի է ունենում նույն ձևով:

Հարցեր և առաջադրանքներ

1. Ձևակերպեք Նյուտոնի երրորդ օրենքը: **2.** Համակշռվու՞մ են արդյոք երկու մարմինների փոխազդեցության ժամանակ առաջացած ուժերը: **3.** Ինչպե՞ս կշարժվեն սահնակը և մարդը, եթե վերջինս սահնակը քաշի իդեալական հարթ սառցադաշտի վրայով: **4.** Ո՞րն է Գալիլեյի հարաբերականության սկզբունքը:

Խնդիրների լուծման օրինակներ

1. Մի մարմնի զանգվածը Δm = 2 կգ-ով մեծ է մյուսի զանգվածից: Որոշել մարմինների զանգվածները, եթե միևնույն ուժի ազդեցությամբ փոքր զանգվածով մարմինն ստանում է a_1 = 0,4 մ/վ^2 արագացում, իսկ մեծ զանգվածով մարմինը՝ a_2 = 0,2 մ/վ^2 արագացում:

Լուծում: Առաջին մարմնի զանգվածը նշանակենք m-ով, երկրորդինը կլինի՝ $m+\Delta m$: Ինչպես հայտնի է, միևնույն ուժի ազդեցությամբ մարմինների ձեռք բերած արագացումների մոդուլները հակադարձ համեմատական են նրանց զանգվածներին, ուրեմն՝ $a_1/a_2=(m+\Delta m)/m$, որտեղից՝ $m=a_2\Delta m/(a_1-a_2)=2$ կգ, $m+\Delta m=4$ կգ:

Պատասխան՝ 4 կգ:

2. Մարմնի ուղղագիծ շարժման արագությունը ժամանակից կախված փոփոխվում է $\upsilon=10+5t$ օրենքով: Որքա՞ն է մարմնի m զանգվածը, եթե նրա վրա ազդող ուժերի գումարը՝ F = 50 Ն:

Լուծում: Քանի որ մարմնի արագությունը ժամանակից կախված փոփոխվում է գծային օրենքով, ապա նրա շարժումն ուղղագիծ հավասարաչափ արագացող է: Համեմատելով արագության փոփոխման տրված օրենքն ուղղագիծ հավասարաչափ արագացող շարժման $\upsilon=\upsilon_0+at$ հավասարման հետ՝ կստանանք՝ $a=5$ մ/վ^2: Նյուտոնի երկրորդ օրենքից՝ $m=F/a=10$ կգ:

Պատասխան՝ 10 կգ:

3. 2 կգ զանգվածով մարմնի վրա ազդում են 10 Ն մոդուլով երկու ուժեր: Որքա՞ն է այդ ուժերի կազմած անկյունը, եթե մարմնի արագացումը 5 մ/վ^2 է:

Լուծում: Ըստ Նյուտոնի երկրորդ օրենքի՝ $\vec{F}_1+\vec{F}_2=m\vec{a}$, որտեղից՝ $|\vec{F}_1+\vec{F}_2|=ma$: Մարմնի վրա ազդող ուժերի գումարի մոդուլը որոշենք կոսինուսների թեորեմից.

$$|\vec{F}_1+\vec{F}_2|=\sqrt{F_1^2+F_2^2+2F_1F_2\cos\alpha}=F\sqrt{2(1+\cos\alpha)},$$

ուրեմն՝ $F\sqrt{2(1+\cos\alpha)}=ma$, որտեղից՝

$$\cos\alpha=\frac{m^2a^2}{2F^2}-1=-\frac{1}{2},\quad \alpha=120°:$$

Պատասխան՝ 120°:

ԳԼՈՒԽ VII

ԲՆՈՒԹՅԱՆ ՈՒԺԵՐԸ

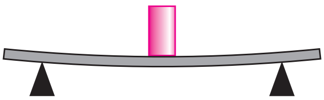
ՆԵՐԱԾՈՒԹՅՈՒՆ

Նյուտոնի երկրորդ օրենքը հնարավորություն է տալիս գտնելու մարմնի արագացումը՝ անկախ նրա վրա ազդող ուժերի բնույթից: Իսկ ուժերը ծագում են մարմինների փոխազդեցության ժամանակ: Բայց ինչպիսի՞ փոխազդեցություններ կան, և շա՞տ են արդյոք դրանք:

Առաջին հայացքից կարող է թվալ, թե գոյություն ունեն մարմինների փոխազդեցության, հետևաբար՝ նաև ուժերի՝ միմյանցից տարբեր շատ տեսակներ: Մարմնին արագացում կարելի է հաղորդել՝ այն հրելով կամ քաշելով, արագացմամբ է շարժվում Երկրի վրա ընկնող ամեն մի մարմին, ճգելով և բաց թողնելով աղեղի լարը՝ արագացում ենք հաղորդում նետին, արագացմամբ է շարժվում երկաթի կտորը, երբ նրան մագնիս ենք մոտեցնում և այլն: Այս բոլոր դեպքերում ինչ-որ ուժեր են գործում, և թվում է, թե նրանք բոլորն էլ միանգամայն տարբեր են: Բայց բնության մեջ հանդիպող փոխազդեցությունների ամբողջ բազմազանությունը հանգում է **չորս տիպի փոխազդեցությունների**: Դրանք են՝ **գրավիտացիոն, էլեկտրամագնիսական, միջուկային (կամ ուժեղ)** և այսպես կոչված **թույլ փոխազդեցությունները**: Միջուկային և թույլ փոխազդեցություններն ի հայտ են գալիս շատ փոքր հեռավորություններում, երբ Նյուտոնի մեխանիկայի օրենքները կիրառելի չեն: Այս փոխազդեցությունների գործողության տիրույթն ընդգրկում է ատոմի միջուկին և տարրական մասնիկներին առնչվող պրոցեսները: Ի տարբերություն միջուկային և թույլ փոխազդեցությունների՝ էլեկտրամագնիսական և գրավիտացիոն փոխազդեցությունները գործում են նաև մեծ հեռավորություններում, ուստի՝ հենց այդ փոխազդեցություններն են որոշում գրեթե բոլոր երևույթները՝ սկսած ատոմային և մոլեկուլային մակարդակի պրոցեսներից մինչև հեռավոր գալակտիկաներում տեղի ունեցող պրոցեսները: Մեզ շրջապատող մակրոսկոպական աշխարհի բոլոր մեխանիկական երևույթները որոշվում են բացառապես գրավիտացիոն և էլեկտրամագնիսական ուժերով: Գրավիտացիոն ուժերը նկարագրվում են առավել պարզ քանակական օրինաչափություններով, բայց դրանց դրսևորումները կարող են բավական բարդ և բազմաբնույթ լինել: Մոլորակների և արբանյակների շարժման, հրետանային արկի թռիչքի, հեղուկներում մարմինների լողալու և շատ այլ երևույթներում ի հայտ է գալիս գրավիտացիոն ուժերի ազդեցությունը:

Էլեկտրամագնիսական ուժերի քանակական օրինաչափությունները շատ ավելի բարդ են, իսկ դրանց դրսևորումները՝ ավելի բազմաբնույթ: Անշարժ լիցքերի փոխազդեցությունը, մագնիսական դաշտի ազդեցությունը շարժվող լիցքերի և հոսանքակիր հաղորդիչների վրա, մարմինների դեֆորմացիաների ժամանակ առաջացող առաձգականության ուժերը, հպվող մակերևույթների միջև գործող շփման ուժերը և այլն, էլեկտրամագնիսական բնույթի փոխազդեցության դրսևորումներ են:

§29. ՄԱՐՄՆԻ ԴԵՖՈՐՄԱՑԻԱ: ԱՌԱՁԳԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ՈՒԺ: ՀՈՒԿԻ ՕՐԵՆՔԸ: ԿՈՇՏՈՒԹՅՈՒՆ



Նկ. 81. *Բեռի ազդեցությամբ քանոնը փոխում է իր ձևը:*

Ուժի ազդեցությամբ արագացում կարող է ձեռք բերել ոչ միայն մարմինն ամբողջությամբ, այլև նրա առանձին մասերը: Դրա հետևանքով փոխվում են մարմնի առանձին մասերի փոխադարձ դասավորությունը և, հետևաբար, մարմնի ձևն ու չափերը: Օրինակ՝ մետաղե քանոնի մեջտեղում բեռ դնենք (նկ. 81): Քանոնի միջին մասն ավելի մեծ արագացմամբ է շարժվում, քան եզրային մասերը, ուստի՝ միջին մասն ավելի շատ է տեղափոխվում: Քանոնը փոխում է իր ձևը:

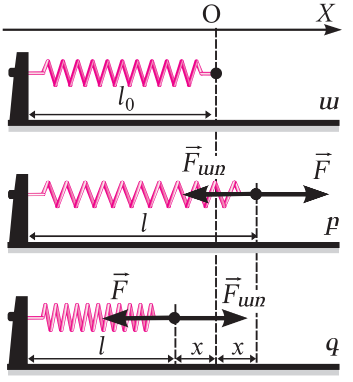
Արտաքին ազդեցության հետևանքով մարմնի ձևի կամ չափերի փոփոխությունը կոչվում է **դեֆորմացիա**: Դեֆորմացիան կարող է լինել մարմնի ջերմային ընդարձակման, մագնիսական կամ էլեկտրական դաշտի ազդեցության, ինչպես նաև արտաքին մեխանիկական ուժի հետևանք: Ինչպես գիտեք, դեֆորմացիան կոչվում է **առաձգական**, եթե արտաքին ազդեցությունը վերացնելուց հետո այն անհետանում է, այսինքն՝ մարմնի սկզբնական ձևն ու չափերը վերականգնվում են: Եթե արտաքին ազդեցությունը վերացնելուց հետո մարմնի դեֆորմացիան չի անհետանում, ապա դեֆորմացիան կոչվում է **ոչ առաձգական** կամ **պլաստիկ**: Առաձգական դեֆորմացիայի դեպքում արտաքին ազդեցությունը վերացնելուց հետո մարմինը վերականգնում է իր ձևը, ուստի՝ ակնհայտ է, որ դեֆորմացիայի հետևանքով մարմնում առաջանում են ուժեր, որոնք էլ մարմնի մասնիկներին վերադարձնում են իրենց սկզբնական դիրքերը: **Այն ուժը, որն առաջանում է մարմնի դեֆորմացիայի հետևանքով և ուղղված է դեֆորմացիայի ժամանակ մարմնի մասնիկների տեղափոխմանը հակառակ ուղղությամբ, կոչվում է առաձգականության ուժ:**

Առաձգականության ուժը ծագում է հետևյալ կերպ: Մասնիկների միջև գործում են փոխազդեցության ուժեր, որոնց բնույթը (ձգողություն կամ վանողություն) կախված է մասնիկների միջև հեռավորությունից: Պինդ մարմնում մոլեկուլները արտաքին ուժերի բացակայությամբ որոշակի հեռավորություններում են, և նրանց ձգողության և վանողության ուժերն իրար համակշռում են: Մարմնի դեֆորմացիայի հետևանքով մասնիկների հեռավորության փոփոխման պատճառով ձգողության և վանողության ուժերի հավասարակշռությունը խախտվում է: Հեռավորությունը փոքրանալիս վանողության ուժերն ավելի արագ են աճում, քան ձգողության ուժերը, և մասնիկներն սկսում են վանել միմյանց: Երբ մասնիկների հեռավորությունը մեծանում է, նրանց միջև գերակշռում են ձգողության ուժերը:

Քանի որ առաձգականության ուժերի առաջացումը հետևանք է մոլեկուլների (ատոմների) կազմության մեջ մտնող էլեկտրական լիցքերի փոխազդեցության, ապա առաձգականության ուժերն ունեն **էլեկտրամագնիսական բնույթ**:

Ուսումնասիրենք այն առաձգականության ուժերը, որոնք ծագում են ձգման և սեղմման դեֆորմացիաների դեպքում:

Դիցուք՝ զսպանակի մի ծայրն ամրացված է, իսկ մյուս ծայրին ազդում է զսպանակի հորիզոնական առանցքով ուղղված և այն ձգող $\vec{F}$ ուժը (նկ. 82,ա): Այդ ուժի ազդեցությամբ զսպանակի ծայրը շարժվում է արագացմամբ. տեղափոխվելով դեպի աջ՝ զսպանակը ձգվում է: Ձգվելը դադարում է, երբ ձգման դեֆորմացիայի հետևանքով զսպանակում առաջացած $\vec{F}_{առ}$ առաձգականության ուժը համակշռում է $\vec{F}$ արտաքին ձգող ուժը, այսինքն՝ այն ուղղված է դեֆորմացիա առաջացնող ուժին հակառակ (նկ. 82,բ): Եթե արտաքին $\vec{F}$ ուժը սեղմում է զսպանակը, ապա դեֆորմացիայի հետևանքով առաջացած $\vec{F}_{առ}$ ուժը, երբ զսպանակի ծայրը հավասարակշռության վիճակում է, մոդուլով հավասար է $|\vec{F}|$-ին և ուղղված է նրան հակառակ ուղղությամբ՝ զսպանակի առանցքով դեպի աջ (նկ. 82,գ):



Նկ. 82. *Դեֆորմացիան դադարում է, երբ առաձգականության ուժը համակշռում է դեֆորմացիա առաջացնող ուժին:*

Դեֆորմացիան կոչվում է **փոքր**, եթե դեֆորմացիայի հետևանքով զսպանակի երկարացումը, այսինքն՝ նրա երկարության $x = l - l_0$ փոփոխությունը, որտեղ l -ը և l_0-ն, համապատասխանաբար, դեֆորմացված և չդեֆորմացված զսպանակի երկարություններն են, շատ փոքր է զսպանակի l_0 սկզբնական երկարությունից՝

$$|x| = |l - l_0| << l_0 \text{ կամ } \frac{|x|}{l_0} << 1:$$

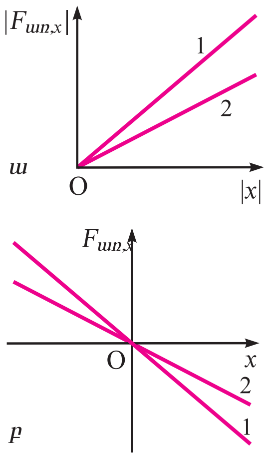
Փորձերը ցույց են տալիս, որ փոքր դեֆորմացիաների դեպքում առաձգականության ուժի մոդուլը՝ $F_{առ}$-ը, ուղիղ համեմատական է զսպանակի երկարացման $|x|$ մոդուլին՝

$$F_{առ} = k|x|: \qquad (7.1)$$

Քանի որ զսպանակի x երկարացումը և $\vec{F}_{առ}$ առաձգականության ուժի վեկտորի պրոյեկցիան X առանցքի վրա հակառակ նշաններ ունեն, ապա նրանց կապը կարելի է ներկայացնել հետևյալ առնչությամբ՝

$$F_{առ,x} = -kx, \qquad (7.2)$$

որտեղ k համեմատականության գործակիցը կոչվում է զսպանակի **կոշտություն**: k գործակցի արժեքը կախված է զսպանակի չափերից և այն նյութի տեսակից, որից պատրաստված է զսպանակը: (7.2) բանաձևից հետևող $k = |F_{առ,x}|/|x|$ հավասարության համաձայն՝ կոշտությունը թվապես հավասար է 1 մ-ով դեֆորմացված զսպանակում առաջացած առաձգականության ուժի մոդուլին: Միավորների ՄՀ-ում կոշտությունն արտահայտվում է նյուտոն-մետր (Ն/մ) միավորով: (7.2) բանաձևը Ռոբերտ Հուկի օրենքի (1660 թ.) մաթեմատիկական ձևակերպումն է. **փոքր դեֆորմացիաների դեպքում մարմնում (զսպանակում, ձողում) առաջացած առաձգականության ուժը համեմատական է մարմնի երկարացմանը և ուղղված է հավասարակշռության դիրքից մասնիկների շեղման ուղղությանը հակառակ:**



Նկ. 83. *Առաձգականության ուժի մոդուլի և պրոյեկցիայի կախումները երկարացումից*

Առաձգականության ուժի և երկարացման մոդուլների միջև (7.1) կախման գրաֆիկը պատկերված է 83,ա նկարում: (1) և (2) ուղիղները նկարագրում են տարբեր կոշտություններով զսպանակներում ծագած առաձգականության ուժերի կախումը երկարացումից ($k_1 > k_2$):

(7.2) բանաձևի համաձայն՝ առաձգականության ուժը կախված է կոորդինատից: 83-րդ նկարից ակնհայտ է, որ x երկարացումը միաժամանակ նաև զսպանակի ծայրի կոորդինատն է, որի $x = 0$ արժեքը համապատասխանում է դեֆորմացիայի բացակայությանը:

83,բ նկարում պատկերված է $\vec{F}_{ան}$ առաձգականության ուժի վեկտորի $F_{ան,x}$ պրոյեկցիայի՝ զսպանակի ծայրի x կոորդինատից կախման գրաֆիկը երկու տարբեր կոշտությամբ զսպանակների համար:

Քննարկված փորձերում զսպանակում ծագած առաձգականության ուժն ուղղված է զսպանակի առանցքով: Դեֆորմացված ձողերի, թելերի, քուղերի դեպքում ևս առաձգականության ուժերն ուղղված են դրանց առանցքներով: Ընդհանրապես, առաձգականության ուժը միշտ ուղղահայաց է մարմինների հպման մակերևույթներին:

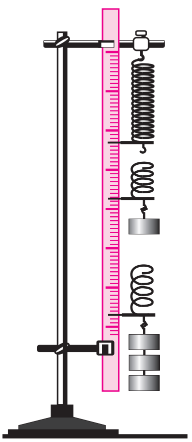
Հարցեր և առաջադրանքներ

1. Թվարկե՛ք բնության մեջ գոյություն ունեցող փոխազդեցությունների տեսակները: **2.** Ի՞նչն են անվանում դեֆորմացիա: **3.** Ինչո՞վ է պայմանավորված դեֆորմացիայի ժամանակ առաձգականության ուժերի առաջացումը: **4.** Ձևակերպե՛ք Հուկի օրենքը: **5.** Օգտվելով Հուկի օրենքից՝ կոշտության միավորն արտահայտե՛ք ՄՀ-ի հիմնական միավորներով: **6.** Մարմնի ո՞ր հատկություններից է կախված նրա կոշտությունը:

§30. ԼԱԲՈՐԱՏՈՐ ԱՇԽԱՏԱՆՔ 3

Զսպանակի կոշտության որոշումը

Աշխատանքի նպատակը. Հուկի օրենքի հիման վրա որոշել զսպանակի կոշտության արժեքը:



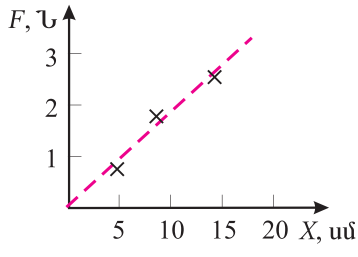
Չափամիջոցներ. միլիմետրական բաժանումներով քանոն (50 սմ երկարությամբ):

Նյութեր և սարքեր. տարբեր կոշտությամբ պարույրաձև զսպանակների հավաքածու, 100 կամ 50 գրամանոց բեռների հավաքածու, ամրակալան՝ կցորդիչով և թաթով:

Փորձի կատարման ընթացքը

1. Պարույրաձև զսպանակի ծայրն ամրացրեք ամրակալանին:
2. Զսպանակի երկայնքով՝ նրան զուգահեռ տեղադրեք միլիմետրական բաժանումներ ունեցող քանոնը:
3. Զսպանակի մյուս ծայրից կախեք հայտնի m զանգվածով բեռ և չափեք զսպանակի երկարացումը (x):

4. Առաջին բեռին ավելացրեք երկրորդը, այնուհետև՝ երրորդը՝ ամեն անգամ գրանցելով երկարայումը:
5. Չափման արդյունքներով կառուցեք առաձգականության ուժի ($F = nmg$, որտեղ n-ը բեռների թիվն է)՝ երկարայումից կախման գրաֆիկը: Համոզվելով, որ առաձգականության ուժի կախումը երկարայումից գծային է, տանելով կետերը միացնող ուղիղը՝ գտեք նրա և OX առանցքի կազմած անկյան տանգենսը: Զսպանակի $k = F/|x|$ կոշտությունը թվապես հավասար կլինի այդ անկյան տանգենսին՝ արտահայտված Ն/մ միավորով:



§31. ԳՐԱՎԻՏԱՑԻՈՆ ՓՈԽԱԶԴԵՑՈՒԹՅՈՒՆ: ՏԻԵԶԵՐԱԿԱՆ ՁԳՈՂՈՒԹՅԱՆ ՕՐԵՆՔԸ: ԳՐԱՎԻՏԱՑԻՈՆ ՀԱՍՏԱՏՈՒՆ

Ազատ անկում կատարող մարմինն ունի ուղղաձիգ դեպի ներքև ուղղված արագացում, ուստի, ըստ Նյուտոնի երկրորդ օրենքի, այդ մարմնի վրա ազդում է նույն ուղղությամբ, այսինքն՝ դեպի Երկրի կենտրոն ուղղված մի ուժ: Երկիրը դեպի իրեն է ձգում մարմինները: Նյուտոնը ենթադրել է, որ տարբեր մարմիններ ձգելու հատկությունը բնորոշ է ոչ միայն Երկրին, այլև տիեզերքում առկա բոլոր մարմիններին: Այս ենթադրությունը հիմնավորելու համար Նյուտոնն օգտվել է դեռևս XVI դարում Յոհան Կեպլերի հայտնաբերած օրենքներից, որոնք նկարագրում են Արեգակնային համակարգի մոլորակների շարժումները և ստացվել էին երկարատև դիտումների արդյունքների ընդհանրացման հիման վրա:

Մոլորակները պտտվում են Արեգակի շուրջը՝ շարժվելով կոր հետագծերով, այսինքն՝ արագացմամբ: Նրանց արագացող շարժում հաղորդում է Արեգակի ձգողության ուժը: Արեգակը և մոլորակները, ինչպես նաև բոլոր մարմիններ, փոխադարձաբար ձգում են իրար: Մարմինների այդ փոխադարձ ձգողությունն անվանում են **տիեզերական ձգողություն**, մարմինների փոխադարձ ձգողության ուժը՝ տիեզերական ձգողության (գրավիտացիոն) ուժ, իսկ մարմինների փոխազդեցությունը՝ **գրավիտացիոն փոխազդեցություն**:

Պարզենք, թե ինչպես է տիեզերական ձգողության ուժը կախված փոխազդող մարմինների զանգվածներից և նրանց միջև հեռավորությունից:

Բոլոր մարմինները Երկրի վրա ընկնում են միևնույն՝ g արագացմամբ, ուստի՝ համաձայն Նյուտոնի II օրենքի, m զանգվածով մարմնի վրա ազդող Երկրի տիեզերական ձգողության ուժը՝

$$\vec{F} = m\vec{g}: \qquad (7.3)$$

Այսինքն՝ m զանգվածով մարմնի վրա այլ մարմնի (տվյալ դեպքում Երկրի) ազդող ուժն ուղիղ համեմատական է մարմնի m զանգվածին: Եթե Երկրագնդի զանգվածը նշանակենք M-ով, ապա նույն տրամաբանությամբ կարող ենք պնդել, որ Երկրի վրա մարմնի ազդող ուժն էլ ուղիղ համեմատական է Երկրի M զանգվածին: Բայց, համաձայն Նյուտոնի III օրենքի, այդ ուժերը մոդուլով իրար հավասար են: Հետևաբար՝ տիեզերական ձգողության ուժը համեմատական է փոխազդող մարմիններից յուրաքանչյուրի զանգվածին, այսինքն՝ նրանց զանգվածների արտադրյալին.

$$F \sim Mm: \tag{7.4}$$

Տիեզերական ձգողության ուժի կախումը մարմինների միջև հեռավորությունից պարզելու համար համեմատենք Երկրից ձգվող և նրանից հայտնի հեռավորություններով երկու մարմինների արագացումները: Որպես I մարմին կարող ենք վերցնել Երկրի մակերևույթին մոտ ազատ անկում կատարող կամայական մարմին: Այդ դեպքում կունենանք, որ I մարմինը, որի r_1 հեռավորությունը Երկրի կենտրոնից հավասար է Երկրի R շառավղին ($r_1 = R = 6400$ կմ), Երկրի ձգողության ուժի ազդեցությամբ ձեռք է բերում $a_1 = g = 9{,}8$ մ/վ^2 արագացում:

Որպես II մարմին վերցնենք Երկրի բնական արբանյակը՝ Լուսինը: Հայտնի է, որ նրա հեռավորությունը Երկրից՝ $r_2 = 384000$ կմ է, հետևաբար՝

$$\frac{r_2}{r_1} = \frac{384000}{6400} = 60: \tag{7.5}$$

Հայտնի է նաև Լուսնի պտտման պարբերությունը՝ $T = 27{,}32$ օր $= 2{,}36 \cdot 10^6$ վ: Տիեզերական ձգողության ուժի ազդեցությամբ Լուսնի ձեռք բերած կենտրոնաձիգ արագացումը՝

$$a_2 = \frac{4\pi^2 R_2}{T^2} = 0{,}0027 \text{ մ/վ}^2: \tag{7.6}$$

Ազատ անկում կատարող մարմնի և Լուսնի արագացումների հարաբերությունը՝

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{9{,}8}{0{,}0027} = 3600 = 60^2: \tag{7.7}$$

(7.5) և (7.7) արտահայտությունների համեմատությունից կստանանք, որ

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2}, \tag{7.8}$$

կամ

$$a_1 r_1^2 = a_2 r_2^2 = const: \tag{7.9}$$

Այսպիսով, Երկրի ձգողության ուժի ազդեցությամբ մարմնի ձեռք բերած արագացման և Երկրից նրա հեռավորության քառակուսու արտադրյալը հաստատուն մեծություն է, որը նշանակում է, որ արագացումը հակադարձ համեմատական է փոխազդող մարմինների միջև հեռավորության քառակուսուն.

$$a + \frac{1}{r^2}: \tag{7.10}$$

Հաշվի առնելով, որ մարմնի արագացումն ուղիղ համեմատական է նրա վրա ազդող ուժին ($a \sim F$)՝ կստանանք, որ ուժն էլ հակադարձ համեմատական է փոխազդող մարմինների միջև հեռավորության քառակուսուն.

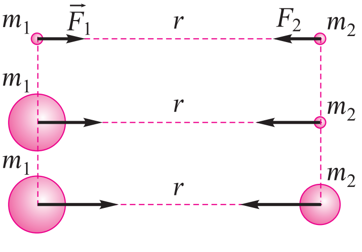
$$F + \frac{1}{r^2}: \tag{7.11}$$

Միավորելով (7.4) և (7.11) արտահայտությունները՝ հանգում ենք **տիեզերական ձգողության օրենքին**, որը հայտնագործել է Նյուտոնը. **երկու մարմիններ (նյութական կետեր) միմյանց ձգում են այնպիսի ուժերով, որոնց մոդուլն ուղիղ համեմատական է այդ մարմինների զանգվածների արտադրյալին, հակադարձ համեմատական՝ նրանց հեռավորության քառակուսուն և ուղղված են մարմինները միացնող ուղղի երկայնքով:** Այդ ուժերից յուրաքանչյուրի F մոդուլն արտահայտվում է

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2} \tag{7.12}$$

բանաձևով, որտեղ m_1-ը և m_2-ը փոխազդող մարմինների զանգվածներն են, r-ը՝ նրանց հեռավորությունը, G-ն համեմատականության գործակից է, որը նույնն է բնության բոլոր մարմինների համար և կոչվում է **տիեզերական ձգողության հաստատուն** կամ **գրավիտացիոն հաստատուն**:

Տիեզերական ձգողության օրենքը ձևակերպված է նյութական կետերի համար, բայց նրա միջոցով կարելի է որոշել նաև վերջավոր չափերով մարմինների ձգողության ուժը, եթե նախապես դրանք բաժանենք փոքր մասերի այնպես, որ յուրաքանչյուր մաս հնարավոր լինի դիտել որպես նյութական կետ, իսկ հետո փոխազդեցության բոլոր ուժերը գումարենք: Սա մաթեմատիկական դժվար խնդիր է, բայց այդպիսի հաշվարկներով կարելի է ապացուցել, որ (7.12) բանաձևը կիրառելի է նաև համասեռ գնդի և նյութական կետի, ինչպես նաև համասեռ գնդերի և գնդոլորտների համար, որոնց կենտրոնների հեռավորությունը r է (նկ. 84):



Նկ. 84. *Մարմինների գրավիտացիոն փոխազդեցությունը*

Փոխազդող մարմինների վրա կիրառված գրավիտացիոն ուժերը մոդուլով իրար հավասար են, ուղղությամբ՝ հակադիր: Այդ ուժերն ուղղված են նյութական կետերը (գնդերի կենտրոնները) միացնող ուղղի երկայնքով, մի մարմնից դեպի մյուսը: Այդպիսի ուժերը կոչվում են **կենտրոնական ուժեր**:

Նշենք, որ տիեզերական ձգողության օրենքը մենք չարտածեցինք, ինչպես չի արտածել և Նյուտոնը. նա նկատել է օրինաչափությունն այն ուժերում, որոնք գործում են տիեզերքում, ստուգել, գրի առել այն և տարածել բոլոր մարմինների վրա:

Գրավիտացիոն հաստատունի որոշումը: Տիեզերական ձգողության օրենքի բանաձևի մեջ մտնող G գործակիցը, ինչպես հետևում է (7.12) բանաձևից, թվապես հավասար է այն ուժին, որով միմյանց ձգում են 1-ական կգ զանգված ունեցող համասեռ գնդերը, երբ նրանց կենտրոնների հեռավորությունը 1 մ է: (7.12) բանաձևից՝

$$G = \frac{Fr^2}{m_1 m_2}:$$

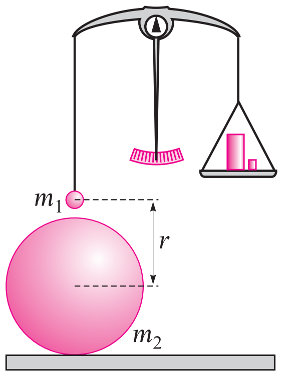
ՄՀ-ում գրավիտացիոն հաստատունի միավորն է՝

$$6G@ = \frac{6F@\$6r^2@}{6m^2@} = 1\frac{\text{Ն}\$\text{մ}^2}{\text{կգ}^2} = 1\frac{\text{մ}^3}{\text{կգ}\$\text{վ}^2}$$

Տիեզերական ձգողության հաստատունի թվային արժեքը որոշվում է փորձով.

չափվում է այն F ուժը, որն ազդում է միմյանցից հայտնի r հեռավորությամբ m_1 և m_2 հայտնի զանգվածներով մարմիններից մեկի վրա:

Այդպիսի փորձերից մեկը հետևյալն է: Զգայուն կշեռքի նժարից, երկար թելի միջոցով, կախում են սնդիկով լցված մի ապակե գունդ (նկ. 85): Մյուս նժարին դնում են հավասարակշռող կշռաքարեր: Երբ կշեռքը հավասարակշռվում է, սնդիկով լցված գնդի տակ, նրան հնարավորին չափով մոտ, տեղադրում են մեծ զանգվածով (մոտ 6000 կգ) կապարե գունդ: Կշեռքի հավասարակշռությունը խախտվում է սնդիկով լցված գնդի և կապարե գնդի ձգողության հետևանքով: Հավասարակշռությունը վերականգնելու համար մյուս նժարին կշռաքարեր են ավելացնում: Գնդերի փոխազդեցության ուժը հավասար է ավելացված կշռաքարերի կշռին:



Նկ. 85. *Գրավիտացիոն հաստատունի փորձնական որոշումը*

Այս և շատ ուրիշ փորձերից ստացվել է G հաստատունի թվային արժեքը՝

$$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \frac{Ն \cdot մ^2}{կգ^2}:$$

Սա շատ փոքր մեծություն է: Հենց այդ հանգամանքի շնորհիվ է, որ չենք նկատում շրջապատի մարմինների ձգողությունը: Երկու մարմինների ձգողության ուժը հասնում է նկատելի արժեքի միայն այն դեպքում, երբ մարմինները (կամ թեկուզ դրանցից մեկը) օժտված են բավականաչափ մեծ զանգվածներով:

Հարցեր և առաջադրանքներ

1. Ո՞ր մարմիններն են փոխազդում տիեզերական ձգողության ուժերով: **2.** Ձևակերպե՛ք տիեզերական ձգողության օրենքը: **3.** Ո՞րն է տիեզերական ձգողության հաստատունի ֆիզիկական իմաստը: **4.** Ինչու՞ չենք նկատում շրջապատի մարմինների ձգողությունը:

Խորացված

§32. ԿԵՊԼԵՐԻ ՕՐԵՆՔՆԵՐԸ

Միկրոաշխարհում ատոմների և տարրական մասնիկների գրավիտացիոն փոխազդեցության ուժերն անհամեմատ փոքր են այլ փոխազդեցություններով պայմանավորված ուժերից, ուստի՝ դրանք անտեսվում են: Չափազանց դժվար է նկատել այդ ուժերը նաև մեզ շրջապատող առարկաների միջև, նույնիսկ եթե դրանց զանգվածները հասնում են հազարավոր տոնների: Սակայն հենց գրավիտացիոն ուժի շնորհիվ ենք մենք մնում Երկրի վրա: Գրավիտացիոն ուժերն են որոշում մոլորակների ու աստղերի շարժման օրինաչափությունները: Եթե չլինեին գրավիտացիոն փոխազդեցությունը, մոլորակները կհեռանային իրարից ու կանհետանային տիեզերական տարածության մեջ:

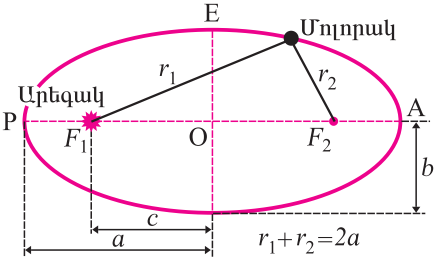
Տիեզերքի կառուցվածքն ու մոլորակների շարժումը հետաքրքրել են մարդուն դեռ վաղ ժամանակներում: Դրանց ուսումնասիրությունն էլ հանգեցրել է տիեզերական ձգողության օրենքի հայտնագործմանն ու գրավիտացիայի տեսության ստեղծմանը:

Խորացված

Դեռևս II դարում հույն գիտնական Պտղոմեոսն ստեղծել է տիեզերքի կառուցվածքի մոդել (երկրակենտրոն համակարգ), որի կենտրոնում Երկիրն էր, իսկ մոլորակներն ու աստղերը բարդ հետագծերով պտտվում են Երկրի շուրջը: Նա ստեղծել էր մոլորակների շարժման մաթեմատիկական տեսություն, որը հնարավորություն էր տալիս որոշելու նրանց դիրքը երկնակամարում: Աստղագիտության մեջ ավելի քան 15 դար իշխում էր Պտղոմեոսի համակարգը: Միայն XVI դարում այն փոխարինվեց լեհ մեծ գիտնական Նիկոլայ Կոպեռնիկոսի արեգակնակենտրոն համակարգով, որտեղ աստղերի ու մոլորակների հետագծերն ավելի պարզ տեսք ունեն: Տիեզերքի կենտրոնում Արեգակն է, աստղերն անշարժ են, իսկ մոլորակները պտտվում են Արեգակի շուրջը: Այս համակարգը, ինչպես նաև դանիացի մեծ աստղագետ Տիխո Բրահեի (1546-1601 թթ.)՝ Հրատ մոլորակի երկարատև դիտումների արդյունքները ավստրիացի նշանավոր գիտնական Յոհան Կեպլերին (1576-1630 թթ.) հնարավորություն տվեցին ձևակերպելու մոլորակների շարժման օրենքները, որոնք աստղագիտության դասընթացից ծեզ հայտնի են որպես Կեպլերի օրենքներ:

Կեպլերի առաջին օրենքը: **Յուրաքանչյուր մոլորակի ուղեծիրն էլիպս է, որի կիզակետերից մեկում Արեգակն է:**

Բրահեի ուսումնասիրության արդյունքները մանրակրկիտ վերլուծելով Կեպլերը եզրակացրել է, որ Հրատի բոլոր դիրքերը և Արեգակը մի հարթության մեջ են, իսկ ուղեծիրն էլիպս է: Այն բավական ճշգրիտ նկարագրում է դիտումների արդյունքները, եթե նրա կիզակետերից մեկում Արեգակն է: Այնուհետև, Կեպլերն այս արդյունքը տարածել է բոլոր մոլորակների վրա և ձևակերպել առաջին օրենքը: Լուսնի ուղեծիրը նույնպես ներկայացվել է էլիպսի տեսքով, որի կիզակետերից մեկում Երկիրն է:



Նկ. 86. *Մոլորակի էլիպսաձև ուղեծրի բնութագրերը*

Էլիպսը հարթ կոր է, որի յուրաքանչյուր կետի՝ F_1 և F_2 կիզակետերից հեռավորությունների գումարը հաստատուն մեծություն է (նկ. 86): Այն հավասար է էլիպսի մեծ՝ PA առանցքին: OA-ն կոչվում է էլիպսի մեծ կիսաառանցք (a), իսկ OE-ն՝ փոքր (b): Արեգակը F_1 կիզակետում է. նրան ուղեծրի ամենամոտ P կետը կոչվում է արեգակնամերձ կետ (պերիհելիում), իսկ ամենահեռու կետը՝ արեգակնահեռ կետ (աֆելիում):

Էլիպսի ձևը և շրջանագծի հետ նրա նմանությունը բնութագրվում է $e = c/a$ հարաբերությամբ, որտեղ c-ն կիզակետերի հեռավորությունն է էլիպսի կենտրոնից: Այդ հարաբերությունը կոչվում է էլիպսի էքսցենտրիսիտետ: Որքան փոքր է e-ն, այնքան էլիպսը մոտ է շրջանագծին: Երբ $e = 0$, էլիպսը վերածվում է շրջանագծի:

Բոլոր մոլորակների ուղեծրերը, իրոք, էլիպսներ են, ընդ որում, շրջանագծին առավել մոտ է Արուսյակի ուղեծիրը, որի էքսցենտրիսիտետը՝ e . 0,007:

Կեպլերի երկրորդ օրենք: **Մոլորակի շառավիղ-վեկտորը հավասար ժամանակամիջոցներում գծում է հավասարամեծ մակերեսներ (Մակերեսների օրենք)**:

Մակերեսների օրենքն ստանալու համար Կեպլերն աշխատել է 8 տարի և հսկայածավալ հաշվարկներ կատարել: Դիտումները ցույց էին տալիս, որ մոլորակը որքան մոտ է Արեգակին, այնքան ավելի արագ է շարժվում: Կեպլերի հաշվարկները ցույց են տվել, որ եթե A_1 կետից A_2 կետ, և A_3 կետից A_4 կետ մոլորակն անցնում է հավասար ժամանակամիջոցներում (նկ. 87), ապա գունավորված մակերեսներն իրար հավասար են:

Կեպլերի առաջին և երկրորդ օրենքներն արդեն հնարավորություն են տալիս պատկերացում կազմելու մոլորակի արագացման ուղղության և հեռավորությունից նրա կախման վերաբերյալ:

Դիտարկենք մոլորակի ուղեծրի P_1P_2 և A_1A_2 փոքր տեղամասեր, որոնք համաչափ են էլիպսի մեծ առանցքի նկատմամբ, և որոնք մոլորակն անցնում է հավասար Δt ժամանակամիջոցներում (նկ. 88): Եթե ժամանակը վերցնենք բավականաչափ փոքր, ապա P_1P_2 և A_1A_2 լարերը կհամընկնեն համապատասխան աղեղներին, մոլորակի շարժումներն այդ տեղամասերում կարելի կլինի համարել հավասարաչափ՝ էլիպսի մեծ կիսաառանցքին ուղղահայաց արագություններով: Քանի որ էլիպսը համաչափ է առանցքների նկատմամբ, ապա պերիհելիումում և աֆելիումում նրա կորության շառավիղները նույնն են: Հետևաբար՝ այդ կետերում նրա նորմալ արագացումների հարաբերությունը հավասար է համապատասխան արագությունների քառակուսիների հարաբերությանը.

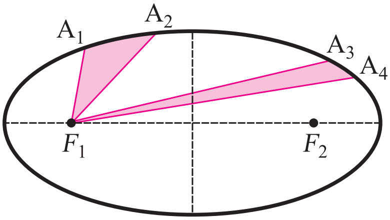
$$\frac{a_P}{a_A} = \frac{v_A^2}{v_P^2}: \qquad (7.13)$$

Համաձայն Կեպլերի երկրորդ օրենքի՝ SP_1P_2 և SA_1A_2 սեկտորների մակերեսները պետք է իրար հավասար լինեն: Բայց $P_1P_2 = v_P\Delta t$ և $A_1A_2 = v_A\Delta t$, իսկ սեկտորների մակերեսները, համապատասխանաբար, հավասար են $v_P\Delta t r_P/2$ և $v_A\Delta t r_A/2$, որտեղ r_P-ն ու r_A-ն պերիհելիումի և աֆելիումի հեռավորություններն են Արեգակից: Հետևաբար՝

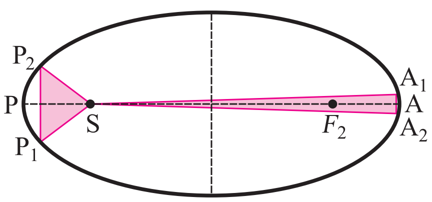
$$v_P r_P = v_A r_A \quad \text{կամ} \quad \frac{v_P}{v_A} = \frac{r_A}{r_P}: \qquad (7.14)$$

(7.13) և (7.14) բանաձևերից կստանանք՝

$$\frac{a_P}{a_A} = \frac{r_A^2}{r_P^2}: \qquad (7.15)$$



Նկ. 87. *$F_1A_1A_2$ և $F_1A_3A_4$ սեկտորների մակերեսները հավասար են:*



Նկ. 88. *Իրար հավասար են SP_1P_2 և SA_1A_2 սեկտորների մակերեսները:*

Քանի որ մոլորակի տանգենցիալ արագացումները պերիհելիումում և աֆելիումում զրո են, ապա a_P-ն և a_A-ն նրա արագացումներն են այդ կետերում և ուղղված են էլիպսի մեծ առանցքով, այսինքն՝ դեպի Արեգակը:

Հաշվարկները ցույց են տալիս, որ ուղեծրի բոլոր կետերում էլ **արագացումներն ուղղված են դեպի Արեգակը և հակադարձ համեմատական են Արեգակից մոլորակի հեռավորության քառակուսուն**:

Հետաքրքիր է նկատել, որ արագացման կախումն Արեգակի հեռավորությունից հնարավոր եղավ ստանալ շնորհիվ այն բանի, որ մոլորակի ուղեծիրն էլիպս էր, այլ ոչ թե շրջանագիծ: Շրջանագծային ուղեծրի դեպքում մոլորակի արագացումը և նրա հեռավորությունն Արեգակից հաստատուն կլինեին ու հնարավոր չէր լինի ստանալ այդ կախումը:

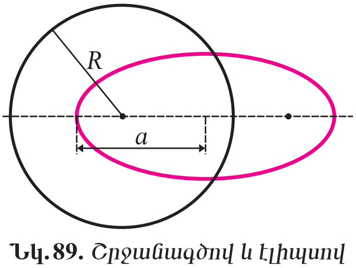
Նշենք նաև, որ Կեպլերի երկրորդ օրենքը համարժեք է իմպուլսի մոմենտի պահպանման օրենքին, որին կծանոթանանք հետագայում:

Կեպլերի երրորդ օրենք: **Կամայական երկու մոլորակի՝ Արեգակի շուրջ պտտման պարբերության քառակուսիները հարաբերում են ինչպես նրանց ուղեծրերի մեծ կիսաառանցքների խորանարդները (Հարմոնիկ օրենք):**

Հարմոնիկ օրենքը կապ է հաստատում մոլորակի ուղեծրի a մեծ կիսաառանցքի և Արեգակի շուրջ պտտման T պարբերության միջև.

$$\frac{T_2^2}{T_1^2} = \frac{a_2^3}{a_1^3}, \qquad (7.16)$$

որտեղ ստորին 1 և 2 ցուցիչները վերաբերում են երկու կամայական մոլորակների: 89-րդ նկարում պատկերված է երկու ուղեծիր, որոնցից մեկը R շառավղով շրջանագիծ է, իսկ մյուսը՝ a կիսաառանցքով էլիպս: Կեպլերի երրորդ օրենքը պնդում է, որ եթե $a = R$, ապա այդ ուղեծրերով շարժումների պարբերություններն իրար հավասար են:



Նկ. 89. *Շրջանագծով և էլիպսով շարժումների պարբերություններն իրար հավասար են:*

Կեպլերի օրենքները մեծապես նպաստել են հասկանալու մոլորակների շարժման օրինաչափությունները, բայց դրանք մնում էին աստղագիտական դիտումներից ստացված փորձառական կանոններ: Այդ օրենքները տեսական հիմնավորման կարիք ունեին: Դա կատարել է Նյուտոնը՝ հայտնագործելով տիեզերական ձգողության օրենքը: Նյուտոնն առաջինն է արտահայտել այն միտքը, որ գրավիտացիոն ուժերը ոչ միայն որոշում են Արեգակնային համակարգի մոլորակների շարժումները, այլև գործում են տիեզերքի բոլոր մարմինների միջև: Նյուտոնը հայտնագործել է, որ որոշակի զանգվածով մոլորակի տիեզերական ձգողության ուժը կախված է միայն մոլորակի զանգվածից և կախված չէ նրա այլ հատկություններից, օրինակ, բաղադրությունից կամ ջերմաստիճանից: Նա ճշգրտում է կատարել նաև Կեպլերի երրորդ օրենքում և այն ներկայացրել հետևյալ կերպ.

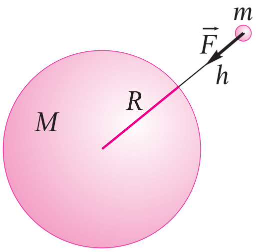
$$\frac{T_2^2(M+m_2)}{T_1^2(M+m_1)} = \frac{a_2^3}{a_1^3}, \qquad (7.17)$$

որտեղ M-ն Արեգակի զանգվածն է, իսկ m_1-ը և m_2-ը՝ մոլորակներինը: (7.17) արտահայտության մեջ հաշվի չի առնված միմյանց հետ մոլորակների փոխազդեցությունը: Այս արտահայտությունը հնարավորություն է ընձեռում հաշվելու մոլորակի կամ արբանյակի զանգվածը, եթե հայտնի են նրա ուղեծիրը և պտտման պարբերությունը: Եթե $m_1 << M$ և $m_2 << M$, ապա (7.17) արտահայտության մեջ մոլորակների զանգվածներն անտեսելուց հետո ստացվում է Կեպլերի երրորդ օրենքի (7.16) արտահայտությունը:

Հարցեր և առաջադրանքներ

1. Ո՞րն է տիեզերքի կառուցվածքի երկրակենտրոն համակարգը: **2.** Ի՞նչ առավելություն ունի արեգակնակենտրոն համակարգը երկրակենտրոնի նկատմամբ: **3.** Ձևակերպե՛ք Կեպլերի առաջին օրենքը: **4.** Ո՞րն է էլիպսի էքսցենտրիսիտետը, էլիպսի ո՞ր հատկություններն է այն բնութագրում: **5.** Ձևակերպե՛ք Մակերեսների օրենքը: **6.** Ինչպե՞ս է ուղղված մոլորակի արագացումը, և ինչպե՞ս է այն կախված Արեգակից ունեցած հեռավորությունից: **7.** Ի՞նչ ուղղում է կատարել Նյուտոնը Կեպլերի երրորդ օրենքի արտահայտության մեջ:

§33. ԾԱՆՐՈՒԹՅԱՆ ՈՒԺ: ԱԶԱՏ ԱՆԿՄԱՆ ԱՐԱԳԱՑՈՒՄ



Նկ.90.

Տիեզերական ձգողության ուժի դրսևորումներից է ծանրության ուժը: **Ծանրության ուժ է կոչվում մարմինների վրա Երկրի ազդող ուժը**: Այդ ուժն ուղղված է ուղղաձիգ դեպի ներքև, այսինքն՝ դեպի Երկրի կենտրոն: Ծանրության ուժի մոդուլը որոշվում է տիեզերական ձգողության օրենքից: Եթե m զանգվածով մարմինը Երկրի մակերևույթից ունի h բարձրություն (նկ.90), ապա, համաձայն տիեզերական ձգողության օրենքի, Երկրի ձգողության ուժը՝

$$F = G\frac{mM}{(R+h)^2}, \qquad (7.18)$$

որտեղ M-ը Երկրի զանգվածն է, R-ը՝ նրա շառավիղը:

Եթե նշանակենք՝

$$g = G\frac{M}{(R+h)^2}, \qquad (7.19)$$

ապա ծանրության ուժը կարելի է ներկայացնել որպես երկու մեծությունների արտադրյալ՝

$$F_g = mg, \qquad (7.20)$$

որոնցից մեկը՝ m զանգվածը, բնութագրում է տվյալ մարմինը, իսկ մյուսը՝ g-ն, կախված է ոչ թե դիտարկվող մարմնից, այլ նրա դիրքից: Եթե g մեծությանը վերագրենք ուղղություն, որը համընկնում է ծանրության ուժի ուղղությանը, ապա (7.20) հավասարությունը կարելի է ներկայացնել վեկտորական տեսքով՝

$$\vec{F}_g = m\vec{g}: \qquad (7.21)$$

Այստեղից g-ն ներկայացնելով որպես

$$\vec{g} = \frac{\vec{F}_g}{m} \tag{7.22}$$

հարաբերություն, կարելի է նկատել, որ այդ մեծությունը ցույց է տալիս, թե ինչ արագացումով կշարժվի մարմինը, եթե նրա վրա ազդի միայն Երկրի ձգողության, այսինքն՝ ծանրության ուժը: **Միայն ծանրության ուժի ազդեցությամբ մարմնի շարժումն անվանում են ազատ անկում**, ուստի՝ $\vec{g}$ մեծությունն անվանում են ազատ անկման արագացում: Երկրի մակերևույթի մոտ $h \ll R$, ուստի՝ ազատ անկման արագացման (7.19) բանաձևը կարելի է արտահայտել հետևյալ կերպ՝

$$g_0 \,.\, G\frac{M}{R^2}: \tag{7.23}$$

Ազատ անկման արագացումը, ինչպես երևում է (7.19) բանաձևից, փոքրանում է Երկրի մակերևույթից հեռանալուն զուգընթաց: Այսպես՝ 300 կմ բարձրության հասնելիս այն փոքրանում է 1 մ/վ^2-ով: Սա նշանակում է, որ Երկրի մակերևույթից մինչև մի քանի տասնյակ կիլոմետր բարձրություններում ազատ անկման արագացումը և ծանրության ուժը կարելի է մեծ ճշտությամբ համարել հաստատուն և մարմնի դիրքից անկախ: Դա է պատճառը, որ ազատ անկումը Երկրի մակերևույթի մոտակայքում համարում են հավասարաչափ արագացող շարժում:

Ազատ անկման արագացման (7.23) բանաձևից երևում է, որ այն կախված է Երկրի շառավղից: Բայց երկրագունդը բևեռներում փոքր-ինչ «սեղմված» է պտտման առանցքի ուղղությամբ, ուստի՝ տարբեր աշխարհագրական լայնություններում R-ը տարբեր է. հասարակածից դեպի բևեռ տեղափոխվելիս այն փոքրանում է, որի հետևանքով բևեռներում ազատ անկման արագացումն ավելի մեծ է, քան հասարակածում: Երկրի տարբեր կետերում ազատ անկման արագացման տարբեր լինելու մյուս՝ ավելի էական պատճառը Երկրագնդի օրական պտույտն է սեփական առանցքի շուրջը: Փորձերը ցույց են տալիս, որ Երկրի մակերևույթին ($h = 0$) ազատ անկման արագացումը բևեռներում մոտավորապես 9,83 մ/վ^2 է, հասարակածում՝ 9,78 մ/վ^2, իսկ 45° լայնության վրա՝ 9,81 մ/վ^2: Այս արժեքները քիչ են տարբերվում իրարից, ուստի՝ մեծ ճշտություն չպահանջող հաշվարկներում անտեսում են Երկրի օրական պտույտը և Երկրի ոչ լրիվ գնդաձև լինելը՝ ազատ անկման արագացումն ամենուր ընդունելով մոտավորապես 9,81 մ/վ^2, երբեմն էլ՝ 10 մ/վ^2:

Երկրագնդի որոշ վայրերում ազատ անկման արագացումը տվյալ աշխարհագրական լայնության վրա ազատ անկման արագացման միջին արժեքից ($g_{\text{միջ}}$) տարբերվում է Երկրի ընդերքի անհամասեռության պատճառով: $\Delta g = g - g_{\text{միջ}}$ տարբերությունը կոչվում է **գրավիտացիոն շեղում**: Դրական շեղումները հաճախ վկայում են ընդերքում համեմատաբար մեծ խտությամբ, օրինակ մետաղի հանածոների պաշարների, իսկ բացասական շեղումները՝ թեթև օգտակար հանածոների, օրինակ, նավթի և գազի պաշարների առկայության մասին:

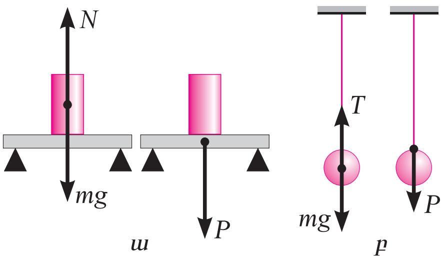
?Հարցեր և առաջադրանքներ

1. Ի՞նչն է կոչվում ծանրության ուժ: **2.** Ինչպե՞ս է ուղղված մարմնի վրա ազդող ծանրության ուժը: **3.** Որքա՞ն է ազատ անկման արագացումը Երկրի մակերևույթից h բարձրությունում: **4.** Երկրագնդի տարբեր կետերում ազատ անկման արագացումները որոշ չափով տարբերվում են: Որո՞նք են դրա պատճառները: **5.** Ի՞նչ է գրավիտացիոն շեղումը:

§34. ՄԱՐՄՆԻ ԿՇԻՌ: ԱՐԱԳԱՑՄԱՄԲ ՇԱՐԺՎՈՂ ՄԱՐՄՆԻ ԿՇԻՌԸ: ԱՆԿՇՌՈՒԹՅՈՒՆ

Մարմնի կշիռ: Մարմնի կշիռ կոչվում է այն ուժը, որով մարմինը Երկրի ձգողության հետևանքով ազդում է հորիզոնական հենարանի կամ ուղղաձիգ կախոցի վրա:

Դիտարկենք հորիզոնական հենարանին դրված մարմինը: Մարմնի վրա ազդում է ուղղաձիգ դեպի ներքև ուղղված ծանրության ուժը: Եթե հենարանը չլիներ, ապա մարմինը կընկներ ներքև: Մարմնի ազդեցությամբ հենարանը դեֆորմացվում է, որի հետևանքով նրա մեջ առաջանում է առաձգականության ուժ, որով հենարանն ազդում է մարմնի վրա (նկ.91, ա):



Նկ.91. *Մարմնի կշիռը հորիզոնական հենարանի կամ ուղղաձիգ կախոցի վրա մարմնի ազդող ուժն է*

Այդ ուժն անվանում են **հակազդեցության ուժ** և նշանակում $\vec{N}$-ով: Նյուտոնի երրորդ օրենքից հետևում է, որ հենարանի վրա մարմնի ազդող ուժը հավասար է հակազդեցության ուժին՝ հակառակ նշանով և ունի նույն բնույթը, ինչ առաձգականության ուժը, այսինքն՝ էլեկտրամագնիսական ուժ է: Այդ ուժի առաջացումը պայմանավորված է մարմնի դեֆորմացիայով: Հենարանի դեֆորմացիայի հետևանքով առաջացած առաձգականության ուժը կիրառված է մարմնի ստորին նիստի վրա և ուղղված է դեպի վեր: Այդ պատճառով մարմնի վայէջքի ընթացքում նրա ստորին նիստն ավելի քիչ է իջնում, քան մարմնի մյուս մասերը, որոնց նկատմամբ հենարանի հակազդեցության ուժը կիրառված չէ: Դրա հետևանքով մարմինն էլ է դեֆորմացվում: Դեֆորմացված մարմնի առաձգականության ուժն ազդում է հենարանի վրա և ուղղված է դեպի վար: Հենց այդ ուժն էլ անվանում են **մարմնի կշիռ** և նշանակում $\vec{P}$-ով՝

$$\vec{P} = -\vec{N}: \qquad (7.24)$$

Եթե մարմինը դադարի (կամ ուղղագիծ հավասարաչափ շարժման) վիճակում է, ապա նրա վրա ազդող ուժերի գումարը զրո է.

$$\vec{N} + m\vec{g} = 0,$$

որտեղից

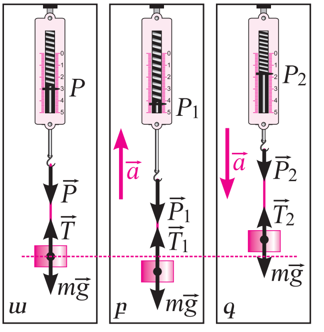
$$\vec{P} = -\vec{N} = m\vec{g}, \qquad (7.25)$$

այսինքն՝ **դադարի վիճակում մարմնի կշիռը հավասար է նրա վրա ազդող ծանրության ուժին**: Բայց սա չի նշանակում, որ մարմնի կշիռը և նրա վրա ազդող ծանրության ուժը նույն ուժերն են: **Ծանրության ուժը** գրավիտացիոն ուժ է, որը կիրառված է մարմնի վրա, իսկ **մարմնի կշիռն** առաձգականության ուժ է. այն առաջանում է մարմնի դեֆորմացիայի հետևանքով և **ազդում է հենարանի** վրա:

Եթե մարմինը կախված է ուղղաձիգ կախոցից (նկ. 91,բ), ապա կախոցի վրա նույնպես ազդում է համանման ձևով առաջացած և նույնպես մարմնի կշիռ կոչվող $\vec{P}$ ուժը՝ $\vec{P} = -\vec{T}$, որտեղ $\vec{T}$-ն թելի լարվածության ուժն է:

Եթե մարմինը կախված է ուժաչափից, ապա այն ուժաչափի վրա ազդում է իր կշռին հավասար ուժով. ուժաչափը ցույց է տալիս մարմնի կշիռը: Այս պատճառով ուժաչափները հաճախ անվանվում են **զսպանակավոր կշեռքներ**:

Չնայած կշիռն առաջանում է Երկրի ձգողության հետևանքով, բայց այն կարող է տարբերվել ձգողության ուժից: Դա կարող է տեղի ունենալ այն դեպքերում, երբ, բացի Երկրից և հենարանից (կախոցից), մարմնի վրա ազդում են այլ մարմիններ: Օրինակ՝ եթե կշեռքից կախված բեռն ընկղմենք հեղուկի մեջ, ապա հեղուկի ազդեցության հետևանքով կշեռքի ցուցմունքը զգալիորեն կնվազի, այսինքն՝ մարմնի կշիռը կպակասի: Մարմնի կշիռը Երկրի ձգողության ուժից տարբերվում է նաև այն դեպքերում, երբ մարմինը հենարանի հետ շարժվում է արագացումով: Դրանում հեշտությամբ կարելի է համոզվել հետևյալ փորձով:



Նկ. 92. *Երբ արագացումն ուղղված է դեպի վեր, մարմնի կշիռը մեծանում է, հակառակ դեպքում՝ փոքրանում է:*

Բեռը կախենք վերելակի առաստաղին ամրացված կշեռքից և հետևենք նրա ցուցմունքին: Անշարժ վերելակում մարմնի կշիռը P է: Վերելակն սկսում է վեր բարձրանալ: Սկզբում, երբ վերելակի արագացումն ուղղված է դեպի վեր, մարմնի կշիռը (կշեռքի ցուցմունքը) աճում է՝ $P_1 > P$: Այնուհետև վերելակը շարժվում է հավասարաչափ, և կշեռքը ցույց է տալիս, որ մարմնի կշիռը նույնն է, ինչ դադարի վիճակում: Կանգ առնելիս, երբ վերելակի արագացումն ուղղված է դեպի վար, կշեռքի ցուցմունքը նվազում է՝ $P_2 < P$: Այսինքն՝ վերելակի շարժման ընթացքում բեռի կշիռը փոփոխվում է: Դրա պատճառը վերելակի անհավասարաչափ շարժումն է, որի ժամանակ փոփոխվում է արագացումը:

Պարզենք, թե որքան է մարմնի կշիռը, երբ այն կախոցի հետ շարժվում է $\vec{a}$ արագացմամբ: Եթե մարմի վրա ազդում են միայն ծանրության և թելի լարվածության ուժերը, ապա, համաձայն Նյուտոնի II օրենքի,

$$m\vec{g} + \vec{T} = m\vec{a}: \qquad (7.26)$$

Նկատի ունենալով նաև մարմնի կշռի (7.24) սահմանումը՝ կստանանք՝

$$\vec{P} = m(\vec{g} - \vec{a}), \qquad (7.27)$$

որի համաձայն՝ արագացմամբ շարժվող մարմնի կշիռը, իրոք, տարբերվում է ծանրության ուժից: Ուսումնասիրենք մի քանի կարևոր դեպքեր:

1. Մարմնի արագացումն ուղղված է ուղղաձիգ դեպի վեր: (7.27) հավասարությունը պրոյեկտելով ուղղաձիգ ուղղության վրա, որպես դրական ընդունելով ազատ անկման արագացման ուղղությունը՝ կստանանք՝

$$P = m(g + a), \qquad (7.28)$$

այսինքն՝ մարմնի կշիռը մեծ է նրա վրա ազդող ծանրության ուժից:

Եթե մարմինը հենարանի կամ կախոցի հետ շարժվում է մի արագացմամբ, որը հակառակ է ուղղված ազատ անկման արագացմանը, նրա կշիռը գերազանցում է դադարի վիճակում ունեցած կշիռը:

Մարմնի կշռի մեծացման երևույթը, որի պատճառը նրա արագացող շարժումն է, կոչվում է **գերբեռնվածություն**:

2. Մարմնի արագացումն ուղղված է ուղղաձիգ դեպի վար: Այս դեպքում (7.27) արտահայտությունից հետևում է, որ

$$P = m(g - a): \tag{7.29}$$

Այստեղից երևում է, որ եթե $a < g$, ապա մարմնի կշիռը փոքր է ծանրության ուժից, այսինքն՝ դադարի վիճակում մարմնի կշռից:

Եթե մարմինը հենարանի կամ կախոցի հետ շարժվում է այնպիսի արագացմամբ, որը համուղղված է ազատ անկման արագացմանը, ապա նրա կշիռը փոքր է դադարի վիճակում ունեցած կշռից:

Եթե $a = g$, այսինքն՝ մարմինը հենարանի (կախոցի) հետ ազատ անկում է կատարում, ապա (7.29) բանաձևից հետևում է, որ մարմնի կշիռը՝ $P = 0$: Մարմնի կշռի անհետացումը, երբ հենարանը շարժվում է ազատ անկման արագացմամբ, կոչվում է **անկշռություն**: Անկշռությունը բացատրվում է տիեզերական ձգողության ուժի և, մասնավորապես, ծանրության ուժի հետևյալ հատկությամբ. բոլոր մարմիններին հաղորդում է նույն արագացումը: Ուստի՝ միայն ծանրության ուժի ազդեցությամբ շարժվող մարմինն անկշռության վիճակում է: Այդպիսի վիճակում է ցատկորդը՝ գետնից պոկվելու պահից մինչև գետին իջնելու պահը, ջրացատկորդը՝ աշտարակից պոկվելու պահից մինչև ջրին հասնելու պահը, վազորդը՝ գետնին ոտքի մի հպումից մինչև մյուս հպումն ընկած փոքր ժամանակամիջոցում, տիեզերագնացը՝ Երկրի շուրջն անջատված շարժիչով պտտվող տիեզերանավում և այլն:

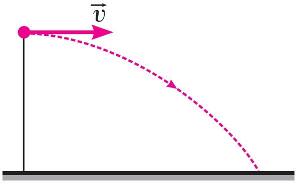
Հարցեր և առաջադրանքներ

1. Ի՞նչն են անվանում մարմնի կշիռ: **2.** Ո՞ր ուժն են անվանում հակազդեցության ուժ: Ինչպե՞ս է այն ուղղված: **3.** Ո՞ր դեպքում է մարմնի կշիռը տարբերվում ծանրության ուժից: **4.** Որքա՞ն է մարմնի կշիռը, երբ այն հենարանի հետ շարժվում է ուղղաձիգ դեպի վեր՝ a արագացմամբ: **5.** Որքա՞ն է մարմնի կշիռը, երբ այն հենարանի հետ շարժվում է ուղղաձիգ դեպի վար՝ a արագացմամբ: **6.** Ո՞ր երևույթն են անվանում անկշռություն: **7.** Թվարկեք իրավիճակներ, որտեղ մարդն անկշռության վիճակում է: **8.** Որքա՞ն է մարմնի կշիռը, երբ այն $a > g$ արագացմամբ դեպի վար շարժվող վերելակում է:

§35. ԵՐԿՐԻ ԱՐՀԵՍՏԱԿԱՆ ԱՐԲԱՆՅԱԿՆԵՐ: ԱՌԱՋԻՆ ՏԻԵԶԵՐԱԿԱՆ ԱՐԱԳՈՒԹՅՈՒՆ

Ուսումնասիրելով մարմինների ազատ անկումը՝ §21-ում պարզեցինք, որ h բարձրությունից հորիզոնական ուղղությամբ նետած մարմինը, շարժվելով պարաբոլով, ընկնում է Երկրի մակերևույթին (նկ. 93): Այնտեղ ընդունեցինք, որ Երկրի մակերևույթը հարթ է, իսկ մարմնի շարժումը՝ հավասարաչափ արագացող, այսինքն՝ շարժման ընթացքում ազատ անկման արագացումն անփոփոխ է: Այդ մոտեցումը ճիշտ է միայն փոքր արագությունների դեպքում, երբ անկման ընթացքում հորիզոնական ուղղությամբ մարմնի տեղափոխությունը շատ փոքր է Երկրի շառավղից: Իրականում մարմնի անկման ընթացքում գնդաձևության հետևանքով Երկրի մակերևույթը հեռանում է մարմնից (նկ. 94):

Աստիճանաբար մեծացնելով մարմնի սկզբնական արագությունը՝ կարելի է հասնել այնպիսի արժեքի, որ կորության հետևանքով Երկրի մակերևույթը մարմնից հեռանա ճիշտ այնքան, որքան մարմինն է մոտենում Երկրին (նկ. 95): Արագության այդ արժեքի դեպքում մարմնի հեռավորությունը Երկրի մակերևույթից կմնա անփոփոխ: Նշանակում է՝ մարմինը կպտտվի Երկրի շուրջը $R+h$ շառավղով շրջանագծով՝ դառնալով Երկրի **արհեստական արբանյակ**:

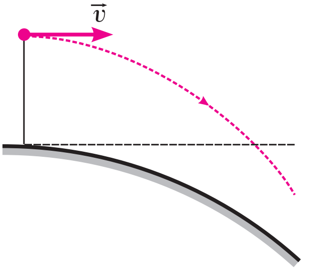


Նկ. 93. *Մարմինը մոտենում է Երկրին:*

Գտնենք արագության այդ արժեքը: Արբանյակը շարժվում է շրջանագծով Երկրի տիեզերական ձգողության ուժի ազդեցությամբ, հետևաբար, համաձայն Նյուտոնի II օրենքի,

$$G\frac{Mm}{(R+h)^2}=\frac{mv^2}{R+h}, \qquad (7.30)$$

որտեղ M-ը Երկրի զանգվածն է, G-ն՝ տիեզերական ձգողության հաստատունը, R-ը՝ Երկրի շառավիղը, m-ը, v-ն և h-ը, համապատասխանաբար, արբանյակի զանգվածը, արագությունը և բարձրությունը Երկրի մակերևույթից:



Նկ. 94. *Երկրի մակերևույթը հեռանում է մարմնից:*

(7.30) բանաձևից արբանյակի արագության համար կստանանք՝

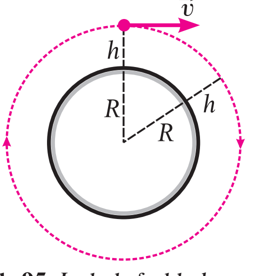
$$v=\sqrt{\frac{GM}{R+h}}: \qquad (7.31)$$

Երկրամերձ ուղեծրով ($h \ll R$) շարժվող արբանյակի դեպքում (7.31) բանաձևում h-ն անտեսելով R-ի նկատմամբ՝ կստանանք՝

$$v=\sqrt{\frac{GM}{R}}: \qquad (7.32)$$

կամ, նկատի ունենալով (7.23) բանաձևը,

$$v=\sqrt{Rg_0}, \qquad (7.33)$$



Նկ. 95. *Երկրի մակերևույթը հեռանում է ճիշտ այնքան, որքան մարմինը մոտենում է:*

որտեղ g_0-ն ազատ անկման արագացումն է Երկրի մակերևույթի մոտ:

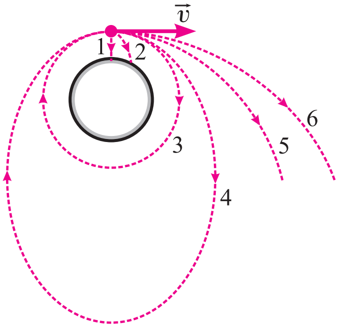
Այս բանաձևի մեջ տեղադրելով $g_0=9{,}81$ մ/վ^2 և R . $6{,}4\cdot10^6$ մ արժեքները՝ կստանանք՝ v_{I} . 8 կմ/վ: Եթե հորիզոնական ուղղությամբ այսպիսի արագություն հաղորդվի Երկրի մակերևույթին մոտ մարմնին, ապա այն կպտտվի Երկրի շուրջը շրջանային ուղեծրով, այսինքն՝ կդառնա Երկրի արհեստական արբանյակ:

Այն նվազագույն արագությունը, որը պետք է հաղորդել մարմնին Երկրի արհեստական արբանյակ դառնալու համար, կոչվում է առաջին տիեզերական արագություն:

Իրականում արբանյակին առաջին տիեզերական արագություն չի հաղորդվում անմիջապես Երկրի մակերևույթին մոտ, որովհետև օդի դիմադրության պատճառով այն կայրվի մթնոլորտում: Ուստի՝ տիեզերանավն ուղեծիր հանում են տանող հրթիռով, որը տիեզերանավին բարձրացնում է մթնոլորտի նոսր շերտեր, այնուհետև արագացնում տիեզերանավը մինչև առաջին տիեզերական արագություն: Դրանից հետո միայն տիեզերանավն առանձնանում է տանող հրթիռից ու շարունակում շարժումը միայն Երկրի ձգողության ուժի ազդեցությամբ: Այդ ուժի հաղորդած կենտրոնաձիգ արագացումը g_0 է, որն ուղղված է դեպի Երկրի կենտրոն, այսինքն՝ հավասար է Երկրի մակերևույթին մարմնի ազատ անկման արագացմանը: Նշանակում է՝ արբանյակի շարժումն ազատ անկում է, ինչպես հորիզոնական ուղղությամբ փոքր արագությամբ նետված մարմնի ազատ անկումը: Պարզապես նրա արագությունն այնքան մեծ է, որ հետագծի կորության շառավիղը հավասար է Երկրի շառավղին, և արբանյակի ազատ անկումը հանգում է Երկրի շուրջը նրա պտույտի: Քանի որ արբանյակի շարժումն ազատ անկում է, ապա տիեզերանավում բոլոր մարմիններն անկշռության վիճակում են:

Ինչպես երևում է (7.31) բանաձևից, ուղեծրի բարձրության մեծացմանը զուգընթաց առաջին տիեզերական արագությունը նվազում է: Օրինակ՝ 200 կմ բարձրությունում այն փոքրանում է մոտ 125 մ/վ-ով:

Եթե մարմնի արագությունը հավասար է առաջին տիեզերական արագությանը, ապա նրա ուղեծիրը շրջանագիծ է: Իսկ եթե նրա արագությունը գերազանցում է առաջին տիեզերական արագությունը, ապա հետագծի կորությունը մեծանում է, և արբանյակն ավելի է հեռանում Երկրի մակերևույթից, բայց տիեզերական ձգողության ուժը նրան պահում է Երկրի մոտ: Մարմինը, մնալով Երկրի արբանյակ, պտտվում է նրա շուրջն էլիպսաձև ուղեծրով: Էլիպսի կիզակետերից մեկում Երկրին է, իսկ նրա մեծ կիսաառանցքն ուղղահայաց է սկզբնական արագության ուղղությանը:



Նկ.96. *Մարմնի հետագծի ձևն սկզբնական արագության տարբեր արժեքների դեպքում. 1. ուղիղ գիծ ($v=0$), 2. պարաբոլ ($v \ll v_I$), 3. շրջանագիծ ($v=v_I$), 4. էլիպս ($v_I<v<v_{II}$), 5. պարաբոլ ($v=v_{II}$), 6. հիպերբոլ ($v>v_{II}$)*

Նշենք նաև, որ փոքր արագությունների դեպքում՝ պարաբոլաձև, իսկ առաջին տիեզերական արագության դեպքում՝ շրջանագծային հետագծերն էլիպսի մասնավոր դեպքեր են: Առաջին դեպքում էլիպսի կիզակետերը Երկրի վրա են, իսկ նրա կենտրոնը՝ Երկրի կենտրոնում: Երկրորդ դեպքում Երկրի կենտրոնում են էլիպսի և՛ կենտրոնը, և՛ կիզակետերը: Առանց սկզբնական արագության անկում կատարելու դեպքում հետագիծն ուղիղ գիծ է: Դա էլ կարելի է դիտարկել որպես էլիպսի մասնավոր դեպք, երբ նրա փոքր կիսաառանցքը զրո է:

Խորացված

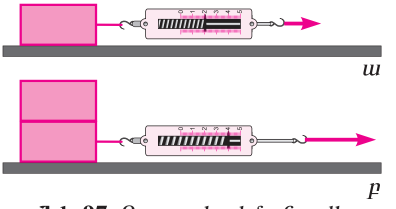
Երկրորդ տիեզերական արագություն: Մարմնի արագության հետագա աճին զուգընթաց էլիպսն ավելի ու ավելի է ձգվում: Արագության որոշակի արժեքի դեպքում Երկրի ձգողությունն այլևս ի վիճակի չի լինում պահելու մարմինը, և այն պարաբոլաձև հետագծով «լքում» է Երկիրը: Հաշվարկները ցույց են տալիս, որ այդ արագությունը $\sqrt{2}$ անգամ գերազանցում է առաջին տիեզերական արագությունը՝ $v_{II} = \sqrt{2}\, v_I$. 11,2 կմ/վ է:

Այն նվազագույն արագությունը, որը Երկրի մակերևույթի մոտ պետք է հաղորդել մարմնին, որպեսզի այն հաղթահարի Երկրի ձգողությունը, կոչվում է երկրորդ տիեզերական արագություն:

Եթե մարմնին հաղորդվում է երկրորդ տիեզերական արագությունից մեծ արագություն, ապա այն հեռանում է Երկրից հիպերբոլաձև ուղեծրով։ 96-րդ նկարում պատկերված են մարմնի հետագծի հնարավոր ձևերը՝ կախված նրա սկզբնական արագությունից։

§36. ՇՓՄԱՆ ՈՒԺԵՐ։ ԴԱԴԱՐԻ ՇՓՄԱՆ ՈՒԺ։ ՍԱՀՔԻ ՇՓՈՒՄ։ ՇՓՄԱՆ ԳՈՐԾԱԿԻՑ։ ԴԻՄԱԴՐՈՒԹՅԱՆ ՈՒԺ

Հպվող պինդ մարմինների մակերևույթների միջև առաջանում են ուժեր, որոնք ուղղված են հպման մակերևույթին զուգահեռ։ Այդ ուժերը կոչվում են **շփման ուժեր**։ Տարբերում են շփման ուժի երեք տեսակ՝ **դադարի**, **սահքի** և **գլորման**։



Նկ. 97. *Դադարի շփման ուժի և ճնշման ուժի կապը ցույցադրող փորձ*

Դադարի շփման ուժ։ Դադարի շփման ուժը փորձնականորեն ուսումնասիրելու համար պատվանդանին դրված չորսուին ամրացնենք ուժաչափ և, այն հորիզոնական ուղղությամբ ձգելով, փորձենք չորսուն շարժել տեղից (նկ. 97,ա)։ Կնկատենք, որ սկզբում զսպանակը ձգվում է, բայց մարմինը դեռ չի «շտապում» տեղից շարժվել։ Ուժաչափը ցույց է տալիս, որ չորսուի վրա հորիզոնական ուղղությամբ ուժ է ազդում, սակայն չորսուն անշարժ է։ Նշանակում է՝ չորսուի վրա պատվանդանի մակերևույթին զուգահեռ ուժ ազդելիս չորսուի և պատվանդանի հպման մակերևույթների միջև առաջանում է ազդող ուժին հակառակ ուղղված և մոդուլով նրան հավասար ուժ։

Այն շփման ուժը, որն առաջանում է հպվող մարմինների մակերևույթների սահմանին, նրանց հարաբերական (միմյանց նկատմամբ) շարժման բացակայության դեպքում, կոչվում է դադարի շփման ուժ։

Ավելի ուժեղ ձգենք զսպանակը։ Ուժաչափը ցույց կտա, որ $\vec{F}$ ուժի մոդուլը մեծացել է։ Բայց մարմինն առաջվա նման մնում է դադարի վիճակում։ Նշանակում է՝ $\vec{F}$ ուժի մոդուլի հետ մեծացել է նաև դադարի շփման ուժի մոդուլը, այնպես որ այդ երկու ուժերը դարձյալ մոդուլով հավասար են և ուղղված են իրար հակառակ։

Դադարի շփման ուժը միշտ մոդուլով հավասար և ուղղությամբ հակադիր է այն ուժին, որը կիրառվում է մարմնի նկատմամբ՝ մեկ այլ մարմնի հետ նրա հպման մակերևույթին զուգահեռ։

Եթե շարունակենք մեծացնել չորսուի վրա ազդող $\vec{F}$ ուժի մոդուլը, ապա վերջինիս որոշակի արժեքի դեպքում մարմինը «պոկվի» տեղից և կսկսի սահել։ Ուրեմն՝ գոյություն ունի դադարի շփման առավելագույն ուժ՝ $\vec{F}_{դ max}$։ Եվ միայն այն դեպքում, երբ մակերևույթին զուգահեռ $\vec{F}$ ուժը մոդուլով դառնում է թեկուզ մի փոքր ավելի, քան այդ շփման ուժը, մարմինն սկսում է շարժվել արագացմամբ։

Դադարի շփման ուժը հենց այն ուժն է, որը խանգարում է մեզ տեղից շարժելու ծանր առարկաները՝ պահարանը, սեղանը, արկղը և այլն։

Բայց ինչու՞ է կարևոր առարկայի ծանր լինելը: Չէ՞ որ այն դեպի վեր` ծանրության ուժին հակառակ չենք շարժում: Այս հարցին պատասխանում է փորձը:

97, ա նկարում պատկերված չորսուի վրա դնենք նույնպիսի մի չորսու (նկ. 97, բ)՝ դրանով մեծացնելով մարմնի և պատվանդանի հպման մակերևույթին ուղղահայաց ազդող ուժը (հենարանի մակերևույթին ուղղահայաց ազդող մարմնի ուժը կոչվում է **ճնշման ուժ**): Եթե այժմ կրկին չափենք դադարի շփման առավելագույն ուժը, այսինքն՝ այն ուժը, որն անհրաժեշտ է, որպեսզի մարմինն սկսի սահել, ապա կտեսնենք, որ այն մեծացել է 2 անգամ: Ճիշտ երկու անգամ մեծացել է ճնշման ուժը, երբ չորսուի վրա երկրորդ նույնպիսի չորսու է դրվել: Կրկնելով փորձը՝ կարող ենք եզրակացնել, որ $\vec{F}_{\text{դ}max}$-ը համեմատական է ճնշման ուժին:

Ըստ Նյուտոնի երրորդ օրենքի՝ հենարանի վրա ազդող մարմնի ճնշման ուժը մոդուլով հավասար է հենարանի հակազդեցության ուժին: Ուստի՝ դադարի շփման առավելագույն ուժն ուղիղ համեմատական է հենարանի հակազդեցության ուժին: Հետևաբար՝ այդ ուժերի մոդուլների համար կարելի է գրել՝

$$F_{\text{դ}max} = \mu_{\text{դ}} N, \tag{7.34}$$

որտեղ $\mu_{\text{դ}}$ մեծությունը կոչվում է **դադարի շփման գործակից**:

Ինչպես նշեցինք, դադարի շփման ուժը խանգարում է մեզ տեղից շարժելու ծանր առարկաները: Բայց միշտ չէ, որ շփման ուժը խանգարում է շարժմանը: Շատ դեպքերում հենց դադարի շփման ուժն է շարժման առաջացման պատճառը: Օրինակ՝ ավտոմեքենան տեղից շարժվում է անիվների և գետնի միջև առաջացող դադարի շփման ուժի շնորհիվ: Եթե չլիներ դադարի շփման ուժը, անիվները տեղապտույտ կկատարեին, իսկ ավտոմեքենան տեղից չէր շարժվի: Առանց դադարի շփման ուժի մարդիկ չէին կարող քայլել գետնի վրայով: Քայլելիս մենք ոտքերով հրվում ենք գետնից: Եթե կոշիկի ներբանի և գետնի միջև շփումը փոքր է, ինչպես սառցակալման դեպքում, ոտքերը սահում են, և քայլելը դժվարանում է:

Սահքի շփման ուժ: Չորսուին ամրացված ուժաչափը ձգենք այնպես, որ չորսուն հավասարաչափ շարժվի սեղանի հորիզոնական մակերևույթով: Ուժաչափը ցույց է տալիս, որ չորսուի վրա զսպանակն ազդում է հաստատուն $\vec{F}$ առաձգականության ուժով: Հավասարաչափ շարժվող մարմնի վրա ազդող ուժերի գումարը զրո է: Հետևաբար, բացի առաձգականության ուժից, հորիզոնական ուղղությամբ մարմնի վրա ազդում է նաև մի ուժ, որը մոդուլով հավասար և ուղղությամբ հակադիր է առաձգականության ուժին: Այդ ուժը կոչվում է **սահքի շփման ուժ**՝ $\vec{F}_{\text{ս}}$:

Սահքի շփման ուժը միշտ ուղղված է մարմնի շարժման արագության վեկտորին հակառակ ուղղությամբ: Այն արագությունը, որը մարմնին հաղորդում է սահքի շփման ուժը, նույնպես հակառակ է ուղղված նրա հարաբերական արագության ուղղությանը, այսինքն՝ սահքի շփման ուժը միշտ փոքրացնում է մարմնի հարաբերական արագությունը: Փորձով կարելի է համոզվել, որ սահքի շփման ուժն ուղիղ համեմատական է հենարանի հակազդեցության ուժին՝

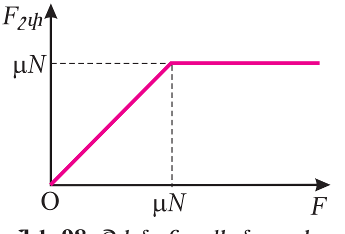
$$F_{\text{ս}} = \mu N, \tag{7.35}$$

որտեղ μ մեծությունը կոչվում է **սահքի շփման գործակից**:

Սահքի շփման գործակիցը որոշ չափով փոքր է դադարի շփման գործակցից: Դա է պատճառը, որ սովորաբար մարմինը տեղից «պոկելն» ավելի դժվար է, քան հետո այն հավասարաչափ շարժելը: Սակայն գործնական շատ հաշվարկներում դադարի և սահքի շփման գործակիցների չնչին տարբերությունն անտեսվում է: Այդ գործակիցները համարում են իրար հավասար և անվանում μ շփման գործակից, ուստի՝ դադարի և սահքի շփման ուժերի համար կարող ենք գրել՝

$$F_{դ} = F, \text{ եթե } F \leq F_{դ\,max} = \mu N, \; F_{ս} = \mu N: \qquad (7.36)$$

98-րդ նկարում պատկերված է շփման ուժի $F_{շփ}$ մոդուլի կախումը մարմինների հպման մակերևույթին զուգահեռ ազդող ուժի F մոդուլից: Քանի դեռ F-ը փոքր է μN-ից, մարմինը դադարի վիճակում է, իսկ շփման ուժը մոդուլով հավասար է ազդող ուժին: F-ի աճին զուգընթաց աճում է նաև շփման ուժը: Երբ F-ը գերազանցում է μN-ը, շփման ուժը դադարում է կախված լինել F-ից և, ուժի հետագա մեծացումից անկախ, մնում է հաստատուն՝ μN:



Նկ. 98. *Շփման ուժի մոդուլի կախումը հպման մակերևույթին զուգահեռ ազդող ուժի մոդուլից*

Շփման գործակիցը կախված է այն բանից, թե ինչ նյութերից են պատրաստված շփվող մարմինները, ինչպես են մշակված ու մաքրված նրանց մակերևույթները և գործնականորեն կախված չէ հպվող մակերևույթների մակերեսների մեծությունից:

Շփման ուժի դրսևորումներից է **գլորման շփման ուժ**ը, որով մակերևույթն ազդում է գլորվող մարմնի վրա: Փորձերը ցույց են տալիս, որ գլորման շփման ուժը շատ անգամ փոքր է սահքի շփման ուժից: Օրինակ՝ պողպատե ռելսերի վրայով գլորվելիս պողպատե անիվների վրա ազդող գլորման շփման ուժը մոտ 100 անգամ փոքր է սահքի շփման ուժից: Ուստի՝ տարբեր մեխանիզմներում և մեքենաներում սահքի շփումը փոխարինում են գլորման շփմամբ՝ օգտագործելով գնդիկավոր և հոլովակավոր առանցքակալներ:

Շփման ուժերն առաջանում են հպվող մարմինների մոլեկուլների (ատոմների) փոխազդեցության հետևանքով, որը պայմանավորված է նրանց կազմի մեջ մտնող էլեկտրական լիցքերի փոխազդեցությամբ: Ուստի՝ շփման ուժերն էլեկտրամագնիսական բնույթ ունեն:

Հեղուկ և գազային միջավայրում պինդ մարմնի շարժման ժամանակ առաջանում են ուժեր, որոնք արգելակում են շարժումը: Այդ ուժերն անվանում են **դիմադրության ուժեր**: Դիմադրության ուժի գլխավոր առանձնահատկությունը դադարի շփման բացակայությունն է, հետևաբար՝ հեղուկ կամ գազային միջավայրում մարմինը կարելի է տեղաշարժել նույնիսկ ամենափոքր ուժով:

Դիմադրության ուժի մյուս առանձնահատկությունը նրա խիստ կախվածությունն է շարժման արագությունից: Փոքր արագությունների դեպքում դիմադրության ուժն ուղիղ համեմատական է արագությանը և ուղղված է նրան հակառակ՝ $\vec{F}_{դ} = -r\vec{v}$: Համեմատականության r գործակիցը կախված է միջավայրի հատկություններից, մարմնի ձևից և չափերից: Մեծ արագությունների դեպքում դիմադրության ուժը կտրուկ աճում է և համեմատական է դառնում արագության քառակուսուն, իսկ այնուհետև՝ ավելի բարձր աստիճաններին:

Հարցեր և առաջադրանքներ

1. Ի՞նչն են անվանում դադարի շփման ուժ: **2.** Որքա՞ն է դադարի շփման ուժը, և ինչպե՞ս է այն ուղղված: **3.** Դադարի շփման առավելագույն ուժն ինչպե՞ս է կախված ճնշման ուժից: **4.** Գրե՛ք սահքի շփման ուժի բանաձևը և նշե՛ք, թե ինչպես է այն ուղղված: **5.** Ի՞նչ գործոններից է կախված սահքի շփման գործակիցը: **6.** Ի՞նչ բնույթի են դադարի և սահքի շփման ուժերը: **7.** Որո՞նք են դիմադրության ուժի առանձնահատկությունները:

§37. ԼԱԲՈՐԱՏՈՐ ԱՇԽԱՏԱՆՔ 4

Սահքի շփման գործակցի որոշումը

Աշխատանքի նպատակը. որոշել սահքի շփման գործակցի արժեքը:

Չափամիջոցներ. ուժաչափ (0÷4 Ն սանդղակով և 0,1 Ն բաժանման արժեքով), միլիմետրական բաժանումներով քանոն (50 սմ երկարությամբ):

Նյութեր և սարքեր. փայտե նեղ տախտակ, փայտե չորսուներ, 100 կամ 50 գրամանոց բեռների հավաքածու, ամրակալան՝ կցորդիչով և թաթով:

Փորձի կատարման ընթացքը

1. Չորսուն տեղադրեք թեքված փայտե նեղ տախտակի վրա:
2. Ուժաչափին ամրայրեք չորսուին և հավասարաչափ կերպով այն ձգեք թեք հարթությամբ դեպի վեր և նշեք ուժաչափի ցուցմունքը (F):
3. Կշռեք չորսուն (P):
4. Սահքի շփման գործակիցը որոշեք դեպի վեր մարմնի հավասարաչափ շարժման (հավասարակշռության) $F = P\sin\alpha + \mu P\cos\alpha$ պայմանից, որտեղից
$$\mu = \frac{F - P\sin\alpha}{P\cos\alpha},$$
որտեղ $\sin\alpha = h/l$ (h-ը թեք տախտակի բարձրությունն է, իսկ l-ը՝ երկարությունը):
5. Թեքելով տախտակը և չորսուի վրա ավելացնելով բեռներ, ապա կշռելով բեռներով չորսուն՝ ստացեք շփման գործակցի՝ տարբեր փորձերի արժեքները, որոնց թվաբանական միջինը կլինի շփման գործակցի փորձարարական արժեքը:
6. Չափման արդյունքներով լրացրեք աղյուսակը.

Փորձի համարը	F,Ն	P,Ն	μ

Խորացված

§38. ՄԵԽԱՆԻԿԱՅԻ ՈՒՂԻՂ ԵՎ ՀԱԿԱԴԱՐՁ ԽՆԴԻՐԸ: ՇՓՄԱՆ ՈՒԺԻ ԱԶԴԵՑՈՒԹՅԱՄԲ ՄԱՐՄՆԻ ՇԱՐԺՈՒՄԸ ՀՈՐԻԶՈՆԱԿԱՆ ՈՒՂՂՈՒԹՅԱՄԲ

Դինամիկայի օրենքները հնարավորություն են տալիս լուծելու մեխանիկայի հիմնական խնդիրը, այն է՝ գտնել մարմնի դիրքը տարածության մեջ ժամանակի կամայական պահին՝ հետևյալ «շղթայով». հայտնի ուժերով որոշում են մարմնի արագացումը, արագացման և սկզբնական արագության միջոցով՝ արագությունը, արագության միջոցով՝ տեղափոխությունը և, ի վերջո, տեղափոխության ու սկզբնական դիրքի միջոցով՝ մարմնի կոորդինատները ժամանակի կամայական պահին: Օրինակ՝ հրետանավորին հայտնի են արկի սկզբնական արագությունը և թռիչքի ընթացքում նրա վրա ազդող ուժերը: Դրանց հիման վրա նա կարողանում է ճշգրիտ հաշվարկել արկի հետագիծը, կառավարել արկի շարժումը, և համապատասխան սկզբնական պայմաններ ընտրելով՝ «ստիպել» նրան ընկնել նպատակակետի վրա: Կամ՝ ինքնաթիռի վայրէջքի ժամանակ հայտնի են նրա սկզբնական արագությունը և շարժումն արգելակող ուժերը: Այս տվյալներով կարելի է որոշել, թե ի՞նչ ճանապարհ կանցնի ինքնաթիռը մինչև կանգ առնելը, և, դրան համապատասխան, ի՞նչ երկարության թռիչքուղի է հարկավոր: Հայտնի են Արեգակի և մոլորակների փոխազդեցության տիեզերական ձգողության ուժերը: Դա հնարավորություն է տալիս ճշգրիտ հաշվարկելու մոլորակի շարժումը և «գուշակելու» նրա ապագան, օրինակ, երկնակամարում նրա հայտնվելու տեղը և ժամանակը:

Թվարկած բոլոր դեպքերում մարմնի վրա ազդող հայտնի ուժերով հաշվարկվում է նրա շարժումը: Բայց միշտ չէ, որ դինամիկայի օրենքները կիրառվում են մարմնի դիրքը որոշելու համար: Շատ դեպքերում հայտնի է մարմնի շարժումը, այսինքն՝ հայտնի է նրա դիրքը ժամանակի տարբեր պահերին և անհրաժեշտ է գտնել նրա վրա ազդող ուժերը: Այդպիսի իրավիճակների առավել հաճախ հանդիպում են ճարտարագետները և գիտնական-հետազոտողները: Օրինակ՝ մեքենա նախագծողները նախ որոշում են այն շարժումները, որ պետք է կատարեն մեքենայի տարբեր մասերն ու դետալները: Այնուհետև հաշվարկում են ուժերը, որոնք կառաջանան մեքենայի աշխատանքի ընթացքում և դրան համապատասխան ընտրում դետալի կառուցվածքը:

Հայտնի է, որ տիեզերանավի թռիչքի ողջ ընթացքում թռիչքների կառավարման կենտրոնում մանրակրկիտ գրանցվում են տիեզերանավի ուղեծրի տվյալները: Ուղեծրի ձևը և նրա շեղումը հաշվարկայինից պայմանավորված են Երկրի տիեզերական ձգողության ուժով: Այդ ուժն իր հերթին կախված է Երկրի ձևից և ծանր ու թեթև լեռնաապարների ու օգտակար հանածոների տեղաբաշխումից: Ուղեծրի տվյալներից որոշելով Երկրի ձգողության ուժը՝ արժեքավոր տեղեկություններ են ստանում Երկրի կառուցվածքի մասին: Կամ՝ հեռուստացույցը նախագծողը, իմանալով թե պատկեր ստանալու համար էկրանի որ կետերում պետք է ընկնեն էլեկտրոնները, որոշում է այն ուժերը, որոնք պետք է ազդեն էլեկտրոնաճառագայթային խողովակում շարժվող էլեկտրոնների վրա և դրան համապատասխան լարումներ հաղորդում կոնդենսատորների թիթեղներին:

Այսպիսով՝ մեխանիկայի խնդիրները կարելի է դասակարգել երկու խմբի՝ ուղիղ և հակադարձ:

Մեխանիկայի ուղիղ խնդիրը մարմնի արագայումը որոշելը և նրա շարժման օրենքը գտնելն է, երբ հայտնի են նրա վրա ազդող ուժերն ու սկզբնական պայմանները:

Մեխանիկայի հակադարձ խնդիրը մարմնի վրա ազդող ուժերի որոշումն է, երբ հայտնի է նրա շարժման օրենքը:

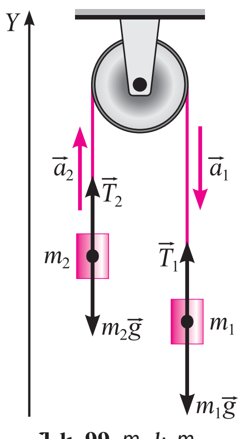
Երկու խնդիրներն էլ հավասարապես կարևոր են: Երկուսն էլ հաճախ հանդիպում են գիտության, տեխնիկայի և այլ ոլորտներում:

Հետագայում հաճախ կանգնվենք այդ խնդիրներից յուրաքանչյուրին: Կանգնվենք նաև իրավիճակների, երբ այդ խնդիրները հանդես են գալիս միաժամանակ: Դիտարկենք այդպիսի մի պարզ օրինակ:

Անշարժ, անկշիռ ճախարակի վրայով, անկշիռ և չձգվող թելի ծայրերից կախված են m_1 և m_2 զանգվածներով բեռներ (նկ. 99), ընդ որում, $m_1 > m_2$: Որոշել թելի ձգվածության ուժը և բեռների արագացումները: Ճախարակում շփումն անտեսել:

Այստեղ պետք է գտնել թելի ձգվածության ուժը, ուրեմն՝ գործ ունենք հակադարձ խնդրի հետ: Բայց հայտնի չեն նաև արագացումները, ուրեմն՝ գործ ունենք նաև ուղիղ խնդրի հետ: Նշանակում է՝ ուղիղ և հակադարձ խնդիրները հանդես են գալիս միաժամանակ:

Եթե սկզբում անշարժ համակարգը թողնենք ինքն իրեն, ապա m_1 բեռը կսկսի շարժվել դեպի ներքև, իսկ m_2 բեռը՝ դեպի վերև: Քանի որ թելը ձգվող չէ, ապա որքան իջնում է առաջին բեռը, նույնքան բարձրանում է երկրորդը: Ուրեմն՝ նրանց արագացումների մոդուլներն իրար հավասար են. $a_1 = a_2 = a$:



Նկ. 99. *m_1 և m_2 մարմինների շարժումը*

Քանի որ շփման ուժերը բացակայում են, ապա մարմինների վրա ազդող թելի ձգվածության ուժերի մոդուլները հավասար են. $T_1 = T_2 = T$: Բեռների վրա ազդող ուժերը և կոորդինատային առանցքի ուղղությունը պատկերված են նկարում:

Նյուտոնի II օրենքը սկալյար տեսքով գրելով մարմիններից յուրաքանչյուրի համար՝ կստանանք՝

$$\begin{cases} m_1 g - T = m_1 a, \\ T - m_2 g = m_2 a: \end{cases}$$

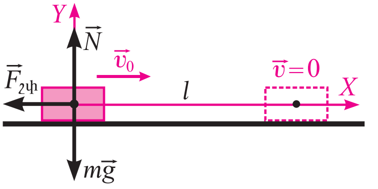
Ստացանք երկու անհայտով երկու հավասարումների համակարգ: Լուծելով այդ համակարգը՝ կստանանք՝

$$a = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} g, \quad T = \frac{2m_1 m_2 g}{m_1 + m_2}:$$

Այս խնդրում թելը կապված է երկու մարմիններին և առաջին մարմնի շարժումը հաղորդվում է երկրորդին: Այս պատճառով թելի ձգվածության ուժն անվանում են **կապի ուժ**: Նկատենք, որ կապի ուժը կախված է ոչ միայն արտաքին ազդեցություններից (տվյալ դեպքում Երկրի և ճախարակի), այլ նաև կապված մարմինների հատկություններից (նրանց զանգվածներից):

Հաշվի առնելով, որ մեխանիկայի ուղիղ խնդիրներից մեկը գործնականում շատ հաճախ է հանդիպում և բավական ուշագրավ է, քննարկենք շփման ուժերի ազդեցությամբ մարմնի շարժման մի քանի դեպք:

Շարժումը՝ արգելակելիս: Գործնականում շատ հաճախ հարկ է լինում կանգնեցնել շարժվող փոխադրամիջոցը, օրինակ, երբ ինքնաթիռը վայրէջք է կատարում, գնացքը մոտենում է կայարանին կամ շարժվող ավտոմեքենայի առաջ հանկարծակի որևէ արգելք է հայտնվում: Թվարկած բոլոր դեպքերում միավորվում են արգելակները, և, սկսած արգելակման պահից, շարժումը դանդաղում է: Որոշ t ժամանակ անց, անցնելով **արգելակման ճանապարհ** կոչվող l հեռավորությունը, մարմինը կանգ է առնում: Բոլոր դեպքերի համար խնդիրը կարելի է ձևակերպել հետևյալ կերպ. որոշել, թե շփման ուժի ազդեցությամբ հորիզոնական տեղամասում ինչքա՞ն ժամանակից հետո կանգ կառնի v_0 արագությամբ շարժվող մարմինը և ինչքա՞ն ճանապարհ կանցնի այդ ընթացքում (նկ.100), եթե մարմնի և հենարանի միջև շփման գործակիցը μ է: Մարմնի վրա ազդող ուժերը և կոորդինատային առանցքները պատկերված են նկարում:



Նկ. 100. *Արգելակման ճանապարհը և ժամանակը*

Հաշվի առնելով, որ $F_{շփ} = \mu N$, և որ Y առանցքով շարժում չկա, շարժման նկարագրության կոորդինատային եղանակի դեպքում Նյուտոնի II օրենքից կստանանք՝

$$\begin{cases} -\mu N = ma_x, \\ N - mg = 0, \end{cases}$$

որտեղ m-ը մարմնի զանգվածն է: Լուծելով հավասարումների համակարգը՝ կստանանք, որ արագացման պրոյեկցիան՝ $a_x = -\mu g$:

Շարժման վերջում մարմնի արագությունը զրո է, ուստի կինեմատիկական հավասարումները կարտահայտվեն հետևյալ կերպ.

$$\begin{cases} l = v_0 t - \dfrac{\mu g t^2}{2}, \\ 0 = v_0 - \mu g t. \end{cases}$$

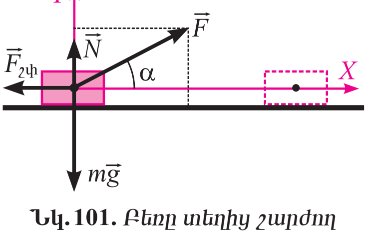
Հավասարումների այս համակարգից էլ կստանանք արգելակման ճանապարհը և ժամանակը.

$$t = \frac{v_0}{\mu g}, \quad l = \frac{v_0^2}{2\mu g}:$$

Հորիզոնական ուղղությամբ բեռի շարժումը: Ինչպես գիտեք, հորիզոնական սեղանի վրա բեռը տեղաշարժելու համար պետք է հաղթահարել դադարի շփման առավելագույն ուժը՝ $F_{դmax} = \mu N$: Հորիզոնական ուղղությամբ ուղղված նվազագույն ուժը, որը կարող է տեղից շարժել մարմինը՝ $F_{min} = \mu mg$: Դա՞ է արդյոք հնարավոր նվազագույն ուժը, որ կարող է տեղաշարժել մարմինը:

Ենթադրենք՝ բեռը շարժվում է հորիզոնական ուղղության հետ α անկյուն կազմող $\vec{F}$ ուժի ազդեցությամբ (նկ.101): Որոշենք մարմնի արագացումը:

Մարմնի վրա ազդող չորս ուժերը պատկերված են 101-րդ նկարում: Գրելով Նյուտոնի II օրենքը վեկտորական տեսքով՝



Նկ. 101. *Բեռը տեղից շարժող նվազագույն ուժի որոշումը*

$$m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_2 + \vec{F} = m\vec{a}, \qquad (7.37)$$

և այն պրոյեկտելով կոորդինատային առանցքների վրա (նկ.101), կստանանք՝

$$\begin{cases} F\cos\alpha - \mu N = ma, \\ F\sin\alpha + N - mg = 0, \end{cases}$$

որտեղից

$$a = \frac{F(\cos\alpha + \mu\sin\alpha) - \mu mg}{m}:$$

Տրված α-ի դեպքում բեռը տեղաշարժող նվազագույն ուժը որոշենք $a = 0$ պայմանից՝

$$F = \frac{\mu mg}{\cos\alpha + \mu\sin\alpha}, \qquad (7.38)$$

կամ պարզ ձևափոխությունից հետո՝

$$F = \frac{\mu mg}{\sqrt{1+\mu^2}\sin(\alpha+\varphi)}, \qquad (7.39)$$

որտեղ $\varphi = \mathrm{arcctg}\,\mu$:

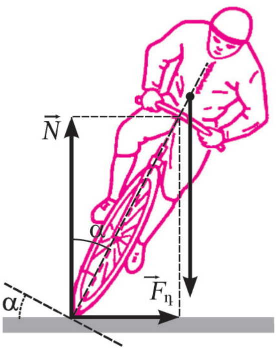
(7.39) բանաձևից հետևում է, որ նվազագույն ուժը, որով կարելի է մարմինը շարժել տեղից, ստացվում է $\alpha = \pi/2 - \varphi$ անկյան դեպքում, և հավասար է՝

$$F_{\min,1} = \frac{\mu mg}{\sqrt{1+\mu^2}} = \frac{F_{\min}}{\sqrt{1+\mu^2}}, \qquad (7.40)$$

որը $\sqrt{1+\mu^2}$ անգամ փոքր է, քան $F_{\min}$-ը:

Այսպիսով՝ անկյան տակ քաշելով մարմինը՝ հնարավոր դարձավ այն շարժել ավելի փոքր ուժով, քան հորիզոնական ուղղությամբ ազդելիս, որովհետև ազդող ուժի ուղղաձիգ բաղադրիչի չափով փոքրանում է հակազդեցության ուժը և, հետևաբար, նաև դադարի շփման առավելագույն ուժը:

Շարժումը հորիզոնական կորագիծ տեղամասերում: Մինչև այժմ քննարկված օրինակներում շփման ուժերը շարժումն արգելակում կամ շարժմանը խանգարում էին՝ լինելով ուղղված մարմնի շարժման հակառակ ուղղությամբ: Բայց դա ոչ միշտ է այդպես: Շփման ուժի շնորհիվ է ավտոմեքենան շարժվում տեղից: Այս դեպքում շփման ուժն ուղղված է մեքենայի շարժման ուղղությամբ: Եթե չլիներ շփման ուժը, հնարավոր չէր լինի շրջադարձ կատարել ճանապարհի հորիզոնական տեղամասում:



Նկ. 102. *Հեծանվորդը շրջադարձ կատարելիս*

Պարզենք շփման ուժի դերը, երբ հեծանվորդը շրջադարձ է կատարում ճանապարհի հորիզոնական տեղամասում: Փորձից հայտնի է, որ ձախ շրջադարձ կատարելու համար հեծանվորդը պետք է թեքվի դեպի ձախ, որը մեխանիկորեն հանգեցնում է նրա ղեկի պտույտին (նկ.102): Դիտարկենք հեծանվորդի վրա ազդող ուժերը, երբ նա թեքվում է դեպի ձախ: Այժմ արդեն ծանրության և հակազդեցության ուժերը մի ուղղով չեն ազդում, և նրանց համատեղ

Խորացված

ազդեցությունն ուղղաձիգ հարթության մեջ պտույտ է առաջացնում: Դրա հետևանքով հեծանվի անիվները պետք է սահեին՝ ինչպես լինում է սառցակալած ճանապարհին: Չոր ճանապարհի և հեծանվադողի միջև առաջանում է նույնպես դեպի ձախ ուղղված դաղարի շփման ուժ: Քանի որ այդ ուժն ուղղահայաց է արագությանը, ապա այն հեծանվորդին հաղորդում է կենտրոնաձիգ արագացում: Նյուտոնի II օրենքից՝

$$\frac{mv^2}{r} = F_դ \# \mu mg, \quad կամ \quad \frac{v^2}{r} \# \mu g,$$

որտեղ m-ը հեծանվորդի զանգվածն է (հեծանվի հետ), v-ն՝ նրա արագությունը, r-ը՝ շրջադարձի կորության շառավիղը, μ-ն՝ անվադողի և ճանապարհի միջև շփման գործակիցը, g-ն՝ ազատ անկման արագացումը:

Հեծանվորդի թեքման α անկյունը ուղղաձիգից կարելի է որոշել պայմանից, որ հակազդեցության և շփման ուժերի համազորը պետք է անցնի հեծանվորդի ծանրության կենտրոնով (այդ մասին կիմանաք VIII գլխում):

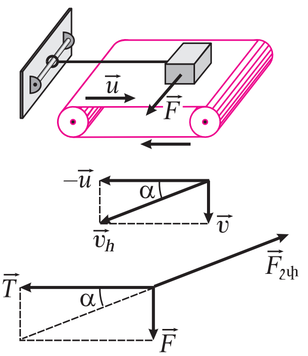
$$tg\alpha = \frac{F_դ}{N} = \frac{mv^2}{rmg} = \frac{v^2}{rg} \# \mu:$$

Հեծանվորդն իրավունք չունի $\alpha_0 = \mathrm{arctg}\,\mu$ սահմանային անկյունից մեծ անկյամբ թեքվելու, այլապես նա վթարի կենթարկվի: Մեծ արագությամբ կտրուկ շրջադարձի հնարավորություն տալու համար հեծանվահրապարակների վազքուղիներին α . $\mathrm{arctg}(v^2/R)$ թեքություն են տալիս:

Հարցեր և առաջադրանքներ

1. Ի՞նչն են անվանում արգելակման ճանապարհ: **2.** (7.38) բանաձևից ստացեք (7.39) բանաձևը: **3.** Ինչպե՞ս պետք է ազդել մարմնի վրա՝ նվազագույն ճիգով այն տեղաշարժելու համար: **4.** Ո՞ր ուժի շնորհիվ է հնարավոր դառնում հորիզոնական տեղամասում շրջադարձ կատարելը:

Հետաքրքիր է իմանալ



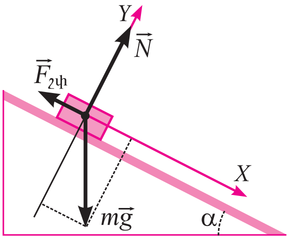
Հավանաբար բոլորիդ հայտնի է, որ գետնին խրված ձողը կամ տախտակին խփված մեխն ավելի հեշտ է հանել, եթե դուրս քաշելու ժամանակ դրանք պտտենք: Այս երևույթը կարելի է պարզաբանել հետևյալ փորձով: u արագությամբ շարժվող շարժաժապավենի վրա տեղադրված չորսուն օղակի միջոցով ամրացված է հորիզոնական ձողից, ինչպես ցույց է տրված նկարում: Պարզենք, թե ինչ ուժով պետք է ազդել չորսուի վրա՝ այն ժապավենին ուղղահայաց v արագությամբ հավասարաչափ շարժելու համար: Չորսուի վրա ազդող սահքի շփման ուժը, անկախ ժապավենի նկատմամբ նրա հարաբերական արագության մեծությունից, μmg է և հակառակ է ուղղված այդ արագությանը: Արագությունների գումարման կանոնից չորսուի արագությունը ժապավենի նկատմամբ՝ $\vec{v}_h = \vec{v} - \vec{u}$: Հետևաբար՝ չորսուի վրա ժապավենին ուղղահայաց ազդող ուժը՝ $F = \mu mg\sin\alpha$: Եթե $v \ll u$, ապա $\sin\alpha$. $tg\alpha = v/u$, հետևաբար՝

$$F = \mu mg\frac{v}{u}:$$

Այսպիսով՝ չորսուն ձապավենի շարժմանն ուղղահայաց տեղաշարժելու համար անհրաժեշտ ուժն ուղիղ համեմատական է այդ ուղղությամբ շարժման արագությանը: Հետևաբար՝ բեռը կարելի է դանդաղ շարժել այդ ուղղությամբ ինչքան ասես փոքր ուժով: Այս պատճառով էլ ավտոմեքենան կորում արգելակելիս, երբ անիվները սահում են շարժման ուղղությամբ, շարժման ուղղահայաց ազդող նույնիսկ աննշան ուժը նրան արագություն է հաղորդում այդ ուղղությամբ, և մեքենան կողքի է «փախչում», դառնում անկառավարելի: Ուստի, վթարներից խուսափելու համար, երբեք խորհուրդ չի տրվում արգելակելիս գամել անիվները:

§39. ՄԱՐՄՆԻ ՇԱՐԺՈՒՄԸ ԹԵՔ ՀԱՐԹՈՒԹՅԱՄԲ

Գործնականում հաճախ շարժումները տեղի են ունենում ոչ թե հորիզոնական, այլ թեք տեղամասերում, ուստի առանձնապես ուշագրավ է շփման ուժի ազդեցությամբ մարմնի շարժումը թեք հարթությամբ: Այդ դեպքում մարմնի շարժման բնույթը կախված է նրա $\vec{v}_0$ սկզբնական արագությունից, հորիզոնի հետ թեք հարթության կազմած α անկյունից և շփման գործակցի արժեքից:



Նկ. 103. *Թեք հարթության վրա մարմնի շարժումը*

1. Մարմինը դրված է թեք հարթության վրա ($\vec{v}_0 = 0$): Թեք հարթության վրա դրված մարմնի վրա ազդող ուժերը պատկերված են 103-րդ նկարում: Համաձայն Նյուտոնի II օրենքի՝

$$m\vec{a}_1 = m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{շփ}: \qquad (7.41)$$

Քանի որ մարմինը կարող է շարժվել միայն թեք հարթության երկայնքով, ապա նրա արագացման պրոյեկցիան OY առանցքի վրա զրո է և (7.41) հավասարումից ստացվում է.

$$0 = mg\cos\alpha - N, \quad կամ \quad N = mg\cos\alpha: \qquad (7.42)$$

Այսպիսով՝ թեք հարթության վրա հակազդեցության ուժն $mg\cos\alpha$ է, անկախ այն բանից, մարմինը սահում է թեք հարթության վրայով, թե դադարի վիճակում է: Նույնը չի կարելի ասել շփման ուժի մասին: Այն դադարի վիճակում ունի մի արժեք, սահքի դեպքում՝ այլ արժեք:

Նախ դիտարկենք այն դեպքը, երբ թեք հարթության վրա մարմինը դադարի վիճակում է: Այս դեպքում $\vec{F}_{շփ}$-ը դադարի շփման ուժն է: Մարմնի արագացումը, հետևաբար՝ նաև դրա պրոյեկցիան OX առանցքի վրա նույնպես զրո է, ուստի՝ (7.41) հավասարումը պրոյեկտելով OX առանցքի վրա՝ կստանանք՝

$$0 = mg\sin\alpha - F_{շփ}, \quad կամ \quad F_{շփ} = mg\sin\alpha: \qquad (7.43)$$

Այստեղից երևում է, որ α-ի մեծացմանը զուգընթաց դադարի շփման ուժի արժեքը մեծանում է: Բայց այն չի կարող գերազանցել μN-ը, որը, ինչպես երևում է (7.42) բանաձևից, α-ի մեծացմանը զուգընթաց նվազում է: Ուրեմն՝ կա անկյան սահմանային α_0 արժեք, որից մեծ անկյունների դեպքում մարմինը չի կարող մնալ դադարի վիճակում: Այդ արժեքը կորոշվի հետևյալ պայմանից՝

$$mg\sin\alpha_0 = \mu mg\cos\alpha_0 \quad \text{կամ} \quad \mathrm{tg}\,\alpha_0 = \mu: \qquad (7.44)$$

Նկատենք, որ սահմանային անկյունը կախված չէ մարմնի զանգվածից: Փորձով չափելով այդ անկյունը՝ կարելի է որոշել շփման գործակիցը:

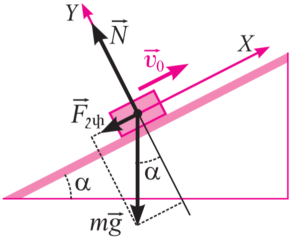
Երբ $\alpha > \alpha_0$, թեք հարթության վրա դրված մարմինը սահում է դեպի վար: Այս դեպքում $\vec{F}_{շփ}$-ը սահքի շփման ուժն է.

$$F_{շփ} = \mu mg\cos\alpha: \qquad (7.45)$$

(7.41) և (7.45) հավասարումներից կստանանք մարմնի արագացումը թեք հարթությամբ սահելիս.

$$a_1 = a_{1x} = g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha): \qquad (7.46)$$

2. Մարմինը $\vec{v}_0$ արագությամբ նետված է թեք հարթությամբ դեպի վեր: Այս դեպքում սահքի շփման ուժն ուղղված է թեք հարթությամբ դեպի վար (նկ. 104), իսկ Նյուտոնի երկրորդ օրենքից՝



Նկ. 104. *Թեք հարթությամբ դեպի վեր նետված մարմնի շարժումը*

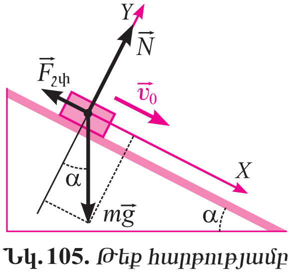
$$\begin{cases} ma_{2x} = -mg\sin\alpha - \mu N, \\ 0 = mg\cos\alpha - N, \end{cases}$$

որտեղից՝

$$a_{2x} = -g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha): \qquad (7.47)$$

Նշանակում է՝ այս դեպքում մարմինը կկատարի դանդաղող շարժում և, որոշ հեռավորություն անցնելուց հետո, կանգ կառնի: Այնուհետև այն իրեն կպահի ինչպես թեք հարթության վրա դրված մարմինը. կմնա դադարի վիճակում կամ վար կսահի թեք հարթությամբ:

3. Մարմինը $\vec{v}_0$ արագությամբ նետված է թեք հարթությամբ դեպի վար (նկ. 105): Համանման ձևով այս դեպքում մարմնի արագացման պրոյեկցիայի համար կստանանք՝



Նկ. 105. *Թեք հարթությամբ վար նետված դրված մարմնի շարժումը*

$$a_{3x} = g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha): \qquad (7.48)$$

Այս դեպքում արագացման պրոյեկցիան կարող է լինել դրական, բացասական կամ զրո՝ կախված $\mathrm{tg}\alpha$-ի և μ-ի միջև առնչությունից:

ա) Եթե $\mathrm{tg}\alpha > \mu$, ապա $a_{3x} > 0$ և մարմինը կատարում է հավասարաչափ արագացող շարժում:

բ) Եթե $\mathrm{tg}\alpha = \mu$, ապա $a_{3x} = 0$, մարմինը շարժվում է ուղղագիծ և հավասարաչափ:

գ) $\mathrm{tg}\alpha < \mu$ դեպքում $a_{3x} < 0$. մարմինը կատարում է հավասարաչափ դանդաղող շարժում և որոշ ժամանակ անց կանգ է առնում թեք հարթության վրա:

Թեք հարթությամբ մարմնի սահելու տարբեր դեպքերում ստացված արագացման (7.46) (7.47) և (7.48) արտահայտությունները շփման գործակցի և α անկյան սահմանային արժեքների դեպքում համընկնում են:

Խորացված

Եթե, օրինակ, $\mu = 0$, ապա, համաձայն (7.46) և (7.48) բանաձևերի, արագացումը նույնն է՝

$$a_{1x} = a_{3x} = g\sin\alpha:$$

Եթե $\alpha = 0$, ապա

$$a_{1x} = a_{2x} = a_{3x} = -\mu g:$$

Սա մարմնի արագացման պրոյեկցիան է շարժման ուղղության վրա հորիզոնական տեղամասում (տե՛ս §38):

Եվ եթե $\alpha = 90°$, ապա

$$a_{1x} = a_{3x} = g:$$

Այս դեպքում $N = 0$, այսինքն՝ մարմինը պոկվում է հենարանից և ազատ անկում կատարում:

Հարցեր և առաջադրանքներ

1. Ինչի՞ց է կախված թեք հարթությամբ մարմնի շարժման բնույթը: **2.** Ո՞ր դեպքում թեք հարթության վրա մարմինը կմնա դադարի վիճակում: **3.** Որքա՞ն է թեք հարթությամբ դեպի վեր նետված մարմնի արագացման մոդուլը: **4.** Որքա՞ն է թեք հարթությամբ դեպի վար նետված մարմնի արագացման մոդուլը: **5.** Ի՞նչ պայմանի դեպքում թեք հարթությամբ շարժվող մարմնի արագացումը կախված չի լինի շարժման ուղղությունից:

§40. ՀԱՇՎԱՐԿՄԱՆ ՈՉ ԻՆԵՐՑԻԱԼ ՀԱՄԱԿԱՐԳԵՐ: ԻՆԵՐՑԻԱՅԻ ՈՒԺ

Խորացված

Մինչ այժմ մարմինների շարժումները դիտարկել ենք միայն իներցիալ հաշվարկման համակարգերում, որտեղ ճիշտ են դինամիկայի օրենքները, որոնցից հետևում է, որ

1. ազատ մարմինը պահպանում է իր շարժման վիճակը,

2. մարմնի արագացումը հետևանք է նրա վրա ազդող ուժի,

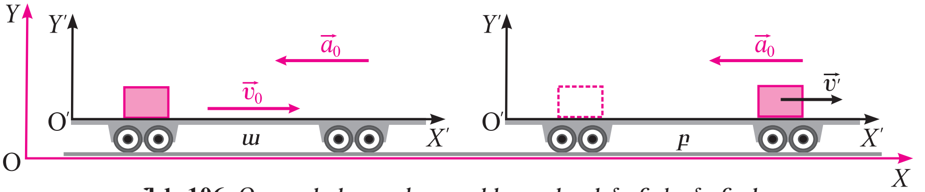
3. եթե կա ազդեցություն, ապա կա նաև հակազդեցություն:

Ինչպես նշեցինք § 24-ում, իներցիալ հաշվարկման համակարգի նկատմամբ արագացմամբ շարժվող հաշվարկման համակարգերում դինամիկայի օրենքները խախտվում են: **Այն հաշվարկման համակարգերը, որտեղ ճիշտ չեն դինամիկայի օրենքները, կոչվում են ոչ իներցիալ հաշվարկման համակարգեր:**

Պարզենք, թե ինչ վարք են դրսևորում մարմինները և ինչ երևույթներ են դիտվում ոչ իներցիալ հաշվարկման համակարգերում:

Համընթաց շարժվող ոչ իներցիալ համակարգեր: Ոչ իներցիալ համակարգերի համար սկզբունքային նշանակություն ունեցող բոլոր օրինաչափությունները կարելի է ստանալ՝ դիտարկելով ամենապարզ դեպքը, երբ ոչ իներցիալ հաշվարկման համակարգն իներցիալ համակարգի նկատմամբ կատարում է ուղղագիծ հավասարաչափ արագացող շարժում:

Դիցուք՝ հորիզոնական ուղղությամբ υ_0 արագությամբ շարժվող հարթակն սկսում է արգելակել (նկ. 106, ա): Հարթակի վրա կա m զանգվածով չոր-



Նկ. 106. *Չորսուի վարքը հարթակի արգելակման ժամանակ:*

սու, որն առանց շփման կարող է սահել նրա վրայով: Դիտարկենք չորսուի շարժումը Երկրի հետ կապված XOY իներցիալ հաշվարկման համակարգում: Չորսուի վրա ազդող ծանրության և հակազդեցության ուժերը համակշռված են, և այս համակարգում չորսուն շարժվում է իներցիայով՝ $\vec{v}_0$ հաստատուն արագությամբ:

Հարթակի հետ կապված X'O'Y' համակարգը XOY համակարգի նկատմամբ կատարում է $\vec{a}_0$ արագացումով հավասարաչափ արագացող շարժում, ուստի՝ արգելակման սկզբից t ժամանակ անց նրա արագությունը՝

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}_0 t: \qquad (7.49)$$

Համաձայն արագությունների գումարման կանոնի՝ չորսուի $\vec{v}'$ արագությունը X'O'Y համակարգի նկատմամբ t պահին՝

$$\vec{v}' = \vec{v}_0 - \vec{v} = \vec{v}_0 - (\vec{v}_0 + \vec{a}_0 t) = -\vec{a}_0 t, \qquad (38.2)$$

Այսինքն՝ շարժվող համակարգի նկատմամբ չորսուն կատարում է հավասարաչափ արագացող շարժում, թեև այստեղ էլ նրա վրա ազդող ուժերը համակշռված են:

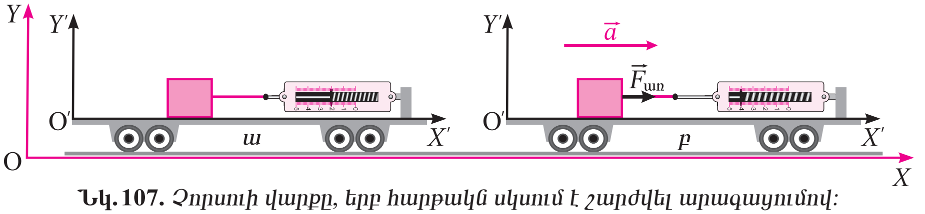
Դիտարկենք մի իրավիճակ ևս: Սկզբում հարթակը չորսուի հետ դադարի վիճակում է: Հետո այն սկսում է շարժվել $\vec{a}_0$ արագացմամբ: Չորսուն ուժաչափով ամրացված է հարթակին, ինչպես պատկերված է 107,ա նկարում: Երբ հարթակն սկսում է շարժվել, ուժաչափի զսպանակը ձգվում է, և չորսուն $\vec{a}_0$ արագացմամբ շարժվում է հարթակի հետ (նկ. 107,ա):

XOY համակարգում $\vec{F}_{\text{առ}}$ ուժի ազդեցությամբ չորսուն կատարում է հավասարաչափ արագացող շարժում, հետևաբար, համաձայն Նյուտոնի II օրենքի, առաձգականության ուժը՝

$$\vec{F}_{\text{առ}} = m\vec{a}_0: \qquad (38.3)$$

Այլ է պատկերը X'O'Y' համակարգում: Ուժաչափը ցույց է տալիս, որ չորսուի վրա ազդում է նույն $\vec{F}_{\text{առ}}$ ուժը, սակայն այն դադարի վիճակում է:

Այսինքն՝ մի դեպքում մարմնի վրա ուժ չի ազդում, բայց այն շարժվում է արագացումով: Երկրորդ դեպքում ուժ ազդում է, բայց մարմինը շարունա-



Նկ. 107. *Չորսուի վարքը, երբ հարթակն սկսում է շարժվել արագացումով:*

կում է մնալ դադարի վիճակում: Երկու դեպքում էլ դինամիկայի օրենքները խախտվում են:

Դիտարկված օրինակների հիման վրա կարելի է սահմանել կանոն, որը հնարավորություն կտա Նյուտոնի II օրենքից օգտվել նաև ոչ իներցիալ համակարգերում:

Առաջին օրինակում չորսուի վրա ուժեր չեն ազդում, բայց X'O'Y' համակարգի նկատմամբ այն շարժվում է $-\vec{a}_0$ արագացումով: Այսինքն՝ մարմնի վարքն այնպիսին է, ինչպիսին կլիներ իներցիալ հաշվարկման համակարգում, եթե նրա վրա ազդեր $-m\vec{a}_0$ ուժ, որն էլ նրան կհաղորդեր այդ արագացումը:

Երկրորդ օրինակում X'O'Y' համակարգի նկատմամբ մարմինը դադարի վիճակում է, երբ նրա վրա $\vec{F}_{\text{առ}} = m\vec{a}_0$ ուժ է ազդում: Այս դեպքում, կարծես, մարմնի վրա ազդում է ևս մի՝ $-m\vec{a}_0$ ուժ, որը համակշռում է առաձգականության ուժի ազդեցությունը: $\vec{I} = -m\vec{a}_0$ **վեկտորը, որտեղ $\vec{a}_0$-ն ոչ իներցիալ հաշվարկման համակարգի արագացումն է իներցիալի նկատմամբ, անվանում են իներցիայի ուժ:**

Օգտվելով իներցիայի ուժի հասկացությունից՝ դինամիկայի հիմնական օրենքը կարելի է տարածել ոչ իներցիալ հաշվարկման համակարգերի վրա՝ ներկայացնելով այն հետևյալ կերպ՝

$$\vec{F} + \vec{I} = m\vec{a}, \tag{7.52}$$

որտեղ $\vec{F}$-ը մարմնի՝ այլ մարմինների հետ փոխազդեցության ուժերի գումարն է, $\vec{I}$-ն՝ իներցիայի ուժը, իսկ $\vec{a}$-ն՝ մարմնի արագացումը ոչ իներցիալ հաշվարկման համակարգի նկատմամբ: Այսպիսով՝ **մարմնի վրա ազդող փոխազդեցության և իներցիայի ուժերի գումարը հավասար է մարմնի զանգվածի և ոչ իներցիալ համակարգում նրա ձեռք բերած արագացման արտադրյալին:**

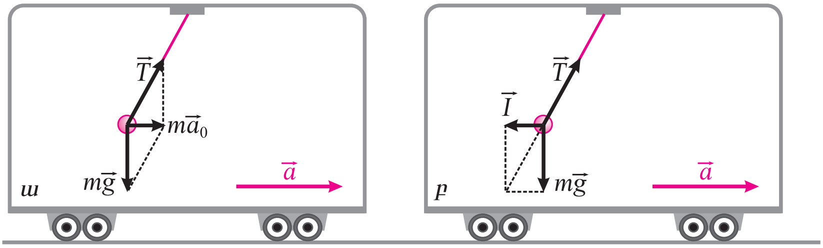
Եթե Նյուտոնի I և II օրենքները հնարավորություն են տալիս լուծելու մեխանիկայի հիմնական խնդիրը միայն իներցիալ հաշվարկման համակարգերում, ապա հաշվի առնելով իներցիայի ուժերը, կարող ենք լուծել հիմնական խնդիրը նաև ոչ իներցիալ համակարգերում՝ օգտվելով նույն օրենքներից:

Դիտարկենք մի պարզ օրինակ: Գնացքը, որի վագոնի առաստաղից կախված է մաթեմատիկական ճոճանակ, հորիզոնական տեղամասում շարժվում է $\vec{a}_0$ հաստատուն արագացմամբ: Որոշենք ուղղաձիգի հետ ճոճանակի թելի կազմած α անկյունը և թելի լարման T ուժը:

Երկրի հետ կապված իներցիալ հաշվարկման համակարգում ճոճանակի գնդիկը գնացքի հետ կատարում է հավասարաչափ արագացող շարժում: Նրան արագացում հաղորդում է ծանրության և թելի լարման ուժերի համազորը (նկ. 108, ա), հետևաբար, համաձայն Նյուտոնի II օրենքի,

$$m\vec{g} + \vec{T} = m\vec{a}_0: \tag{7.53}$$

Վագոնի հետ կապված ոչ իներցիալ հաշվարկման համակարգում, բացի ծանրության և թելի լարման ուժերից, ազդում է նաև իներցիայի $\vec{I} = -m\vec{a}_0$ ուժը (նկ. 108, բ): Այս համակարգի նկատմամբ գնդիկը դադարի վիճակում է, հետևաբար, համաձայն Նյուտոնի I օրենքի,



Նկ. 108. *ա. Իներցիալ համակարգում գնդիկի վրա ազդում են ծանրության և թելի լարման ուժերը, բ. ոչ իներցիալ համակարգում գնդիկի վրա ազդում են ծանրության, թելի լարման և իներցիայի ուժերը:*

$$m\vec{g} + \vec{T} + \vec{I} = 0 \text{:} \qquad (7.54)$$

Այժմ, եթե իներցիայի ուժը (7.54) արտահայտության ձախ մասից տեղափոխենք աջ մաս, ապա կստանանք նույն՝(7.53) հավասարումը: Նշանակում է՝ երկու համակարգում էլ մարմնի շարժումը նկարագրվում է նույն հավասարումով և, բնականաբար (7.53) և (7.54) բանաձևերից α-ի և T-ի համար ստանում ենք նույն արժեքները.

$$\mathrm{tg}\alpha = a_0/g, \quad T = \sqrt{(mg)^2 + (ma)^2} = m\sqrt{g^2 + a^2} \text{:}$$

Իներցիայի ուժերն օժտված են մի շարք առանձնահատկություններով, որոնցով տարբերվում են փոխազդեցության ուժերից: Այսպես՝

ա) իներցիայի ուժը պայմանավորված է ոչ թե մարմինների փոխազդեցությամբ, այլ հաշվարկման համակարգի արագացմամբ, ուստի՝ այս ուժերի վրա Նյուտոնի III օրենքը չի տարածվում,

բ) իներցիայի ուժը մարմնի վրա ազդում է միայն ոչ իներցիալ հաշվարկման համակարգում, մինչդեռ փոխազդեցության ուժերն ազդում են բոլոր համակարգերում,

գ) ոչ իներցիալ հաշվարկման համակարգում մարմինների կամայական համակարգի համար իներցիայի ուժերն արտաքին ուժեր են, հետևաբար՝ պահպանման օրենքներն այստեղ չեն գործում,

դ) ծանրության ուժի նման իներցիայի ուժն ուղիղ համեմատական է մարմնի զանգվածին, հետևաբար՝ միայն այդ ուժի ազդեցությամբ բոլոր մարմինները ձեռք են բերում միատեսակ արագացում:

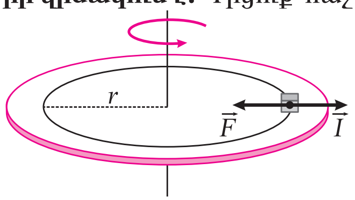
Իներցիայի ու ծանրության ուժերի նմանությունը վերը նշվածով չի սահմանափակվում: Ավելին, դիտելով մարմնի շարժումը տվյալ հաշվարկման համակարգում, և չիմանալով՝ այն իներցիալ է, թե ոչ, հնարավոր չէ պարզել, մարմնի վրա ազդում է ձգողությու՞ն, թե՞ իներցիայի ուժ: Սա նշանակում է, որ մարմնի շարժման վրա թողած ազդեցության տեսանկյունից՝ հաշվարկման համակարգի արագացող համընթաց շարժումը համարժեք է ձգողության ուժի առաջացման, որը հավասար է մարմնի զանգվածի և իներցիալ հաշվարկման համակարգի նկատմամբ տվյալ համակարգի արագացման արտադրյալին՝ հակառակ նշանով: Այս դրույթն անվանում են **ձգողության և իներցիայի ուժերի համարժեքություն**:

Այսպիսով՝ ոչ իներցիալ հաշվարկման համակարգերում գործող իներցիայի ուժերը նույնքան իրական են, որքան փոխազդեցության ուժերը: Երբ օրինակ, մեքենան կտրուկ արգելակում է, ամրագոտիների վրա իրապես զգացվում է այդ ուժը: Տիեզերանավի շարժման սկզբում տիեզերագնացն իրապես զգում է հենաքոոին սեղմող իներցիայի ուժը: Հորիզոնական ուղղությամբ արագացումով շարժվող վագոնում և ուղղաձիգ ուղղությամբ արագացումով շարժվող վերելակում կախված ճոճանակի թելի լարման ուժը, իրոք, հավասար է ծգողության և իներցիայի ուժերի գումարին:

§41. ՊՏՏՎՈՂ ՈՉ ԻՆԵՐՑԻԱԼ ՀԱՄԱԿԱՐԳԵՐ: ԿՈՐԻՈԼԻՍԻ ՈՒԺ: ՈՉ ԻՆԵՐՑԻԱԼ ՀԱՄԱԿԱՐԳԵՐՈՒՄ ԴԻՏՎՈՂ ԵՐԵՎՈՒՅԹՆԵՐ

Այժմ քննարկենք մարմինների շարժումը հաշվարկման համակարգերում, որոնք իներցիալ համակարգերի նկատմամբ կատարում են պտտական շարժում: Պարզենք իներցիայի ուժերը, որոնք ազդում են այս համակարգերում: Հասկանալի է, որ դա ավելի դժվար կլինի անել, քան համընթաց շարժվող համակարգերի դեպքում, որովհետև այս համակարգի տարբեր կետեր ունեն տարբեր արագացումներ: Դիտարկենք երկու դեպք, երբ մարմինը պտտվող համակարգի նկատմամբ դադարի վիճակում է և շարժվում է այդ համակարգի նկատմամբ:

1. Իներցիայի ուժերը, երբ պտտվող համակարգում մարմինը դադարի վիճակում է: Դիցուք՝ հաշվարկման համակարգը (սկավառակը) պտտվում է հաստատուն ω անկյունային արագությամբ, իսկ մարմինը սկավառակի նկատմամբ դադարի վիճակում է պտտման առանցքից r հեռավորությամբ կետում (նկ. 109): Այս դեպքում իներցիայի ուժը պետք է համակշռի այլ մարմինների ազդող բոլոր ուժերը: Փոխազդեցության ուժերի համազորը գտնելու համար կարելի է մարմնի շարժումը նախ դիտարկել իներցիալ հաշվարկման համակարգում, որտեղ մարմինը կատարում է հավասարաչափ շրջանագծային շարժում: Հետևաբար՝ փոխազդեցության ուժերի համազորն ուղղված է մարմնի դիրքով անցնող շառավղով դեպի պտտման առանցքը, իսկ նրա մոդուլը՝



Նկ.109. *Իներցիայի կենտրոնախույս ուժը պտտվող համակարգում*

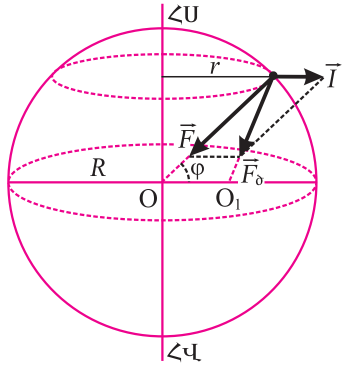
$$F = ma_{կձ} = m\omega^2 r \, : \qquad (7.55)$$

Ի տարբերություն համընթաց շարժվող ոչ իներցիալ համակարգերում գործող իներցիայի ուժի, կենտրոնախույս ուժի և՛ ուղղությունը, և՛ մեծությունը կախված են մարմնի դիրքից:

Պտտվող համակարգի օրինակ է Երկիրը, որի հետ կապված ոչ իներցիալ հաշվարկման համակարգում, նրա մակերևույթին մարմնի վրա ազդում է երկու ուժ (նկ. 110). տիեզերական ձգողության ուժը և իներցիայի «ձգողության»՝ կենտրոնախույս ուժը, որի մոդուլը՝

$$I = m\omega^2 R\cos\varphi, \qquad (7.56)$$

որտեղ m-ը մարմնի զանգվածն է, ω-ն՝ Երկրի օրական պտույտի անկյունային արագությունը, R-ը՝ Երկրի շառավիղը, φ-ն՝ տվյալ վայրի աշխարհագրական լայնությունը:



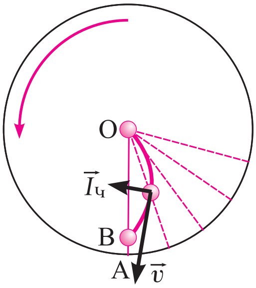
Նկ. 110. *Ծանրության ուժի ուղղությունը*

Տիեզերական ձգողության ու իներցիայի ուժերի համազորն էլ հենց այն ուժն է, որով Երկիրը ձգում է մակերևույթին մոտ մարմինները: Այդ ուժն անվանում են **ծանրության ուժ**: Այդ ուժի ուղղությամբ է ուղղվում ուղղալարը, այդ ուժի ազդեցության տակ է տեղի ունենում մարմինների ազատ անկումը: Ծանրության ուժը հավասար է տիեզերական ձգողության ուժին միայն բևեռներում, որտեղ $\omega = 0$: Երկրի մնացած վայրերում այն ավելի փոքր է, քան տիեզերական ձգողության ուժը: Նշենք նաև, որ ամենուր, բացի բևեռներից ու հասարակածից, ծանրության ուժն ուղղված չէ դեպի Երկրի O կենտրոն, այլ փոքր-ինչ շեղված է դեպի հասարակածը (O_1 կետ): Այդ ուղղությունն ընդունված է որպես **ուղղաձիգ** ուղղություն, իսկ նրա ուղղահայաց հարթությունը՝ **հորիզոնական** հարթություն:

Իր առանցքի շուրջը Երկրի համեմատաբար դանդաղ պտտման հետևանքով ծանրության և ձգողության ուժերի տարբերությունը շատ փոքր է: Երկրի բևեռներում դրանք համընկնում են, իսկ միջօրեականով դեպի հասարակած շարժվելիս դրանց տարբերությունն աստիճանաբար աճում է: Այդ ուժերի ամենամեծ տարբերությունը դիտվում է հասարակածում, որտեղ դրանց մոդուլների տարբերությունը չի գերազանցում 0,35 %-ը: Հաշվի առնելով այս հանգամանքը՝ գործնականում հաճախ ընդունում են, որ ծանրության ուժը հավասար է Երկրի ձգողության ուժին և նրա մոդուլը որոշում են տիեզերական ձգողության օրենքից:

2. Իներցիայի ուժերը, երբ պտտվող համակարգում մարմինը շարժվում է: Եթե մարմինը շարժվում է պտտվող համակարգում, ապա միայն փոխազդեցության ուժը և իներցիայի կենտրոնախույս ուժը բավարար չեն Նյուտոնի օրենքներով մարմնի շարժումը նկարագրելու համար: Այս դեպքում ի հայտ է գալիս իներցիայի մի ուժ ևս, որը կախված է մարմնի արագությունից:

Դա ցույց տալու համար դիտարկենք այսպիսի մի օրինակ: Հորիզոնական տեղադրված պտտվող սկավառակի կենտրոնից գնդիկը գլորենք OA ուղղությամբ: Երկրի հետ կապված հաշվարկման համակարգում գնդիկի վրա ազդող ուժերը համակշռված են, ուստի՝ այն կշարժվի իներցիայով OA ուղղի երկայնքով (նկ. 111): Սկավառակի հետ կապված հաշվարկման համակարգում գնդիկը շարժվում է նկարում պատկերված կոր հետագծով: Ուրեմն՝ պտտվող համակարգի գնդիկը կատարում է կորագիծ շարժում: Քանի որ գնդիկի արագության մոդուլը հաստատուն է, ապա այդ հետագծի կամայական



Նկ.111. *Կորիոլիսի ուժի առաջացումը*

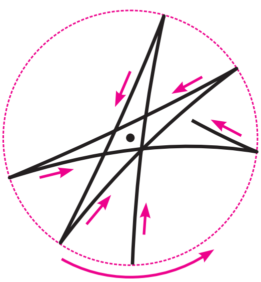
կետում գնդիկը կունենա արագությանն ուղղահայաց արագացում: Բայց այդ ուղղությամբ գնդիկի վրա ոչ մի ուժ չի ազդում: Նշանակում է՝ պտտվող համակարգում գնդիկի վրա ազդում է ևս մի իներցիայի ուժ, որն ուղղահայաց է գնդիկի արագությանը: Իներցիայի այդ լրացուցիչ ուժը, ի պատիվ ֆրանսիացի գիտնական Գուստավ Կորիոլիսի (1792-1843 թթ.) անվանում են **Կորիոլիսի ուժ**: Կորիոլիսը ցույց է տվել, որ այդ ուժի մոդուլը հավասար է մարմնի զանգվածի, համակարգի պտտման անկյունային արագության և այդ համակարգի նկատմամբ մարմնի արագության կրկնապատիկ արտադրյալին.

$$I_{կ} = 2m\omega v: \qquad (7.57)$$

Կորիոլիսի ուժն ուղղահայաց է արագությանը և ուղղված է այնպես, որ եթե արագացման վեկտորը 90°-ով պտտենք համակարգի պտույտի ուղղությամբ, ապա նրա ուղղությունը կհամընկնի արագության ուղղությանը: Հետևաբար՝ եթե արագության ուղղությունը փոխվի հակադիրի, ապա արագացման ուղղությունը ևս կփոխվի հակադիրի: Արագացման ուղղությունը կփոխվի հակադիրի նաև այն դեպքում, երբ հակադիրի փոխվի համակարգի պտտման ուղղությունը: Կորիոլիսի ուժը տարբերվում է մեզ արդեն հայտնի իներցիայի ուժերից. այն կախված է պտտվող համակարգի նկատմամբ մարմնի արագությունից:

Նշենք նաև, որ պտտվող համակարգերում շարժվող մարմնի վրա ազդում է ոչ միայն Կորիոլիսի, այլ նաև իներցիայի կենտրոնախույս ուժը, այնպես, ինչպես կազդեր, եթե մարմինը դադարի վիճակում լիներ:

Երկրի հետ կապված հաշվարկման համակարգի իներցիալության մասին: Փորձով պարզենք՝ իներցիա՞լ է արդյոք Երկրի հետ կապված հաշվարկման համակարգը: Ընդհանրապես, համակարգի իներցիալությունը բացահայտելու համար պետք է պարզել՝ մարմնի արագացումը հավասա՞ր է արդյոք նրա վրա ազդող այլ մարմինների ուժերի համազորի և մարմնի զանգվածի հարաբերությանը: Եթե պարզվի, որ կա որևէ արագացում, որը պայմանավորված չէ այլ մարմինների հետ փոխազդեցության ուժերով, ապա կնշանակի, որ համակարգը ոչ իներցիալ է, և այդ արագացման պատճառը իներցիայի ուժերն են: Երկրի հետ կապված հաշվարկման համակարգի ոչ իներցիալությունը, այսինքն՝ նրա պտտվելը հաշվարկման իներցիալ համակարգի նկատմամբ, 1851թ. փորձով ապացուցել է ֆրանսիացի ֆիզիկոս Ժան-Բեռնար Լեոն Ֆուկոն (1819-1868թթ.): Փորձում դիտելով շատ երկար (մոտ 67 մ) մաթեմատիկական ճոճանակի տատանումները՝ Ֆուկոն նկատել է, որ ճոճանակի տատանման հարթությունը պտտվում է ժամսլաքի պտտման ուղղությամբ: Ճոճանակի բեռի հետագիծը Երկրի հետ կապ-


Նկ.112. *Ֆուկոյի ճոճանակի բեռի հետագիծը*

Խորացված

ված հաշվարկման համակարգում պատկերված է 112-րդ նկարում (ակնառու լինելու համար մի տատանման ընթացքում տատանումների հարթության պտույտի անկյունը մեծացված է): Ֆուկոյի փորձը կատարվել է նաև այլ վայրերում, այդ թվում՝ նաև հարավային բևեռում: Պարզվել է, որ Երկրի բևեռներին մոտենալիս տատանումների հարթության պտույտի արագությունը մեծանում է, իսկ հենց բևեռում հավասար է լինում 2π ռադ/օր: Նշանակում է՝ բևեռներում տատանումների հարթությունը Երկրի նկատմամբ պտտվում է ճիշտ նույն արագությամբ, ինչ արագությամբ Երկիրը պտտվում է «Արև-աստղեր» համակարգի նկատմամբ:

Այսպիսով՝ «Արև-աստղեր» համակարգում ճոճանակի բեռին արագացում հաղորդում են միայն այլ մարմինների հետ փոխազդեցության ուժերը: Սա ապացույց է այն բանի, որ «Արև-աստղեր» համակարգն իներցիալ է: Այս փորձը միաժամանակ ապացուցում է, որ Երկիրը ոչ իներցիալ համակարգ է, քանի որ պտտվում է իներցիալ համակարգի նկատմամբ: Բեռի տատանումների ժամանակ նրա վրա ազդում է Կորիոլիսի ուժը, այդ պատճառով էլ շարժման ուղղությունը փոխելիս բեռի հետագծի կորության ուղղությունը փոխվում է: Դրանով էլ պայմանավորված է հետագծի «աստղաձևությունը»:

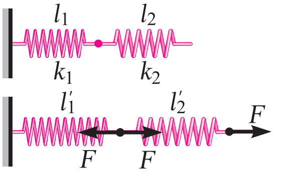
Հետաքրքիր է իմանալ

Բացի Ֆուկոյի ճոճանակի փորձից՝ Երկրի վրա նկատվում են նաև այլ երևույթներ, որոնք կապված են Կորիոլիսի ուժի ազդեցության հետ: Օրինակ՝ հյուսիսային կիսագնդում հարավից դեպի հյուսիս շարժվող մարմինների վրա ազդող Կորիոլիսի ուժն ուղղված է դեպի արևելք: Այդ ուժը մասնավորապես ազդում է դեպի հյուսիս հոսող գետերի ջրի վրա, որի հետևանքով դրանց աջ ափերն ավելի զառիթափ են լինում, քան ձախ ափերը: Հակառակը, դեպի հարավ հոսող գետերի ձախ ափերն են ավելի զառիթափ: Այս օրինաչափությունը հայտնի է «Բեռի օրենք» անվանումով՝ ի պատիվ ռուս գիտնական Կառլ Բեռի (1792-1876 թթ.), ով առաջինն է ուշադրություն դարձրել այդ երևույթի վրա: Նույն պատճառով հյուսիսային կիսագնդում զուգահեռ զույգ երկաթուղիների աջ ռելսերն ավելի արագ են մաշվում:

Կորիոլիսի ուժով են բացատրվում նաև մթնոլորտային տարբեր երևույթներ, օրինակ՝ ցիկլոնների ու անտիցիկլոնների առաջացումը:

Խնդիրների լուծման օրինակներ

1. **k_1 և k_2 կոշտությամբ երկու զսպանակներ միացված են հաջորդաբար, ինչպես ցույց է տրված նկարում: Որոշեք ստացված միացյալ զսպանակի կոշտությունը:**



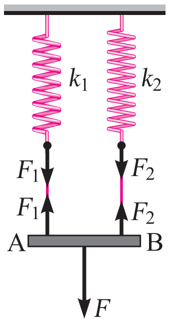
Լուծում: Ստացված զսպանակի k կոշտությունը որոշելու համար նրա մի ծայրն ամրացնենք պատից և մյուս ծայրից ձգենք F ուժով: Զսպանակներից յուրաքանչյուրի երկարությունը չդեֆորմացված վիճակում, համապատասխանաբար, նշանակենք l_1 և l_2: Միացյալ զսպանակի երկարությունը կլինի՝ l_1+l_2: Ենթադրենք՝ ձգելու հետևանքով I զսպանակի երկարությունը դարձել է l'_1, II-ինը՝ l'_2: Միացյալ զսպանակի երկարությունը կդառնա $l'_1+l'_2$, ուստի՝ նրա երկարացումը՝

$$x = l'_1 + l'_2 - (l_1 + l_2) = (l'_1 - l_1) + (l'_2 - l_2):$$

Բայց $l'_1 - l_1 = x_1$-ը I զսպանակի երկարացումն է, իսկ $l'_2 - l_2 = x_2$-ը՝ II-ի երկարացումը: Ուրեմն՝ հաջորդաբար միացված զսպանակների համակարգի երկարացումը առանձին զսպանակների երկարացումների գումարն է՝ $x = x_1 + x_2$:
II զսպանակի վրա աջ կողմից ազդում է F ուժը: Եթե այն հավասարակշռության վիճակում է, ապա նույն մոդուլով ուժ հակառակ ուղղությամբ պետք է ազդի նրա ձախ ծայրին: Այսպիսի ուժով II զսպանակի վրա ազդում է I զսպանակը, ուրեմն, Նյուտոնի երրորդ օրենքի համաձայն, II զսպանակն էլ ձգում է I-ին նույնպիսի F ուժով: Այսինքն՝ հաջորդական միացման դեպքում միացյալ զսպանակի և առանձին զսպանակների վրա ազդող ուժերն իրար հավասար են՝ $F = F_1 = F_2$:
Հուկի օրենքը կիրառենք զսպանակներից յուրաքանչյուրի համար. $F = kx$, $F_1 = k_1x_1$, $F_2 = k_2x_2$, որտեղից, հաշվի առնելով $F = F_1 = F_2$ առնչությունը, զսպանակների երկարացումների համար կունենանք՝ $1/k = 1/k_1 + 1/k_2$ կամ $k = k_1k_2/(k_1 + k_2)$:

Պատասխան՝ $k = k_1k_2/(k_1 + k_2)$:

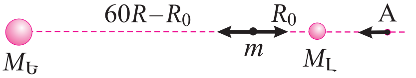
2. **k_1 և k_2 կոշտությամբ երկու զսպանակներ միացված են զուգահեռաբար, ինչպես ցույց է տրված նկարում: Որոշեք ստացված զսպանակի կոշտությունը:**



Լուծում: Զուգահեռ միացման դեպքում, երբ միացյալ զսպանակը երկարում է x-ով, զսպանակներից յուրաքանչյուրը նույնպես երկարում է x-ով (տես նկարը)՝ $x_1 = x_2 = x$: AB ձողի վրա ազդում է երեք ուժ՝ F ուժը՝ դեպի ներքև և զսպանակների ազդող F_1 և F_2 ուժերը՝ դեպի վերև: Ձողի հավասարակշռության պայմանից՝ $F = F_1 + F_2$: Եթե ձողի վրա զսպանակներն ազդում են F_1 և F_2 ուժերով, ապա, Նյուտոնի երրորդ օրենքի համաձայն, ձողը զսպանակների վրա ազդում է նույն մոդուլով և հակառակ ուղղված ուժերով: Հուկի օրենքից՝ $F = kx$, $F_1 = k_1x$, $F_2 = k_2x$, ուստի՝ $kx = k_1x + k_2x$, որտեղից՝ $k = k_1 + k_2$:

Պատասխան՝ $k = k_1 + k_2$:

3. **Երկրի և Լուսնի կենտրոնների հեռավորությունը հավասար է 60 երկրային շառավղի, իսկ Լուսնի զանգվածը 81 անգամ փոքր է Երկրի զանգվածից: Նրանց կենտրոնները միացնող ուղղի ո՞ր կետում մարմնի վրա Երկրի և Լուսնի ազդող ուժերը միմյանց կհամակշռեն:**



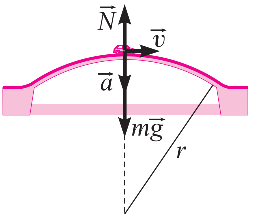
Լուծում: Մարմնի վրա Երկրի և Լուսնի ազդող ուժերը պատկերված են նկարում: Քանի որ այդ ուժերն ուղղված են միմյանց հակադիր, ապա դրանք իրար կհամակշռեն, եթե դրանց մոդուլները հավասար են: Մարմնի զանգվածը նշանակենք m-ով, իսկ հեռավորությունը Լուսնից՝ R_0-ով, այդ դեպքում մարմնի հեռավորությունը Երկրից կլինի՝ $60R - R_0$, որտեղ R-ը Երկրի շառավիղն է: Օգտվելով տիեզերական ձգողության օրենքից՝ կարող ենք գրել՝

$$G\frac{mM_Ե}{(60R - R_0)^2} = G\frac{mM_Լ}{R_0^2}:$$

Նկատի ունենալով $M_Ե = 81M_Լ$ պայմանը՝ կստանանք՝ $60R - R_0 = \pm 9R_0$, կամ $R_0 = 6R$: Հետաքրքիր է նշել, որ մյուս լուծումը՝ $R_0 = -7{,}5R$, համապատասխանում է Լուսնից աջ ընկած A կետին, որտեղ մարմնի վրա Երկրի և Լուսնի ազդող ուժերը մոդուլներով հավասար են, սակայն ունեն նույն ուղղությունը, ուստի՝ այդ կետում մարմինը չի կարող մնալ հավասարակշռության վիճակում:

Պատասխան՝ $R_0 = 6R$:

4. **Որքա՞ն է փոքրանում ավտոմեքենայի կշիռն ուռուցիկ կամրջի վերին կետում, եթե կամրջի կորության շառավիղը 100 մ է, մեքենայի զանգվածը՝ 2000 կգ, իսկ շարժման արագությունը՝ 20 մ/վ:**



Լուծում: Շարժվող ավտոմեքենայի վրա ազդող ուժերը պատկերված են նկարում: Նյուտոնի երկրորդ օրենքն ավտոմեքենայի համար արտահայտվում է հետևյալ կերպ՝

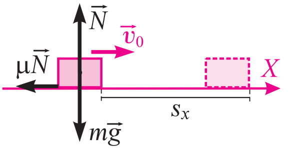
$$\frac{mv^2}{r} = mg - N,$$

որտեղ v-ն մարմնի արագությունն է կամրջի վերին կետում: Քանի որ մեքենայի կշիռը դադարի վիճակում հավասար է mg ծանրության ուժին, ապա ավտոմեքենայի կշռի նվազումը՝

$$\Delta P = \frac{mv^2}{r} = 8000 \text{ Ն}:$$

Պատասխան՝ $\Delta P = 8000$ **Ն:**

5. **Շարժիչն անջատելուց հետո ի՞նչ հեռավորություն կանցնի 10 մ/վ արագությամբ շարժվող ավտոմեքենան մինչև կանգ առնելը: Ավտոմեքենայի անիվների և ճանապարհի միջև շփման գործակիցը 0,04 է:**



Լուծում: Մարմնի վրա ազդող ուժերը և կոորդինատային առանցքները պատկերված են նկարում: Մարմնի շարժման նկարագրության կոորդինատային եղանակի դեպքում Նյուտոնի երկրորդ օրենքը կարտահայտվի հետևյալ կերպ՝ $F_x = ma_x$, $F_y = ma_y$, որտեղ F_x-ը և F_y-ը մարմնի վրա ազդող բոլոր ուժերի պրոյեկցիաների գումարներն են, համապատասխանաբար, X և Y առանցքների վրա: Ուրեմն՝

$$N_x + F_{շփx} + mg_x = ma_x, \quad N_y + F_{շփy} + mg_y = ma_y:$$

Հաշվի առնելով, որ $N_x = 0$, $mg_x = 0$, $F_{շփx} = -\mu N$, $N_y = N$, $mgy = -mg$, $F_{շփy} = 0$, և այն հանգամանքը, որ մարմինը շարժվում է X առանցքով, ուստի՝ $a_y = 0$, կստանանք՝

$$-\mu N = ma_x, \quad N - mg = 0, \text{ և } a_x = -\mu g:$$

Ավտոմեքենայի s_x տեղափոխությունը որոշենք

$$s_x = \frac{v_x^2 - v_{0x}^2}{2a_x}$$

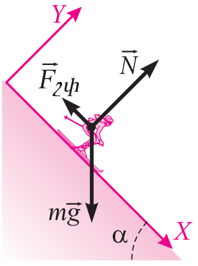
բանաձևից: Հաշվի առնելով, որ $v_{0x} = v_0$ և, որ կանգ առնելու պահին $v_x = 0$, կստանանք՝

$$s_x = -\frac{v_{0x}^2}{2a_x} = \frac{v_0^2}{2\mu g} \approx 127{,}6 \text{ մ}:$$

Պատասխան՝ $s_x = 127{,}6$ մ:

6. **Դահուկորդն սկսում է սահել $l = 50$ մ երկարություն ունեցող թեք հարթությամբ, որը հորիզոնի հետ կազմում է $\alpha = 45°$ անկյուն: Ինչքա՞ն կտևի վայրէջքը, եթե շփման գործակիցը 0,2 է:**

Լուծում: Դահուկորդի վրա ազդող ուժերը պատկերված են նկարում: Օգտվենք Նյուտոնի երկրորդ օրենքի սկալյար տեսքից՝ $F_x = ma_x$, $Fy = ma_y$: Նկատենք, որ $mg_x = mg\sin\alpha$, $mg_y = -mg\cos\alpha$, $N_x = 0$, $N_y = N$, $F_{շփx} = -\mu N$, $F_{շփy} = 0$, $a_y = 0$ և $a_x = a$, ուստի՝ Նյուտոնի երկրորդ օրենքն արտահայտող հավասարումների համակարգը

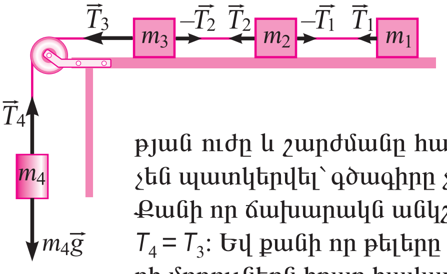


կարելի է գրել հետևյալ կերպ՝ $mg\sin\alpha - \mu N = \mu ma$, $N - mg\cos\alpha = 0$: Լուծելով հավասարումների համակարգը՝ կստանանք՝ $a = g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)$: Առանց սկզբնական արագության շարժման դեպքում t ժամանակում մարմնի անցած ճանապարհը՝ $s = at^2/2$, որտեղից՝ $t = \sqrt{2s/a}$: Վայրէջքի ընթացքում դահուկորդի անցած ճանապարհը l է, ուստի՝

$$t = \sqrt{\frac{2l}{g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)}} \approx 4 \text{ վ}:$$

Պատասխան՝ 4 վ:

7. Թելերով կապված 2 կգ զանգվածով երեք միատեսակ բեռներ շարժվում են սեղանի վրայով չորրորդ՝ նույնպիսի բեռի ազդեցությամբ, որը կախված է անկշիռ, առանց շփման պտտվող ճախարակի վրայով գցված թելից: Սեղանի հետ բեռների շփման գործակիցը 0,2 է: Գտնել բեռների արագացումները և 4-րդ բեռից ամրացված թելի ձգվածության ուժը:



Լուծում: Առաջին երեք բեռներից յուրաքանչյուրի վրա, բացի նկարում պատկերված ուժից ազդում են նաև mg ծանրության ուժը, մոդուլով դրան հավասար հենարանի N հակազդեցության ուժը և շարժմանը հակառակ ուղղված μN սահքի շփման ուժը, որոնք չեն պատկերվել՝ գծագիրը չբարդացնելու համար:

Քանի որ ճախարակն անկշիռ է և առանցքում շփումը բացակայում է, ապա $T_4 = T_3$: Եվ քանի որ թելերը ձգվող չեն, ապա բոլոր բեռների արագացումների մոդուլներն իրար հավասար են:

Կազմենք համակարգի բոլոր մարմինների շարժման հավասարումները՝

$$\begin{cases} T_1 - \mu m_1 g = m_1 a, \\ T_2 - T_1 - \mu m_2 g = m_2 a, \\ T_3 - T_2 - \mu m_3 g = m_3 a, \\ m_4 g - T_4 = m_1 a: \end{cases}$$

Անդամ առ անդամ գումարելով բոլոր հավասարումները և հաշվի առնելով, որ $m_1 = m_2 = m_3 = m_4 = m$, կստանանք՝ $mg - 3\mu mg = 4ma$, որտեղից

$$a = \frac{(1 - 3\mu)g}{4} = 1 \text{ մ/վ}^2:$$

Արագացման արժեքը տեղադրելով չորրորդ հավասարման մեջ՝ կստանանք՝

$$T_4 = 0,9mg = 18 \text{ Ն}:$$

Նկատենք, որ այս խնդրում հավասարումների թիվը կրճատելու հնարավորություն կա: Գումարենք անդամ առ անդամ առաջին երեք հավասարումները՝

$$T_3 - \mu(m_1 + m_2 + m_3)g = (m_1 + m_2 + m_3)a:$$

Ճիշտ այսպիսի հավասարում կստանանք, եթե կազմենք առաջին երեք մարմիններից կազմված «մարմնի» շարժման հավասարումը: Այդ դեպքում խնդիրը լուծելու համար բավական է կազմել երկու հավասարում՝ նկարում կետագծով նշված «միայյալ» մարմնի և չորրորդ մարմնի համար:

Պատասխան՝ $a = 1$ մ/վ², $T_4 = 18$ Ն

ԳԼՈՒԽ VIII

ՍՏԱՏԻԿԱ

ՆԵՐԱԾՈՒԹՅՈՒՆ

Դինամիկան ուսումնասիրելիս պարզեցինք, որ յուրաքանչյուր մարմին ուժերի ազդեցությամբ ընդհանուր դեպքում շարժվում է արագացմամբ: Դիտարկած խնդիրներում մեզ հետաքրքրող շատ հարցերի կարող էինք պատասխանել՝ մարմինը համարելով նյութական կետ: Սակայն, որոշ դեպքերում, չնայած ուժերի ազդեցությանը, նյութական կետը մնում է դադարի մեջ: Երբ նյութական կետի վրա ազդող համազոր ուժը զրո է, ապա այն դիտարկվող հաշվարկման իներցիալ համակարգի նկատմամբ շարժվում է առանց արագացման կամ դադարի մեջ է, եթե ժամանակի սկզբնական պահին նույնպես եղել է այդ վիճակում: Վերջին դեպքում ասում են, որ նյութական կետը հավասարակշռության վիճակում է:

Հաճախ մարմնի շարժման բնույթը կախված է մարմնի չափերից և ձևից, ուստի՝ այն նյութական կետ համարել չի կարելի: Ինչպես գիտեք, համընթաց շարժման ժամանակ կարելի է ուսումնասիրել պինդ մարմնի միայն մի կետի շարժումը՝ այդ կետը համարելով նյութական կետ, որտեղ կենտրոնացված է մարմնի ամբողջ զանգվածը: Բայց երբ պինդ մարմինը, բացի համընթաց շարժումից, կատարում է նաև պտտական շարժում, այն այլևս նյութական կետ համարել չի կարելի:

Մարմնի ինչպես շարժումը, այնպես էլ դադարը, պետք է վերաբերեն նրա բոլոր կետերին: Օրինակ՝ պինդ մարմինը դադարի մեջ է (անշարժ է), եթե տրված հաշվարկման իներցիալ համակարգի նկատմամբ դադարի մեջ են նրա բոլոր կետերը, այլ կերպ ասած՝ պինդ մարմինը չի կատարում ոչ համընթաց, ոչ էլ պտտական շարժում: Եթե պինդ մարմինը դադարի մեջ է նրա վրա կիրառված ուժերի ազդեցությամբ, ապա ասում են, որ այն հավասարակշռության վիճակում է:

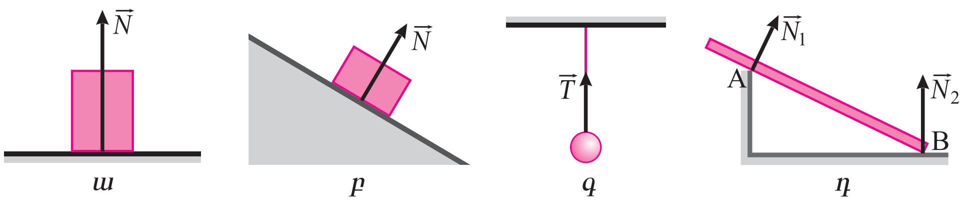
Ստատիկայի հիմնական խնդիրն է պարզել, թե ինչ պայմաններում պինդ մարմինը կմնա հավասարակշռության վիճակում:

Եթե պինդ մարմինը կարելի է տեղաշարժել տարածության մեջ կամայական ուղղությամբ, ապա այն անվանում են **ազատ** (օրինակ՝ օդապարիկն օդում): Ենթադրենք, թե ազատ պինդ մարմնի շարժման կամ դադարի վիճակը չի փոխվում, երբ նրա վրա ազդող ուժերի համակարգը փոխարինում են ուժերի այլ համակարգով: Ուժերի այդպիսի երկու համակարգերն անվանում են **համարժեք**: Ստատիկայի հիմնական խնդիրներից է նաև պինդ մարմնին կիրառված ուժերի մի համակարգը մեկ ուրիշ՝ ավելի պարզ համակարգով (կամ մեկ ուժով) փոխարինելը:

§42. ՈՒԺԵՐԻ ՀԱՄԱԶՈՐ: ՄԱՐՄՆԻ ՀԱՎԱՍԱՐԱԿՇՌՈՒԹՅՈՒՆ: ՀԱՎԱՍԱՐԱԿՇՌՈՒԹՅԱՆ ԱՌԱՋԻՆ ՊԱՅՄԱՆԸ

Եթե տրված ուժերի համակարգը համարժեք է մեկ ուժի, ապա վերջինս անվանում են տրված ուժերի **համազոր**, իսկ այն ուժերը, որոնք փոխարինվում են համազորով՝ **բաղադրիչ ուժեր** կամ **բաղադրիչներ**: Նշենք, որ ստատիկայում, բացի ազատ պինդ մարմնից, դիտարկվում են նաև մարմիններ, որոնց շարժումները տարածության մեջ սահմանափակված են: Հպվելով այլ մարմինների՝ **կապերի** հետ՝ դիտարկվող մարմինը տարածության մեջ որոշ ուղղություններով չի կարող շարժվել: Այդ այսպես կոչված **կապի հակազդեցության ուժերը** (դրանցից մի քանիսին դուք ծանոթ եք հիմնական դպրոցի ֆիզիկայի դասընթացից), որոնցով կապերը հակազդում են դիտարկվող մարմիններին, հակադիր են այդ ուղղություններին:

Եթե իրար հպված կապի և մարմնի միջև շփումը կարելի է անտեսել, ապա կապը կոչվում է **իդեալական**: Այդ դեպքում հակազդեցության ուժն ուղղահայաց է հպման մակերևույթին: Այդպիսի կապի օրինակ է հենարանը՝ հորիզոնական կամ թեք: Հորիզոնական հենարանին դրված բեռն ուղղաձիգով դեպի ներքև շարժվել չի կարող: Հետևաբար՝ հենարանի՝ բեռին կիրառված հակազդեցության $\vec{N}$ ուժն ուղղված է ուղղաձիգով դեպի վեր (նկ. 113, ա): Թեք հենարանին (նկ. 113, բ) դրված բեռի վրա ազդող $\vec{N}$ հակազդեցության ուժն ուղղահայաց է թեք հարթությանը:



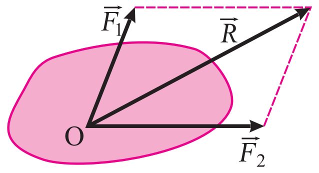
Նկ. 113. ա. *հենարանի հակազդեցության $\vec{N}$ ուժն ուղղված է ուղղաձիգով դեպի վեր,* **բ.** *թեք հենարանի հակազդեցության $\vec{N}$ ուժն ուղղահայաց է հարթությանը,* **գ.** *թելի հակազդեցության $\vec{T}$ ուժը,* **դ.** *ձողին հակազդեցության $\vec{N}_1$ և $\vec{N}_2$ ուժերը:*

Չձգվող թելն այն կապն է, որն իր մի ծայրից կախված գնդիկին չի թողնում հեռանալ կախման կետից ուղղաձիգի ուղղությամբ, ուստի՝ թելի հակազդեցության $\vec{T}$ ուժն ուղղված է թելի երկայնքով՝ դեպի կախման կետը (նկ. 113, գ): Երբ մարմիններից մեկը մյուսին հպված է, օրինակ, ծայրով, ապա հակազդեցության ուժն ուղղված է մյուսի մակերևույթին հպման կետում տարված ուղղահայացի երկայնքով (նկ. 113, դ):

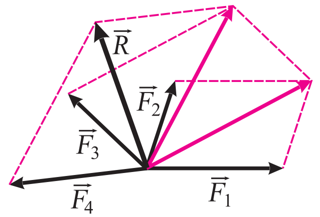
Ստորև կդիտարկենք միայն այնպիսի ուժեր, որոնց ազդման գծերը մեկ հարթության (ուժերի ազդման հարթության) մեջ են: Ուժերի այդպիսի համակարգն անվանում են **հարթ**: Բացի դրանից՝ համարենք, որ մարմնի բոլոր կետերը շարժվում են այդ հարթությանը զուգահեռ հարթություններում:

Հարց է ծագում՝ պինդ մարմնին կիրառված ուժերի համակարգն արդյոք մի՞շտ ունի համազոր: Եվ եթե ուժերն ունեն համազոր, ապա ինչպե՞ս որոշել այն:

Երբ ուժերը կիրառված են պինդ մարմնի միևնույն կետում, ապա դրանց համազորը որոշում են այնպես, ինչպես մեկ նյութական կետի վրա ազդող մի քանի ուժերինը՝ հետևյալ հաջորդական քայլերով: Նախ, օգտվելով վեկտորների գումարման զուգահեռագծի կանոնից, գումարում են համակարգի կամայական երկու ուժի վեկտոր, ապա ստացված գումարին ավելացնում երրորդ ուժի վեկտորը, և այսպես շարունակ՝ մինչև գումարվեն բոլոր ուժերը (նկարներ 114, 115):

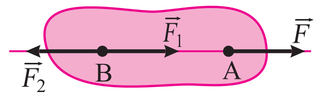


Նկ.114. *O կետում կիրառված $\vec{F}_1$ և $\vec{F}_2$ ուժերի $\vec{R}$ համազորի կառուցումը՝ ըստ զուգահեռագծի կանոնի*

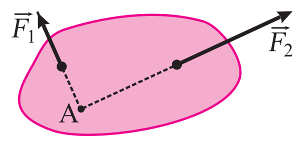


Նկ. 115. *O կետում կիրառված $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$ և $\vec{F}_4$ ուժերի $\vec{R}$ համազորի կառուցումը՝ ըստ զուգահեռագծի կանոնի*

Պինդ մարմնի տարբեր կետերում կիրառված ուժերը գումարելու համար օգտվում են այն պնդումից, համաձայն որի՝ **ուժի կիրառման կետը կարելի է տեղափոխել ուժի ազդման գծի երկայնքով**: Իսկապես, ենթադրենք՝ պինդ մարմնի վրա՝ A կետում, ազդում է $\vec{F}$ ուժը (նկ.116): $\vec{F}$ ուժի ազդման գծի վրա, որևէ B կետում, $\vec{F}$ ուժի ազդման գծի երկայնքով, կիրառենք մոդուլով $\vec{F}$ ուժին հավասար $\vec{F}_1$ և $\vec{F}_2$ հակադիր ուժերը (միևնույն կետում ազդող մոդուլով հավասար հակադիր ուժերի գումարը զրո է): Քանի որ $\vec{F}$ և $\vec{F}_2$ ուժերը նույնպես մոդուլով հավասար են, բայց ուղղությամբ՝ հակադիր, ապա դրանք, առանձին-առանձին, մարմնին հաղորդում են մոդուլով նույն արագացումները՝ ուղղված հակառակ կողմեր: Ուրեմն՝ $\vec{F}$ և $\vec{F}_2$ ուժերը, միաժամանակ ազդելով, չեն կարող փոխել մարմնի ոչ շարժման, ոչ էլ դադարի վիճակը, այլ կերպ ասած՝ չեզոքացնում են իրար, այսինքն՝ $\vec{F} + \vec{F}_2 = 0$: Հետևաբար՝ մնում է միայն $\vec{F}_1$ ուժը, որի մոդուլը՝ $F_1 = F$, և որն ունի $\vec{F}$ ուժի ուղղությունը, բայց կիրառված է B կետում: Նշանակում է՝ $\vec{F}$ ուժի վեկտորի կիրառման կետն այդ ուժի ազդման գծի երկայնքով տեղափոխեցինք B կետ, և դրանից պինդ մարմնի վիճակը չփոխվեց: Այստեղից էլ եզրակացնում ենք, որ ուժը կարելի է կիրառել ազդման գծի կամայական կետում: Այժմ կարող ենք գումարել նաև ուժեր, որոնք կիրառված են պինդ մարմնի տարբեր կետերում: Օրինակ՝ 117-րդ նկարում պատկերված $\vec{F}_1$ և $\vec{F}_2$ ուժերը, «սահեցնելով» իրենց ազդման գծերի երկայնքով, կարելի է բերել միևնույն սկզբնակետի (A) և ապա գումարել:



Նկ.116. *$\vec{F}$ ուժի կիրառման կետը, ազդման գծի երկայնքով, կարելի է A կետից տեղափոխել B կետ:*



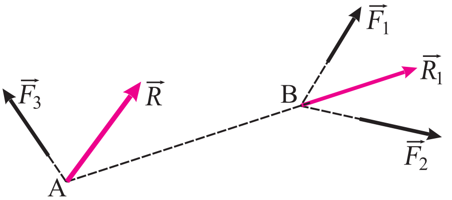
Նկ.117. *$\vec{F}_1$ և $\vec{F}_2$ ուժերը, «սահեցվելով» իրենց ազդման գծերի երկայնքով, բերվում են A սկզբնակետին:*

Քննարկենք այն դեպքը, երբ ուժերի ազդման գծերը մեկ կետում չեն հատվում: 118-րդ նկարում պատկերված է երեք այդպիսի ուժերի համակարգ: Այս դեպքում սկզբից կարելի է գումարել $\vec{F}_1$ և $\vec{F}_2$ ուժերը՝ նախապես դրանք բերելով նույն B սկզբնակետի, իսկ այնուհետև՝ դրանց $\vec{R}_1$ գումարը և $\vec{F}_3$ ուժը՝ այդ ուժերի վեկտորները նույնպես «սահեցնելով» իրենց ազդման գծերի երկայնքով՝ մինչև A կետում հատվելը (եթե, իհարկե, $\vec{R}_1$ և $\vec{F}_3$ ուժերը զուգահեռ չեն): Հենց A կետում էլ կիրառված է համազոր $\vec{R}$ ուժը:

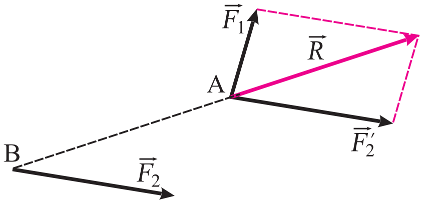
Ինչպես պարզեցինք, ուժի կիրառման կետը կարելի է տեղափոխել միայն ուժի ազդման գծի երկայնքով: Նշանակում է՝ տարբեր կետերում կիրառված **երկու ուժերի երկրաչափական գումարը միշտ չէ, որ այդ ուժերի համազորն է**:

Ասվածը պարզաբանենք հետևյալ օրինակով:

Դիցուք՝ պինդ մարմնի A և B կետերին կիրառված են $\vec{F}_1$ և $\vec{F}_2$ ուժեր, որոնց ազդման գծերը խաչվող ուղիղներն են (այսինքն՝ մեկ հարթության մեջ չեն, նկ. 119): Այդ ուժերի երկրաչափական գումարը գտնելու համար հարկավոր է դրանցից մեկը, օրինակ, $\vec{F}_2$-ը, զուգահեռ տեղափոխելով, տեղադրել A կետից: Բայց այդ դեպքում ստացված $\vec{F}_2'$ ուժի վեկտորն արդեն նույնը չէ, ինչ $\vec{F}_2$-ը (քանի որ նույն ազդման գծով չի ուղղված), հետևաբար՝ $\vec{F}_1$-ի և $\vec{F}_2'$-ի երկրաչափական գումարը՝ $\vec{R}$ ուժը, $\vec{F}_1$ և $\vec{F}_2$ ուժերի համազորը լինել չի կարող:



Նկ. 118. *Միևնույն հարթության մեջ երեք՝ $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ և $\vec{F}_3$ ուժերի համազորը $\vec{R}$ ուժն է:*



Նկ. 119. *$\vec{F}_1$ և $\vec{F}_2$ ուժերի երկրաչափական գումարը՝ $\vec{R}$-ը, դրանց համազորը չէ:*

Հնարավոր է նաև, որ ուժերի երկրաչափական գումար լինի զրո, բայց այդ ուժերի համակարգն անշարժ ազատ մարմնին հաղորդի պտտական շարժում: Այդպիսի ուժերի համակարգի մասին ասում են, որ այն համազոր չունի: Այդօրինակ ուժերի համակարգի մասին կխոսենք §43-ում:

Ամփոփելով՝ կարող ենք պնդել, որ **երբ պինդ մարմնի վրա կիրառված է մի քանի ուժ, որոնց ազդման գծերը մեկ հարթության մեջ են, և այդ ուժերի համակարգը կարող ենք փոխարինել մեկ ուժով՝ համազորով, ապա վերջինս հավասար է կիրառված ուժերի երկրաչափական գումարին:**

Համազոր ուժի ազդեցությամբ պինդ մարմինը կարող է կատարել կա՛մ համընթաց արագացող շարժում (մարմնի բոլոր կետերը ժամանակի կամայական պահի ունեն նույն արագացումը), կա՛մ պտտական շարժում:

Նշանակում է, եթե սկզբնապես մարմինը եղել է դադարի մեջ, և, բացի այդ, կիրառված $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \ldots \vec{F}_n$ ուժերի երկրաչափական գումարը զրո է՝

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \ldots + \vec{F}_n = 0, \qquad (8.1)$$

ապա մարմինը կամ շարունակի մնալ դադարի (հավասարակշռության) մեջ, կամ պտտվել: Առաջին դեպքում ուժերի համակարգն ունի համազոր, որը զրո է, իսկ երկրորդ դեպքում ուժերի համակարգը համազոր չունի:

Թեև (8.1) պայմանը **բավարար չէ**, որ մարմինը մնա հավասարակշռության մեջ, բայց, այդուհանդերձ, **անհրաժեշտ է**: Այսինքն՝ եթե մարմինը հավասարակշռության մեջ է, ապա անհրաժեշտաբար նրա վրա կիրառված ուժերի գումարը զրո է: Այդ հանգամանքը նկատի ունենալով՝ (8.1) հավասարումն անվանում են պինդ մարմնի **հավասարակշռության առաջին պայման**:

Եթե կոորդինատային xOy հարթությունը և ուժերի ազդման հարթությունը համընկնում են, ապա (8.1) պայմանը, գրված ուժերի պրոյեկցիաների միջոցով, կարտահայտվի հետևյալ կերպ՝

$$F_{1x} + F_{2x} + \ldots + F_{nx} = 0, \quad F_{1y} + F_{2y} + \ldots + F_{ny} = 0: \qquad (8.2)$$

Հարցեր և առաջադրանքներ

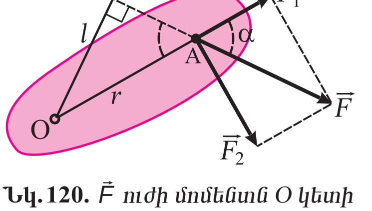
1. Ո՞րն է նյութական կետի հավասարակշռության պայմանը: **2.** Ի՞նչ ենք հասկանում՝ ասելով, որ պինդ մարմինը հավասարակշռության մեջ է: **3.** Ո՞րն է ստատիկայի հիմնական խնդիրը: **4.** Ո՞ր մարմինն են անվանում ազատ: **5.** Ի՞նչ է կապը: Ո՞ր կապն է կոչվում իդեալական: **6.** Ինչպե՞ս են ուղղված իդեալական կապերի հակազդեցության ուժերը: Բերել օրինակներ: **7.** Ո՞ր ուժն է կոչվում տրված ուժերի համազոր: **8.** Ուժերի ո՞ր համակարգն են անվանում հարթ: **9.** Ինչպե՞ս են գումարում նույն կետում կիրառված մի քանի ուժերը: **10.** Ապացուցեք, որ պինդ մարմնի վրա ազդող ուժի կիրառման կետը կարելի է տեղափոխել ուժի ազդման գծի երկայնքով: **11.** Ինչպե՞ս են գումարում տարբեր կետերում կիրառված, բայց հատվող ազդման գծեր ունեցող ուժերը: **12.** Ի՞նչ շարժումներ կարող է կատարել պինդ մարմինը, երբ նրա վրա ազդող ուժերի համակարգն ունի համազոր, որը զրո չէ: **13.** Գրեք պինդ մարմնի հավասարակշռության առաջին պայմանը: Մի՞շտ է մարմինը մնում հավասարակշռության մեջ, եթե այդ պայմանը ճիշտ է: Պատասխանը հիմնավորեք: **14.** Գրեք պինդ մարմնի հավասարակշռության պայմանը՝ արտահայտված ուժերի պրոյեկցիաների միջոցով:

§43. ՈՒԺԻ ԲԱԶՈՒԿ: ՈՒԺԻ ՄՈՄԵՆՏ: ՄՈՄԵՆՏՆԵՐԻ ԿԱՆՈՆԸ

Ինչպես նշեցինք, (8.1) կամ (8.2) հավասարումով որոշվող պայմանն անհրաժեշտ, բայց բավարար չէ, որպեսզի պինդ մարմինը լինի հավասարակշռության մեջ. պինդ մարմինը կարող է նաև պտտվել: Բնականաբար, հարց է ծագում՝ իսկ ի՞նչ պայմանների առկայությամբ մարմինը չի պտտվի: Պտույտի հետ կապված մի ֆիզիկական մեծության՝ ուժի մոմենտին, ծանոթ եք հիմնական դպրոցից: Նկատի ունենալով այդ հասկացության կարևոր լինելը, հիշենք, թե ինչ է այն:

Ուժի մոմենտը մարմնի շարժման հարթությանն ուղղահայաց որևէ առանցքի նկատմամբ հավասար է ուժի մոդուլի և ուժի ազդման գծից առանցքի l հեռավորության (ուժի բազուկի) արտադրյալին: Այն հարթությունը, որի վրա ընկած է ուժի ազդման գիծը, նույնպես ուղղահայաց է առանցքին: Հետևաբար՝ ուժի բազուկն այդ հարթության և առանցքի հատման O կետի հեռավորությունն է ուժի կիրառման A կետից (նկ. 120): Ուրեմն՝ $\vec{F}$ ուժի մոմենտն O կետով անցնող առանցքի (կարող ենք ասել նաև՝ O կետի) նկատմամբ՝

$$M = Fl: \qquad (8.3)$$



Նկ. 120. *$\vec{F}$ ուժի մոմենտն O կետի նկատմամբ կարելի է հաշվել երկու եղանակով՝ $M = Fr\sin\alpha$, կամ $M = F_2 r$:*

120-րդ նկարում $l = r\sin\alpha$, որտեղ r-ն O կետի և $\vec{F}$ ուժի կիրառման A կետի հեռավորությունն է: Հետևաբար՝ $\vec{F}$ ուժի մոմենտը կարող ենք արտահայտել նաև

$$M = Fr\sin\alpha \qquad (8.4)$$

բանաձևով:

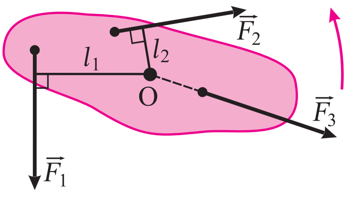
(8.3) առնչությունից երևում է, որ ուժի մոմենտի միավորը ՄՀ-ում նյուտոնմետրն է (կրճատ՝ Ն·մ)։ *Նյուտոն-մետրը հավասար է 1Ն ուժի մոմենտին այն առանցքի նկատմամբ, որն այդ ուժի ազդման գծից ունի 1 մ հեռավորություն*։

Երբեմն նպատակահարմար է ուժի մոմենտն արտահայտել ուժի այն բաղադրիչով, որն ուղղահայաց է ուժի կիրառման կետով և O կետով անցնող ուղղին։ Դրա համար $\vec{F}$ ուժը ներկայացնենք որպես $\vec{F}_1$ և $\vec{F}_2$ բաղադրիչների գումար՝ $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$, որտեղ $\vec{F}_1$-ն ուղղված է OA ուղղի երկայնքով, իսկ $\vec{F}_2$-ն ուղղահայաց է OA-ին։ 120-րդ նկարից երևում է, որ $F_2 = F\sin\alpha$, ուստի (8.4) առնչությունից կստանանք՝

$$M = F_2 r: \tag{8.5}$$

Այժմ ենթադրենք, թե O կետով անցնող առանցքը սևեռված է, այլ կերպ ասած՝ բացառենք մարմնի համընթաց շարժումը, և, բացի այդ, մարմինը դադարի մեջ է։ Օրինակ՝ դիտարկենք 121-րդ նկարում պատկերված առարկան, որն O կետում մեխով գամված է պատին։ Ակներև է, որ այդ առարկան համընթաց շարժվել չի կարող, բայց կարող է պտտվել մեխի շուրջը։ Ուժի մոմենտը կարող է լինել և՛ դրական, և՛ բացասական, նայած թե ինչ ուղղությամբ է հնարավոր առարկայի պտույտը սևեռված առանցքի շուրջը։ Ուժի մոմենտի նշանը որոշելու համար գծագրի վրա կամայականորեն ընտրում են առարկայի հնարավոր պտույտի ուղղությունը տրված առանցքի շուրջը։ Եթե միայն $\vec{F}$ ուժի ազդեցությամբ առարկան պտտվի հնարավոր պտույտի ուղղությամբ, ապա $\vec{F}$ ուժի մոմենտը համարվում է դրական, հակառակ դեպքում՝ բացասական։ Ակներև է, որ երբ $\vec{F}$ ուժի ազդման գիծը և առանցքը հատվում են, ապա առարկան չի կարող պտտվել, ուստի $\vec{F}$ ուժի մոմենտը զրո է։

Ենթադրենք՝ առարկայի վրա ազդում են $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ և $\vec{F}_3$ ուժերը (նկ. 121) և, բացի այդ, O կետում գամված մեխի շուրջն առարկայի հնարավոր պտույտը կատարվում է ժամսլաքի շարժման հակառակ ուղղությամբ։ Նշանակում է՝ O կետով անցնող առանցքի նկատմամբ $\vec{F}_1$ ուժի մոմենտը դրական է՝ $M_1 > 0$, իսկ $\vec{F}_2$ ուժի մոմենտը՝ բացասական՝ $M_2 < 0$։ $\vec{F}_3$ ուժի ազդման գիծը հատվում է մեխի (պտտման առանցքի) հետ։ Այդ ուժի մոմենտը մեխի նկատմամբ զրո է։ Ուրեմն՝ $\vec{F}_3$ ուժի ազդեցությամբ մարմինը պտտվել չի կարող։



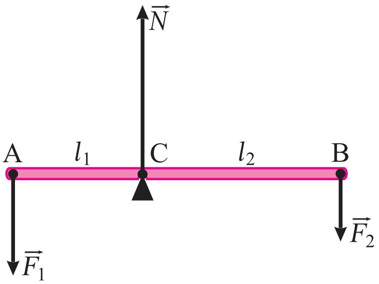
Նկ. 121. *$\vec{F}_1$ ուժի մոմենտն O կետի նկատմամբ դրական է, $\vec{F}_2$ ուժինը՝ բացասական, $\vec{F}_3$ ուժինը՝ զրո։ Սլաքավոր կորով նշված է հնարավոր պտույտի ուղղությունը։*

Դիտարկված օրինակից հասկանալի է ուժի մոմենտի դերը, երբ պինդ մարմնի վրա ուժ է ազդում. եթե սևեռված առանցք ունեցող մարմինը դադարի մեջ է, **ապա ուժի ազդեցությամբ կարող է պտտվել, եթե ուժի մոմենտն այդ առանցքի նկատմամբ զրո չէ**։

Այժմ ենթադրենք, թե մարմնի վրա կիրառված է մի քանի ուժ։ Կպտտվի՞ արդյոք մինչ այդ անշարժ մարմինը կիրառված ուժերի ազդեցությամբ, թե՞ ոչ։ Եթե, օրինակ, այդ ուժերի համակարգն ունի համազոր, ապա համազորի մոմենտը տրված առանցքի նկատմամբ պետք է զրո չլինի։ Բայց համազոր ուժի մոմենտը որևէ առանցքի նկատմամբ հավասար է այդ առանցքի նկատմամբ առանձին ուժերի մոմենտների գումարին։ Ուրեմն՝ ուժերի համակարգի ազդեցությամբ մարմինը կարող է պտտվել, եթե պտտման առանցքի նկատմամբ ուժերի մոմենտների գումարը զրո չէ: Այսպիսի ձևակերպմամբ նշված պնդումը ճիշտ է՝ անկախ նրանից՝ ուժերի համակարգն ունի՞ համազոր, թե՞ ոչ: Այստեղից հետևում է, որ ճիշտ է նաև հակառակ պնդումը, այն է՝ **պտտման սևեռված առանցք ունեցող պինդ մարմինը կմնա հավասարակշռության մեջ, եթե այդ առանցքի նկատմամբ մարմնին կիրառված ուժերի մոմենտների հանրահաշվական գումարը զրո է**, այսինքն՝

$$M_1 + M_2 + \ldots + M_n = 0: \qquad (8.6)$$

(8.6) հավասարության ձախ մասի գումարելիները, համապատասխանաբար, $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \ldots, \vec{F}_n$ ուժերի մոմենտներն են: Այս հավասարությամբ արտահայտվող պայմանն անվանում են **պինդ մարմնի հավասարակշռության երկրորդ պայման** կամ **մոմենտների կանոն**:



Նկ.122. *$\vec{N}$-ը $\vec{F}_1$ և $\vec{F}_2$ ուժերի համակարգը հավասարակշռող ուժն է:*

(8.6) պայմանից հետևում է լծակի կանոնը, որին ծանոթ եք 7-րդ դասարանի ֆիզիկայի դասընթացից: Իրոք, եթե C կետում նեցուկ ունեցող լծակի վրա կիրառված է երկու ուժ, ապա այն կմնա հավասարակշռության մեջ, երբ $M_1 + M_2 = 0$, այսինքն՝ $|M_1| = |M_2|$, կամ՝ $F_1 l_1 = F_2 l_2$, որտեղից՝ $l_1 : l_2 = F_2 : F_1$: Այստեղ l_1-ը և l_2-ը լծակի A և B կետերին կիրառված $\vec{F}_1$ և $\vec{F}_2$ ուժերի բազուկներն են C կետով անցնող առանցքի նկատմամբ: Սա նշանակում է նաև, որ լծակի C կետում ազդում է $\vec{F}_1$ և $\vec{F}_2$ ուժերի համակարգը հավասարակշռող $\vec{N}$ հակազդեցության ուժը, որին հակադիր $\vec{R} = -\vec{N}$ ուժը՝ կիրառված նույն C կետում, տրված ուժերի համազորն է: Եթե $\vec{F}_1$ և $\vec{F}_2$ ուժերը զուգահեռ են և ուղղված են նույն կողմ (նկ.122), ապա նրանց $\vec{R}$ համազորը զուգահեռ է այդ ուժերին, իսկ համազորի մոդուլը հավասար է դրանց մոդուլների գումարին: Իրոք, հավասարակշռության առաջին պայմանից հետևում է՝ $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{N} = 0$ կամ, $\vec{N}$-ը փոխարինելով $-\vec{R}$-ով՝ $\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$: $\vec{F}_1$ և $\vec{F}_2$ ուժերի զուգահեռ և համուղղված լինելուց հետևում է, որ $\vec{R}$-ը զուգահեռ է $\vec{F}_1$ և $\vec{F}_2$ ուժերից յուրաքանչյուրին, իսկ $|\vec{R}| = |\vec{F}_1| + |\vec{F}_2|$:

Ընդունված է մարմնին կիրառված ուժերի մոմենտների հանրահաշվական գումարն անվանել այդ ուժերի համակարգի **պտտող մոմենտ**՝ $M = M_1 + M_2 + \ldots + M_n$: Ուստի՝ մոմենտների կանոնը կարող ենք ձևակերպել նաև հետևյալ կերպ. **պտտման սևեռված առանցք ունեցող և անշարժ մարմինը կշարունակի պահպանել այդ վիճակն այնքան ժամանակ, քանի դեռ նրա վրա կիրառված ուժերի համակարգի պտտող մոմենտը զրո է**:

Եթե պտտման առանցքը սևեռված չէ, այլ կերպ ասած՝ մարմինն ազատ է, ապա պինդ մարմնի հավասարակշռությունը կպահովվի, եթե միաժամանակ բավարարվում են հավասարակշռության առաջին և երկրորդ պայմանները՝

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \ldots + \vec{F}_n = 0, \quad M_1 + M_2 + \ldots + M_n = 0: \qquad (8.7)$$

Հիշենք, որ դիտարկում ենք միայն այնպիսի ուժեր, որոնց ազդման գծերը մեկ հարթության մեջ են, իսկ մարմնի բոլոր կետերը շարժվում են ուժերի ազդման հարթությանը զուգահեռ հարթություններում: Հետևաբար՝ կարելի է համարել, որ կոորդինատային xOy հարթությունը և ուժերի ազդման հարթությունը համընկնում են: Ուստի՝ այն առանցքը, որի նկատմամբ որոշվում են ուժերի մոմենտները, և որն ընտրվում է կամայականորեն, զուգահեռ է Oz առանցքին: Շնորհիվ դրա՝ հավասարակշռության (8.7) պայմանները կարելի է գրել նաև հետևյալ կերպ՝

$$F_{1x}+F_{2x}+\dots+F_{nx}=0,\quad F_{1y}+F_{2y}+\dots+F_{ny}=0, \tag{8.8}$$

$$M_{1z}+M_{2z}+\dots+M_{nz}=0 \tag{8.9}$$

որտեղ $M_{1z}, M_{2z}, \dots, M_{nz}$ մեծությունները $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n$ ուժերի մոմենտներն են Oz-ին զուգահեռ որևէ առանցքի նկատմամբ: Այսպիսով՝ համարելով, որ սկզբնապես մարմինը դադարի մեջ է եղել, կարող ենք պնդել, որ. **պինդ մարմինը կմնա հավասարակշռության վիճակում, եթե նրա վրա ազդող բոլոր ուժերի երկրաչափական գումարը և կամայական առանցքի նկատմամբ այդ ուժերի համակարգի պտտող մոմենտը զրո են:**

Միայն (8.1) պայմանի դեպքում, մարմինը կարող է կատարել պտտական շարժում: Երկրորդ՝ (8.6) պայմանը բացառում է այդպիսի շարժումը:

Խորացված

Ուժի մոմենտին դրական կամ բացասական նշան վերագրելը (կապված նրա ազդեցությամբ մարմնի պտտման ուղղության հետ) հուշում է, որ իրականում ուժի մոմենտը վեկտորական մեծություն է:

Իրոք, մեխանիկայում $\vec{F}$ ուժի մոմենտն ուժի հարթությանն ուղղահայաց պտտման առանցքի նկատմամբ սահմանվում է որպես այդ առանցքի նկատմամբ $\vec{r}$ շառավիղ-վեկտորի և $\vec{F}$ ուժի վեկտորական արտադրյալ՝

$$\vec{M}=\vec{r}\times\vec{F}\equiv[\vec{r},\vec{F}]:$$

Սահմանումից հետևում է, որ $\vec{M}$ վեկտորի ուղղությունը որոշվում է վեկտորական արտադրյալի կանոնով (տե՛ս § 7), իսկ մոդուլը՝

$$|\vec{M}|=|\vec{r}||\vec{F}|\sin\alpha=rF\sin\alpha,$$

որը համընկնում է (8.4) արտահայտությանը:

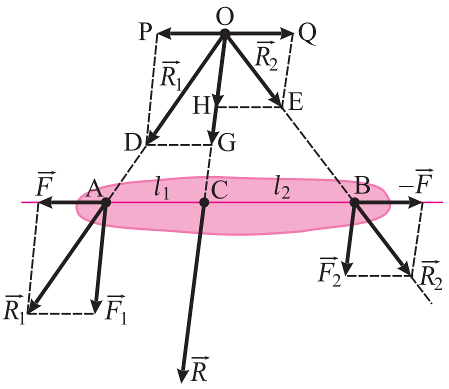
?

Հարցեր և առաջադրանքներ

1. Ի՞նչ է ուժի բազուկը: **2.** Ո՞ր ֆիզիկական մեծությունն են անվանում ուժի մոմենտ տրված առանցքի նկատմամբ: Ի՞նչ միավորով է արտահայտվում ուժի մոմենտը: **3.** Գրե՛ք ուժի մոմենտն արտահայտող երեք բանաձև: Համարժե՞ք են արդյոք այդ բանաձևերը: **4.** Ե՞րբ է ուժի մոմենտը՝ ա) դրական, բ) բացասական, գ) զրո: **5.** Ո՞ր մեծությունն են անվանում ուժերի համակարգի պտտող մոմենտ: **6.** Գրե՛ք մոմենտների կանոնն արտահայտող հավասարությունը: **7.** Ձևակերպե՛ք պինդ մարմնի հավասարակշռության ամենաընդհանուր պայմանները: Ի՞նչ հավասարումներով են արտահայտվում այդ պայմանները: Քանի՞ հավասարում է արտահայտում այդ պայմանները: Ինչու՞: **8.** Սահմանե՛ք ուժի մոմենտի վեկտորը: **9** Օգտվելով վեկտորական արտադրյալի սահմանումից, պարզաբանե՛ք ուժի մոմենտի հատկությունները:

§44. ՄԻԵՎՆՈՒՅՆ ԿՈՂՄ ՈՒՂՂՎԱԾ ԶՈՒԳԱՀԵՌ ՈՒԺԵՐԻ ՀԱՄԱԿԱՐԳ

Պարզենք, թե զուգահեռ ուժերի համակարգը ե՞րբ կարելի է փոխարինել մեկ ուժով՝ համազորով, և, ինչպե՞ս կառուցել այդ համազորը (այլ կերպ ասած՝ գումարել զուգահեռ ուժերը)՝ չօգտվելով մոմենտների կանոնից:



Նկ. 123. *$\vec{F}_1$ և $\vec{F}_2$ ուժերի $\vec{R}$ համազորը կիրառված է C կետում և $\overrightarrow{OD}$ և $\overrightarrow{OE}$ վեկտորների գումարն է:*

Դիցուք՝ մարմնի A և B կետերի վրա կիրառված են $\vec{F}_1$ և $\vec{F}_2$ զուգահեռ և նույն կողմ ուղղված ուժեր (նկ. 123): A և B կետերին, AB ուղղի երկայնքով, կիրառենք $\vec{F}$ և $-\vec{F}$ հակադիր ուժերը: Ինչպես գիտեք, դրանից մարմնի շարժման (կամ դադարի) վիճակը չի փոխվի: Գումարելով A կետում ազդող $\vec{F}_1$ և $\vec{F}$, ինչպես նաև B կետում ազդող $\vec{F}_2$ և $-\vec{F}$ ուժերը՝ տեսնում ենք, որ դրանց $\vec{R}_1$ և $\vec{R}_2$ համազորներն այլևս զուգահեռ չեն: Եվ քանի որ $\vec{R}_1$ և $\vec{R}_2$ ուժերի ազդման գծերն ընկած են միևնույն հարթության մեջ, ապա դրանք հատվում են: Նշանակում է՝ $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, $\vec{F}$ և $-\vec{F}$ ուժերի համակարգը, որը համարժեք է $\vec{F}_1$ և $\vec{F}_2$ զուգահեռ ուժերի համակարգին, ունի համազոր: Գտնենք այդ համազորը, այսինքն՝ նրա ուղղությունը, մոդուլը և կիրառման կետը:

$\vec{F}_1$ և $\vec{F}_2$ ուժերի համազորը նշանակելով $\vec{R}$-ով՝ կարող ենք գրել՝

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = (\vec{F}_1 + \vec{F}) + (\vec{F}_2 + (-\vec{F})) = \vec{R}_1 + \vec{R}_2:$$

Տեղափոխենք $\vec{R}_1$ և $\vec{R}_2$ ուժերի վեկտորներն իրենց ազդման գծերի երկայնքով մինչև հատման O կետ: 123-րդ նկարում O կետում կիրառված $\vec{R}_1$ և $\vec{R}_2$ ուժերը պատկերված են $\overrightarrow{OD}$ և $\overrightarrow{OE}$ վեկտորներով: Այդ ուժերից յուրաքանչյուրը վերածենք բաղադրիչների: 123-րդ նկարում $\vec{R}_1$ համազորի $\vec{F}$ բաղադրիչը պատկերված է $\overrightarrow{OP}$ վեկտորով, $\vec{F}_1$ բաղադրիչը՝ $\overrightarrow{OG}$ վեկտորով, իսկ $\vec{R}_2$ համազորի $-\vec{F}$ բաղադրիչը պատկերված է $\overrightarrow{OQ}$ վեկտորով, $\vec{F}_2$ բաղադրիչը՝ $\overrightarrow{OH}$-ով: Եվ քանի որ $\overrightarrow{OP} + \overrightarrow{OQ} = 0$, ապա $\vec{R}_1$ և $\vec{R}_2$ ուժերի գումարը կպատկերվի $\overrightarrow{OG} + \overrightarrow{OH}$ վեկտորով: $\overrightarrow{OG}$ և $\overrightarrow{OH}$ վեկտորները կիրառված են նույն O կետում և ուղղված են այդ կետով անցնող և տրված $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ ուժերին զուգահեռ ուղղի երկայնքով: Նշանակում է՝ $|\overrightarrow{OG} + \overrightarrow{OH}| = |\overrightarrow{OG}| + |\overrightarrow{OH}|$, ուստի՝

$$R = |\vec{R}| = |\vec{R}_1 + \vec{R}_2| = |\vec{F}_1 + \vec{F}_2| = |\vec{F}_1| + |\vec{F}_2| = F_1 + F_2,$$

այսինքն՝ $\vec{F}_1$ և $\vec{F}_2$ ուժերի $\vec{R}$ համազորի մոդուլն այդ ուժերի մոդուլների գումարն է:

$\overrightarrow{OG}$ վեկտորով պատկերվող $\vec{R}$ ուժի ազդման գծի և AB ուղղի հատման կետը նշանակենք C-ով, որը, ակներև է, նաև $\vec{R}$ համազորի կիրառման կետն է (նկ. 123): $\vec{R}$ համազորի ազդման գիծը՝ OC ուղիղը, զուգահեռ է A և B կետերում կիրառված $\vec{F}_1$ և $\vec{F}_2$ ուժերի ազդման գծերին: Հետևաբար՝ $\vec{R}$ համազորը

Խորացված

զուգահեռ է $\vec{F}_1$ և $\vec{F}_2$ ուժերին և ուղղված է նույն կողմը: Բացի այդ, ODG և OAC եռանկյունների նմանությունից հետևում է`

$$\frac{OG}{OC}=\frac{GD}{CA}, \qquad (8.10)$$

իսկ OEH և OBC եռանկյունների նմանությունից`

$$\frac{OH}{OC}=\frac{HE}{CB}: \qquad (8.11)$$

Բայց GD և HE հատվածներն իրար հավասար են, քանի որ GD = OP, HE = OQ (զուգահեռագծի հանդիպակաց կողմեր են), իսկ $\overrightarrow{OP}$ և $\overrightarrow{OQ}$ վեկտորները պատկերում են $\vec{F}$ և $-\vec{F}$ հակադիր ուժերը: (8.11) և (8.10) հավասարությունները բաժանելով իրար, կստանանք` OH/OG = CA/CB: Նշանակելով CA = $l_1$, CB = $l_2$` վերջնականապես կունենանք`

$$\frac{l_1}{l_2}=\frac{F_1}{F_2}: \qquad (8.12)$$

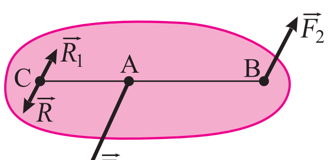
(8.12) հավասարությունից եզրակացնում ենք, որ $\vec{R}$ **համազորի կիրառման կետը $\vec{F}_1$ և $\vec{F}_2$ ուժերի կիրառման կետերի միջև հեռավորությունը բաժանում է այդ ուժերի մոդուլներին հակադարձ համեմատական մասերի**:

Հարցեր և առաջադրանքներ

1. ա) Ի՞նչ ուղղություն ունի զուգահեռ, նույն կողմն ուղղված $\vec{F}_1$ և $\vec{F}_2$ ուժերի $\vec{R}$ համազորը: բ) Որքա՞ն է $\vec{R}$ համազորի մոդուլը: գ) Համազորի կիրառման կետը ի՞նչ հարաբերությամբ մասերի է բաժանում բաղադրիչ ուժերի կիրառման կետերի միջև հեռավորությունը:

Խորացված

§45. ԶՈՒԳԱՀԵՌ ԵՎ ՀԱԿԱԴԻՐ ԿՈՂՄԵՐ ՈՒՂՂՎԱԾ ԵՐԿՈՒ ՈՒԺԵՐԻ ՀԱՄԱԿԱՐԳ: ՈՒԺԱԶՈՒՅԳ



Նկ. 124. *Զուգահեռ և հակադիր $\vec{F}_1$ և $\vec{F}_2$ ուժերի ($F_1 > F_2$) համազորը $\vec{R}$ ուժն է:*

Ենթադրենք` մարմնի վրա A և B կետերում կիրառված են հակադիր կողմեր ուղղված $\vec{F}_1$ և $\vec{F}_2$ ուժերը, որոնց մոդուլներն անհավասար են` $F_1 > F_2$ (նկ. 124): $\vec{R}$ համազորը կարող ենք գտնել` կրկնելով 123-րդ նկարում պատկերված կառուցումները: Բայց խնդիրը կարելի է նաև լուծել` օգտվելով §44-ի արդյունքներից` հետևյալ դատողությունների միջոցով:

Եթե 123-րդ նկարում C կետում $\vec{R}$ համազորի փոխարեն կիրառենք նրան հակադիր $-\vec{R}$ ուժը, ապա $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ և $-\vec{R}$ ուժերի համատեղ ազդեցությամբ պինդ մարմնի շարժման (կամ դադարի) վիճակը չի փոխվի: Ուժերի այդպիսի համակարգը կոչվում է **հավասարակշռված**: $-\vec{R}$ ուժն անվանում են $\vec{F}_1$ և $\vec{F}_2$ ուժերի համակարգը **հավասարակշռող ուժ**: Նշանակում է, եթե գտնենք դիտարկվող ուժերի համակարգը հավասարակշռող ուժը, ապա վերջինիս հակադիրն էլ հենց կլինի այդ ուժերի համազորը:

AB հատվածի շարունակության վրա` C կետում, կառուցենք $\vec{F}_2$ ուժին զուգահեռ և նույն կողմն ուղղված $\vec{R}_1$ ուժի վեկտորը (նկ. 124), որի մոդուլը հավասար է $\vec{F}_1$ և $\vec{F}_2$ ուժերի մոդուլների տարբերությանը՝ $R_1 = F_1 - F_2$, իսկ կիրառման C կետի հեռավորությունն A կետից այնպիսին է, որ

$$\frac{CB}{CA} = \frac{F_1}{F_2}:$$

Բայց $CB = CA + AB$, $F_1 = R_1 + F_2$, հետևաբար՝ $\frac{CA + AB}{CA} = \frac{R_1 + F_2}{R_1}$, որտեղից՝

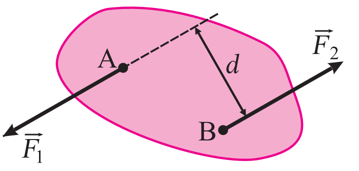
$$1 + \frac{AB}{CA} = \frac{R_1}{F_2} + 1 \text{ կամ } \frac{AC}{AB} = \frac{F_2}{R_1}:$$

Այստեղից կարելի է եզրակացնել, որ A կետը $\vec{R}_1$ և $\vec{F}_2$ զուգահեռ ուժերի համազորի կիրառման կետն է: Քանի որ $\vec{F}_1$-ը հակադիր է $\vec{R}_1$ և $\vec{F}_2$ ուժերին, ապա $\vec{R}_1$, $\vec{F}_1$ և $\vec{F}_2$ ուժերի համակարգը հավասարակշռված է: Հետևաբար՝ $\vec{R}_1$-ն էլ հավասարակշռում է $\vec{F}_1$ և $\vec{F}_2$ ուժերին, այնպես որ O կետում կիրառված և $\vec{R}_1$-ին հակադիր $\vec{R} = -\vec{R}_1$ ուժը $\vec{F}_1$ և $\vec{F}_2$ ուժերի համազորն է (նկ. 124):

Այսպիսով՝ **երկու զուգահեռ և հակադիր կողմեր ուղղված $\vec{F}_1$ և $\vec{F}_2$ ուժերի $\vec{R}$ համազորը զուգահեռ է այդ ուժերին, ունի մոդուլով մեծ ուժի ուղղությունը և կիրառված է C կետում, որն ուժերի կիրառման A և B կետերը միացնող հատվածի շարունակության վրա է՝ մոդուլով մեծ ուժին ավելի մոտ:** Ընդ որում, համազորի կիրառման C կետի հեռավորությունները տրված ուժերի կիրառման կետերից հակադարձ համեմատական են այդ ուժերի մոդուլներին՝

$$\frac{CA}{CB} = \frac{F_2}{F_1}: \qquad (8.13)$$

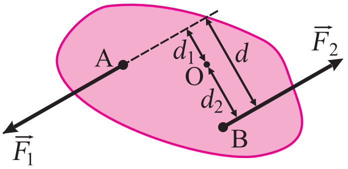
Ուժազույգ: Պարզվում է՝ միշտ չէ, որ զուգահեռ ուժերն ունեն համազոր: Օրինակ՝ ենթադրենք՝ $\vec{F}_1$ և $\vec{F}_2$ ուժերը զուգահեռ են, ուղղված՝ հակադիր կողմեր և, բացի այդ, մոդուլով հավասար են՝ $\vec{F}_1 = \vec{F}$, $\vec{F}_2 = -\vec{F}$ (նկ. 125): Այդպիսի ուժերի համակարգն անվանում են **ուժազույգ**: Համոզվենք, որ ուժազույգը համազոր չունի: Իրոք, եթե $F_1 = F_2$, ապա (8.13) հավասարությունից ստանում ենք՝ $CB/CA = 1$: Քանի որ $CB = CA + AB$, ապա $1 + AB/CA = 1$, որտեղից հետևում է՝ $AB/CA = 0$, այսինքն՝ CA հատվածը պետք է լինի որքան ասես երկար: Դա նշանակում է, որ $\vec{F}_1$ և $\vec{F}_2$ ուժերի համազորի կիրառման C կետն անվերջ հեռվում է: Հետևաբար՝ ուժազույգը մեկ ուժով՝ համազորով, փոխարինել հնարավոր չէ, այլ կերպ ասած՝ **ուժազույգը համազոր չունի**: $\vec{F}_1$ և $\vec{F}_2$ ուժերի ազդման գծերի d հեռավորությունն անվանում են ուժազույգի բազուկ:



Նկ. 125. $F_1 = F_2$, $\vec{F}_2 = -\vec{F}_1$ *ուժերի համակարգն ուժազույգ է, d-ն ուժազույգի բազուկն է:*

Ուժազույգի մոմենտ: Ուժազույգի համար միշտ բավարարվում է (8.8) պայմանը, որը նշանակում է՝ միայն ուժազույգի ազդեցությամբ մարմինը չի կարող դադարի վիճակից անցնել արագացող համընթաց շարժման վիճակի: Համոզվենք, որ ուժազույգի պտտող մոմենտը կամայական առանցքի նկատմամբ երբեք զրո չէ: Իրոք, ենթադրենք, պինդ մարմնի վրա կիրառված է

Խորացված

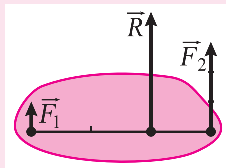


Նկ.126. $\vec{F}_1 = \vec{F}$, $\vec{F}_2 = -\vec{F}$ *ուժազույգի պտտող մոմենտը կամայական առանցքի նկատմամբ միշտ հավասար է Fd:*

$\vec{F}_1 = \vec{F}$, $\vec{F}_2 = -\vec{F}$ ուժազույգը (նկ.126), իսկ ուժազույգի հարթության կամայական O կետով տարված է այդ հարթությանն ուղղահայաց առանցք: $\vec{F}_1$ ուժի մոմենտն այդ առանցքի նկատմամբ՝ $M_1 = F_1d_1$, իսկ $\vec{F}_2$ ուժի մոմենտը՝ $M_2 = F_2d_2$, որտեղ d_1-ը և d_2-ը $\vec{F}_1$ և $\vec{F}_2$ ուժերի բազուկներն են: Ուժազույգի պտտող մոմենտը՝ $M = M_1 + M_2 = F_1d_1 + F_2d_2$: Քանի որ $F_1 = F_2 = F$, ապա $M = F(d_1 + d_2) = Fd$, որտեղ d-ն ուժազույգի բազուկն է: Այսպիսով՝ **ուժազույգի պտտող մոմենտը ուժերի ազդման հարթության կամայական կետով անցնող առանցքի նկատմամբ հավասար է ուժերից մեկի մոդուլի և ուժազույգի բազուկի արտադրյալին**: Այստեղից հետևում է, որ ուժազույգի ազդեցությամբ ազատ պինդ մարմինը չի կարող հավասարակշռության մեջ լինել:

Հարցեր և առաջադրանքներ

1. ա) Ի՞նչ ուղղություն ունի զուգահեռ և հակադիր կողմեր ուղղված $\vec{F}_1$ և $\vec{F}_2$ ուժերի $\vec{R}$ համազորը, եթե $F_1 > F_2$: բ) Որքա՞ն է $\vec{R}$ համազորի մոդուլը: **2.** ա) Ուժերի ո՞ր համակարգն են անվանում ուժազույգ: բ) Ուժազույգն ունի՞ արդյոք համազոր, թե՞ ոչ: գ) Ի՞նչ է ուժազույգի բազուկը: **3.** Ապացուցե՛ք, որ ուժազույգի M պտտող մոմենտը միշտ զրոյից տարբեր է: Որքա՞ն է M-ը: Ո՞ր առանցքի շուրջն է պտտվում մարմինն ուժազույգի ազդեցությամբ: **4.** Որքա՞ն է $\vec{F}_1$ և $\vec{F}_2$ զուգահեռ ուժերի $\vec{R}$ համազորի կիրառման կետի նկատմամբ այդ ուժերի մոմենտների գումարը (տե՛ս նկարը): Պատասխանը հիմնավորեք:

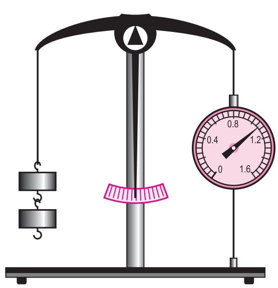


§46. ԼԱԲՈՐԱՏՈՐ ԱՇԽԱՏԱՆՔ 5.

Լծակի հավասարակշռության պայմանի պարզաբանումը

Աշխատանքի նպատակը. ստուգել մոմենտների կանոնը՝ լծակի օրինակով:

Անհրաժեշտ սարքեր և նյութեր. ուժաչափ, քանոն, ամրակալան՝ կցորդիչով, լծակ, բեռների հավաքածու:



Փորձի կատարման ընթացքը

1. Լծակը տեղակայեք ամրակալանին և նրա ծայրերին տեղավորված պնդօղակների օգնությամբ հավասարակշռեք հորիզոնական դիրքում:
2. Բեռների հավաքածուից ընտրեք մի քանի բեռ և կշռեք՝ որոշելով դրանց ընդհանուր՝ P կշռի արժեքը:
3. Ընտրված բեռները կախեք լծակի բազուկներից մեկի որևիցե կետից:
4. Լծակի մյուս՝ ազատ բազուկին ամրացրեք ուժաչափը և ձգեք այնքան, մինչև լծակը նորից գա հավասարակշռության վիճակի:
5. Քանոնով չափեք լծակի l_1 և l_2 բազուկները:

6. Գրանցեք ուժաչափի ցուցմունքը, որն F ուժի արժեքն է:
7. Որոշեք $\vec{P}$ և $\vec{F}$ ուժերի M_1 և M_2 մոմենտները:
8. Չափված և հաշվարկված մեծությունները գրառեք աղյուսակում:

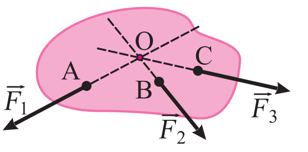
	1	2	3	4	5	6
l_1, մ						
P, Ն						$\overline{P}$
l_2, մ						
F, Ն						$\overline{F}$
M_1, Ն·մ						$\overline{M_1}$
M_2, Ն·մ						$\overline{M_2}$
M_1/M_2						$\overline{M_1/M_2}$

9. 6-րդ սյունակում՝ համապատասխան մեծությունների դիմաց, գրանցեք այդ մեծությունների միջին արժեքները՝ 4-5 չափումների հիման վրա:
10. Հաշվեք փորձում M_1/M_2 հարաբերության չափման բացարձակ սխալը՝ $\varepsilon = \left|1 - \overline{(M_1/M_2)}\right|$

§47. ԶԱՆԳՎԱԾՆԵՐԻ ԿԵՆՏՐՈՆ ԵՎ ԾԱՆՐՈՒԹՅԱՆ ԿԵՆՏՐՈՆ

«Դինամիկա» բաժնում տարբեր ուժերի ազդեցությամբ մարմինների շարժումն ուսումնասիրելիս մենք ուշադրություն չենք դարձրել այն հանգամանքին, որ մարմիններն ունեն չափեր: Մարմնի արագացումը որոշելիս այն համարել ենք նյութական կետ և այդ կետում պատկերել մարմնի վրա ազդող ուժերը: Նման պարզեցումը ճիշտ է, եթե մարմինը շարժվում է համընթաց: Այժմ պարզենք, թե ինչ ուղղությամբ մարմնի վրա պետք է կիրառել ուժը, որպեսզի այն շարժվի համընթաց:

Կատարենք փորձ: Սեղանի հորիզոնական ողորկ մակերևույթին դնենք տախտակի մի կտոր, որին մեխեր են խփված: A կետում խփված մեխին ամրացնենք թել և ձգենք մողուլով F_1 ուժով տարբեր ուղղություններով (նկ. 127): Փոխելով թելի ձգման ուժի ուղղությունը և հետևելով տախտակի շարժմանը՝ կնկատենք, որ կա մի ուղղություն, որի երկայնքով ձգելիս տախտակը շարժվում է համընթաց: Այնուհետև թելն ամրացնենք B, C և մյուս կետերում խփված մեխերին, յուրաքանչյուր դեպքում նշելով այն ուղիղը, որի երկայնքով ուժ ազդելիս տախտակը շարժվում է համընթաց: Փորձը ցույց է տալիս, որ թիթեղին համընթաց շարժում հաղորդող բոլոր ուժերի ազդման գծերը հատվում են մի կետում (127-րդ նկարում՝ O կետը):

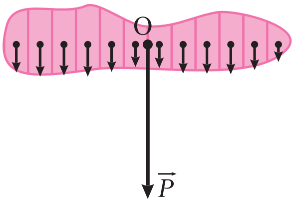


Նկ. 127. Տախտակին համընթաց շարժում հաղորդող ուժերի ազդման գծերը հատվում են մի կետում

Այն ուղիղների հատման կետը, որոնց երկայնքով ազդող ուժերը մարմնին հաղորդում են միայն համընթաց շարժում, կոչվում է մարմնի զանգվածների (իներցիայի) կենտրոն:

Եթե մարմինը մեկ կամ մի քանի ուժերի ազդեցությամբ շարժվում է համընթաց, ապա նշանակում է, որ այդ ուժի կամ բոլոր ուժերի համազորի ուղղությունն անցնում է մարմնի զանգվածների կենտրոնով: Մարմնի զանգվածների կենտրոնն այդ դեպքում շարժվում է այնպես, որ, կարծես, նրան մեջ է կենտրոնացված մարմնի ողջ զանգվածը, և այդ կետում են կիրառված մարմնի վրա ազդող բոլոր ուժերը:

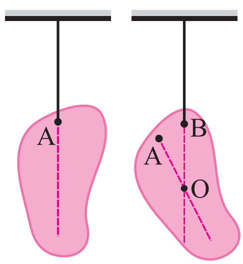
Մարմնի չափերի հաշվի առնելն առաջացնում է որոշակի դժվարություն՝ պայմանավորված այն հանգամանքով, թե որ կետում է կիրառված նրա վրա ազդող ծանրության ուժը: Չէ՞ որ ծանրության ուժն ազդում է մարմնի բոլոր մասերի վրա:



Նկ. 128. *Մարմնի տարրական մասերի ծանրության ուժերի համազորի կիրառման O կետը մարմնի ծանրության կենտրոնն է:*

Յուրաքանչյուր պինդ մարմին կարելի է պատկերացնել իբրև Δm_1, Δm_2, $\ldots$, Δm_n զանգվածներով առանձին տարրերի (նյութական կետերի) համախումբ: Մարմնի յուրաքանչյուր տարրի վրա Երկիրն ազդում է ծանրության ուժով: Եթե մարմնի չափերն աննշան են Երկրի շառավղի համեմատությամբ, ապա նրա բոլոր տարրերին կիրառված ծանրության ուժերն իրար զուգահեռ են և ուղղված են միևնույն կողմը, այն է՝ ուղղաձիգով դեպի ներքև (նկ. 128): Հետևաբար՝ այդ տարրական ծանրության ուժերն ունեն համազոր, որի $F_ծ$ մոդուլը տարրական ծանրության ուժերի մոդուլների գումարն է՝ $F_ծ = \Delta m_1 g + \Delta m_2 g + \ldots + \Delta m_n g$, որտեղ g-ն ազատ անկման արագացման մոդուլն է՝ $g = |\vec{g}|$, իսկ $\vec{g}$ մարմնի զբաղեցրած ծավալի բոլոր մասերում նույնն է: Այդ համազորն էլ հենց մարմնի վրա ազդող $F_ծ$ ծանրության ուժն է, որի կիրառման կետն անվանում են մարմնի ծանրության կենտրոն: Այսպիսով՝ **մարմնի բոլոր մասերի վրա ազդող ծանրության ուժերի համազորի կիրառման կետն անվանում են ծանրության կենտրոն**:

Մարմնի ծանրության կենտրոնի դիրքը կախված է մարմնի ձևից և նրա մեջ զանգվածի բաշխումից: Կամայական ձև ունեցող մարմնի ծանրության կենտրոնի դիրքը կարելի է որոշել փորձնական եղանակով:



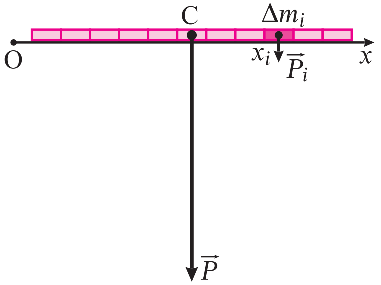
Նկ. 129. A և B *կախման կետերով տարված ուղղաձիգների հատման* O *կետը մարմնի ծանրության կենտրոնն է:*

Պարզության համար վերցնենք որևէ հարթ առարկա (օրինակ՝ թիթեղի կտոր) և կախենք նրա A կետից (նկ. 129): Դադարի վիճակում թիթեղի դիրքն այնպիսին է, որ կախման կետով տարված ուղղաձիգ ուղիղն անցնում է ծանրության կենտրոնով: Իրոք, այդ դեպքում ծանրության ուժը հավասարակշռվում է թելի հակազդեցության ուժով: Քանի որ վերջինս ուղղված է թելի երկայնքով, ապա ծանրության ուժը նույնպես պետք է ուղղված լինի թելի երկայնքով: Եթե ծանրության ուժն ուղղված չլիներ թելի երկայնքով, ապա մարմնի վրա ազդող ուժերի մոմենտների գումարը զրո չէր լինի, և մարմինը չէր լինի հավասարակշռության վիճակում: Այսպիսով՝ թիթեղի ծանրության կենտրոնը թիթեղի կախման կետից տարված ուղղաձիգի վրա է: Թիթեղի վրա նշենք այդ ուղղությունը: Ծանրության կենտրոնի դիրքը որոշելու համար այժմ թիթեղը կախենք նրա մեկ ուրիշ՝ B կետից և դարձյալ նույն ձևով նշենք այն ուղիղը, որի վրա ընկած է թիթեղի ծանրության կենտրոնը: Փորձը ցույց է տալիս, որ թիթեղը կամայական կետից կախելիս վերը նշված եղանակով որոշված ուղիղները հատվում են միայն մի կետում: Քանի որ ծանրության կենտրոնը պետք է պատկանի նշված ուղիղներից յուրաքանչյուրին, ապա այդ ուղիղների հատման O կետը թիթեղի ծանրության կենտրոնն է:

Փորձերը ցույց են տալիս, որ ազատ ընկնող մարմինը, եթե մինչև անկման սկիզբը նրան պտտական շարժում չի հաղորդվել, կատարում է համընթաց շարժում: Ուրեմն՝ ծանրության ուժը մարմնին հաղորդում է միայն համընթաց շարժում, հետևաբար՝ մարմնի ծանրության կենտրոնը համընկնում է նրա զանգվածների կենտրոնին: Հարկավոր է ընդգծել, սակայն, որ «զանգվածների կենտրոն» և «ծանրության կենտրոն» հասկացությունները իրարից տարբերվում են: Եթե մարմնի չափերն այնպիսին են, որ նրա զբաղեցրած ծավալի տարբեր մասերում ազատ անկման $\vec{g}$ արագացումը նույնը չէ, ապա մարմնի ծանրության կենտրոնը և զանգվածների կենտրոնը իրար չեն համընկնում:

Խորացված

Ծանրության կենտրոնի կոորդինատները: Զուգահեռ ուժերի համազորի որոշման կանոնը հնարավորություն է տալիս գտնել կամայական ձև ունեցող մարմնի ծանրության կենտրոնի դիրքը: Պարզության համար ենթադրենք՝ այդ մարմինը բավականաչափ բարակ, համասեռ ձող է (նկ. 130): Ox կոորդինատային առանցքն ուղղենք ձողի երկայնքով: Մտովի ձողը բաժանենք Δm_1, $\Delta m_2, \ldots, \Delta m_n$ զանգվածներով այնքան փոքր մասերի, որ դրանցից յուրաքանչյուր հնարավոր լինի համարել նյութական կետ: Ձողի i-րդ տարրի կոորդինատը նշանակենք x_i-ով ($i = 1, 2, \ldots, n$), իսկ ձողի ծանրության C կենտրոնի կոորդինատը՝ x_C-ով: Քանի որ ձողի ծանրության ուժը նրա առանձին տարրերի վրա ազդող ծանրության ուժերի համազորն է, ապա որևէ O կետով անցնող պտտման առանցքի նկատմամբ նրա մոմենտը հավասար է առանձին տարրերի ծանրության ուժերի մոմենտների գումարին՝



Նկ. 130. *$\vec{P}$ ծանրության ուժի մոմենտը O կետի նկատմամբ տարրական մասերի $\vec{P}_i$ ($i = 1, 2, \ldots, n$) ծանրության ուժերի մոմենտների գումարն է:*

$$M = M_1 + M_2 + \ldots + M_n: \qquad (8.14)$$

Հաշվի առնելով, որ $M = mgx_c$, որտեղ $m = \Delta m_1 + \Delta m_2 + \ldots + \Delta m_n$ գումարը ձողի զանգվածն է, կստանանք՝

$$mgx_c = \Delta m_1 g x_1 + \Delta m_2 g x_2 + \ldots + \Delta m_n g x_n, \qquad (8.15)$$

որտեղից

$$x_c = \frac{\Delta m_1 x_1 + \Delta m_2 x_2 + \ldots + \Delta m_n x_n}{m}: \qquad (8.16)$$

Նմանատիպ բանաձևերով որոշվում են նաև կամայական ձև ունեցող մարմնի ծանրության կենտրոնի y_C և z_C կոորդինատները:

Հաշվարկները ցույց են տալիս, որ համասեռ ձողի ծանրության կենտրոնը նրա միջնակետն է, հարթ եռանկյունաձև համասեռ թիթեղի ծանրության կենտրոնը՝ նրա միջնագծերի հատման կետը, համաչափության կենտրոն ու-

Լրացուցիչ

նեցող համասեռ մարմիններինը՝ (ուղղանկյունաձև կամ շրջանաձև թիթեղ, օղակ, գլան, գունդ և այլն)՝ նրանց երկրաչափական կենտրոնը:

Եթե մարմնի առանձին մասերի ծանրության կենտրոնների կոորդինատները հայտնի են, ապա նրա ծանրության կենտրոնի կոորդինատները գտնելու համար կարելի է յուրաքանչյուր մասը փոխարինել նույնպիսի զանգվածով նյութական կետով և տեղադրել այդ մասի ծանրության կենտրոնում: Ստացված նյութական կետերից կազմված համակարգի ծանրության կենտրոնն էլ կլինի մարմնի ծանրության կենտրոնը:

Հարցեր և առաջադրանքներ

1. Ո՞ր կետն են անվանում մարմնի զանգվածների կենտրոն: **2.** Ինչպե՞ս պետք է ուղղված լինի այն ուժը, որը պինդ մարմնին հաղորդում է համընթաց շարժում: **3.** Նկարագրե՛ք փորձ, որով կարելի է որոշել մարմնի զանգվածների կենտրոնը: **4.** Ո՞ր կետն են անվանում մարմնի ծանրության կենտրոն: **5.** Ինչպե՞ս կարելի է որոշել թիթեղի ծանրության կենտրոնը: **6.** Ե՞րբ են համընկնում մարմնի ծանրության կենտրոնի և զանգվածների կենտրոնի դիրքերը: Իսկ ե՞րբ չեն համընկնում: **7.** Ի՞նչ բանաձևերով են որոշվում մարմնի ծանրության կենտրոնի x_C, y_C և z_C կոորդինատները:

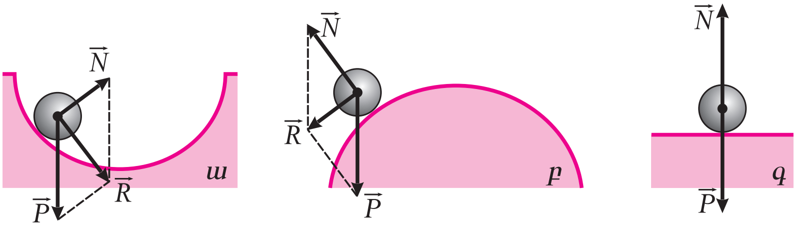
§48. ՀԱՎԱՍԱՐԱԿՇՌՈՒԹՅԱՆ ՏԵՍԱԿՆԵՐԸ

Եթե տվյալ պահին մարմինը դադարի մեջ է, ապա չի նշանակում, որ այն այդ վիճակում կմնա որքան ասես երկար ժամանակ: Իսկապես, յուրաքանչյուր մարմին, այս կամ այն չափով, միշտ էլ ենթարկվում է պատահական ուժերի ներգործության, որը վերացնել, նույնիսկ սկզբունքորեն, հնարավոր չէ: Պարզելու համար, կարո՞ղ են արդյոք այդ պատահական ներգործությունները մարմինը դուրս բերել դադարի վիճակից, թե՞ ոչ, հարկավոր է հետազոտել մարմնի վրա ազդող համազոր ուժի փոփոխությունը, երբ մարմինը փոքր-ինչ շեղում ենք դադարի դիրքից: Հետևաբար՝ ստատիկայի կարևոր խնդիրներից մեկը պարզելն է, թե **ինչ դիրքերում մարմինը բավականաչափ երկար կմնա դադարի վիճակում**: Ակներև է, որ այդ դիրքերում մարմնի վրա պետք է ազդի հավասարակշռված ուժերի համակարգ: Այդպիսի դիրքերն անվանում են **հավասարակշռության դիրքեր**:

Մարմինը հավասարակշռության դիրքից թեկուզ աննշան շեղելիս, որպես կանոն, փոխվում են նրա վրա ազդող ուժերը: Եվ հնարավոր է, որ ուժերի համակարգը դառնա չհավասարակշռված: Մարմնի հավասարակշռությունը նույնպես կխախտվի: Եթե փոփոխված ուժերի ազդեցությամբ մարմինը վերադառնում է հավասարակշռության դիրք, ապա այդպիսի հավասարակշռությունն անվանում են **կայուն**: Հնարավոր է նաև, որ փոփոխված ուժերի ազդեցությամբ մարմինը շարունակի հեռանալ հավասարակշռության դիրքից, և խախտված հավասարակշռությունը չվերականգնվի: Այդպիսի հավասարակշռությունն անվանում են **անկայուն**:

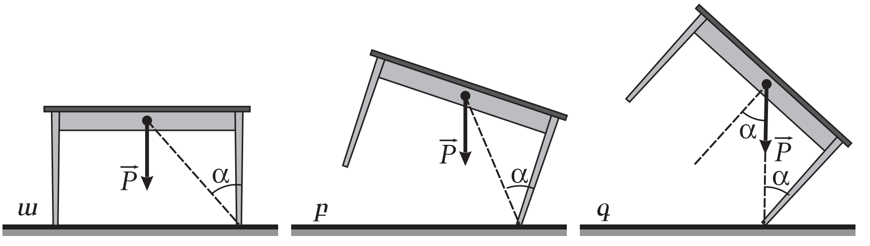
Եթե հավասարակշռության դիրքից մարմինը մեկ ուրիշ դիրք տեղափոխելիս մարմնին կիրառված ուժերի համակարգը չի փոխվում և դարձյալ մնում է հավասարակշռված, ապա բոլոր նոր դիրքերը նույնպես կլինեն հավասարակշռության դիրքեր: Այդօրինակ հավասարակշռությունն անվանում են **անտարբեր**:

Հավասարակշռության բոլոր թվարկված դիրքերը պատկերված են 131-րդ նկարում:



Նկ. 131. ա. Կայուն հավասարակշռություն. *գնդիկը հավասարակշռության ստորին դիրքից շեղելիս $\vec{P}$ ծանրության ուժի և հենարանի $\vec{N}$ հակազդեցության ուժի $\vec{R}$ համազորը գնդիկը վերադարձնում է հավասարակշռության դիրք:* ***բ. Անկայուն հավասարակշռություն.*** *գնդիկը հավասարակշռության վերին դիրքից շեղելիս $\vec{R}$ համազորն այն հեռացնում է այդ դիրքից:* ***գ. Անտարբեր հավասարակշռություն.*** *գնդիկը հավասարակշռության (հորիզոնական հարթության կամայական) դիրքից շեղելիս գնդիկի հավասարակշռությունը չի խախտվում:*

Առօրյա կյանքում շատ կարևոր է իմանալ, թե որքան կայուն են այնպիսի մարմինների հավասարակշռության դիրքերը, որոնք հենված են հորիզոնական մակերևույթին (օրինակ՝ սեղան, արկղ և այլն): Այս դեպքերում կայունության պայմանը հետևյալն է. **հավասարակշռության համար անհրաժեշտ է, որ ծանրության կենտրոնից իջեցված ուղղաձիգ ուղիղն անցնի մարմնի հենման մակերեսի ներսով**: (Սեղանի հենման մակերես ասելով պետք է հասկանալ հորիզոնական հատակի այն մասը, որն ընկած է սեղանի ոտքերի հենման կետերը միացնող եզրագծի ներսում:) Այդ դեպքում հավասարակշռությունը կայուն է (նկ. 132):



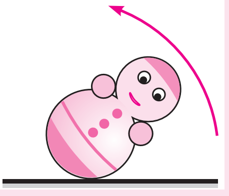
Նկ. 132. ա. *Սեղանը կայուն հավասարակշռության դիրքում է. $\vec{P}$ ծանրության ուժի ազդման գիծն անցնում է սեղանի հենման մակերեսով:* ***բ.*** *Կայուն հավասարակշռության դիրքից սեղանը թեքելիս ծանրության կենտրոնը բարձրանում է:* ***գ.*** *Սեղանը թեքված է սահմանային α անկյունով. α-ից մեծ անկյունով թեքելիս սեղանն ընկնում է կողքի վրա: Այս դիրքում հավասարակշռությունն անկայուն է:*

Տրված հենման մակերեսի դեպքում ինչքան բարձր է ծանրության կենտրոնը, այնքան փոքր է α սահմանային անկյունը: Դա նշանակում է, որ սեղանը կայուն հավասարակշռության դիրքից անկայուն հավասարակշռության դիրք կարելի է բերել ավելի փոքր անկյամբ թեքելով: Օրինակ՝ ջրով լի գլանաձև բաժակի ծանրության կենտրոնն ավելի բարձր դիրքում է, հետևաբար՝ հավասարակշռությունն ավելի պակաս կայուն է, քան այն նույնանման բաժակինը, որը կիսով չափ լցված է սնդիկով, կիսով չափ՝ ջրով: α սահմանային անկյունը կարելի է մեծացնել (և դրանով իսկ առավել կայուն դարձնել հավասարակշռությունը) նաև՝ մեծացնելով հենման մակերևույթի մակերեսը: Օրինակ՝ կանգնած մարդու հավասարակշռությունն ավելի կայուն է, երբ նա հենված է երկու ոտքի վրա:

Մարմինների հավասարակշռության կայունությունն ունի գործնական մեծ նշանակություն: Օրինակ՝ շենքերի և շինությունների կայունության և ամրության ապահովումը շինարարական գործի հիմնական խնդիրներից է: Հավասարակշռության կայունության հարցերին մեծ տեղ է տրվում նաև տեխնիկայում. մեքենաների և տեխնիկական կառույցների ստատիկ կայունության խնդիրը խիստ կարևոր է դրանց շահագործման համար:

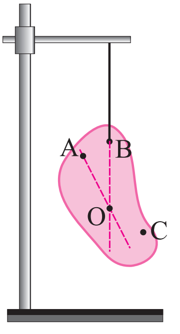
Հարցեր և առաջադրանքներ

1. Ո՞ր հավասարակշռությունն են անվանում՝ ա) կայուն, բ) անկայուն, գ) անտարբեր: **2.** Բնութագրե՛ք այն մարմինների հավասարակշռությունը, որոնք ունեն՝ ա) հենման կետ, բ) կախման կետ, գ) հենման մակերես: Ինչպիսի՞ն են այդ մարմինների հավասարակշռության պայմանները: **3.** Հորիզոնական սեղանին դրված են անհավասար նիստերով ուղղանկյունանիստի ձև ունեցող երկու միատեսակ չորսուներ, մեկը՝ պողպատից, մյուսը՝ փայտից: ա) Ո՞ր չորսուի հավասարակշռությունն է ավելի կայուն: Ինչու՞: բ) Չորսուներից մեկը դրեք ուրիշ նիստի վրա: Ավելի թե՞ պակաս կայուն դարձավ հավասարակշռությունը: Ինչու՞: **4.** Մանկությունից բոլորիդ ծանոթ «Կոստան-Նստան» խաղալիքը կողքի թեքելիս և բաց թողնելիս միշտ վերադառնում է իր սկզբնական ուղղաձիգ դիրքը (տե՛ս նկարը): Բացատրե՛ք, թե ինչու: **5.** Բլրի լանջով վեր բարձրանալիս մարդը, սովորաբար, թեքվում է առաջ, իսկ ցած իջնելիս՝ հետ: Ինչու՞: **6.** Ո՞ր մարդու հավասարակշռությունն է նավակում ավելի կայուն՝ կանգնած, թե՞ նստած: Բացատրե՛ք, թե ինչու: **7.** Ծանրության կենտրոնով անցնող առանցքին ամրացված մարմինը միշտ կայուն հավասարակշռության մեջ է: Ինչու՞: **8.** Նստեք աթոռին՝ իրանն ուղղաձիգ պահած, իսկ ոտքերն աթոռի տակ չքաշած: Այժմ փորձեք կանգնել՝ չփոխելով ոտքերի դիրքը և մարմինն առաջ չգցելով: Ոչ մի կերպ ձեզ չի հաջողվի վեր կենալ աթոռից, մինչև որ ոտքերը հետ չքաշեք աթոռի տակ կամ իրանով առաջ չթեքվեք: Ինչու՞:



§49. ԼԱԲՈՐԱՏՈՐ ԱՇԽԱՏԱՆՔ 6

Հարթ թիթեղի ծանրության կենտրոնի որոշումը



Աշխատանքի նպատակը. որոշել անկանոն ձև ունեցող թիթեղի ծանրության կենտրոնը:

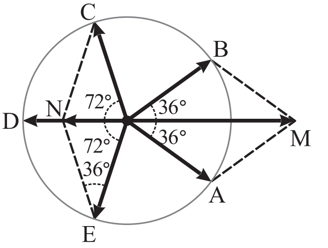
Սարքեր և նյութեր. քանոն, անկանոն ձև ունեցող հարթ թիթեղ, ինչպես նաև եռանկյունաձև, շրջանաձև, զուգահեռագծի ձև ունեցող թիթեղներ (բարակ ֆաներից կամ ստվարաթղթից), ուղղալար, գնդասեղ, ամրակալան կցորդիչով և թաթիկով, փոքրիկ մեխեր կամ կոճգամներ:

Փորձի կատարման ընթացքը

1. Թելի մի ծայրն ամրացրեք ամրակալանին: Այդ նույն կետից կախեք նաև ուղղալարը:
2. Անկանոն ձևի թիթեղին երեք տարբեր կետերում ամրացրեք փոքրիկ մեխեր (կամ կոճգամներ)՝ դրանց դիրքերը նշելով A, B և C տառերով:
3. Թելի մյուս ծայրն ամրացրեք A դիրքում թիթեղին գամված մեխին, և ապա թիթեղը բաց թողեք:

4. Հավասարակշռության վիճակում մատիտով նշեք թիթեղի վերին և ստորին այն դիրքերը, որոնցով անցնում է ուղղալարը:
5. Իջեցնելով թիթեղը՝ նրա վրա գծեք նշված կետերով անցնող ուղիղ:
6. Կրկնեք փորձը՝ թիթեղը կախելով B դիրքում գամված մեխից:
7. Գծված ուղիղների հատման կետը նշեք O տառով, և դարձյալ կրկնեք փորձը՝ թիթեղը կախելով C դիրքից:
8. Համոզվեք, որ C կախման կետով անցնող ուղղաձիգ ուղիղն անցնում է O կետով:
9. Փորձը կրկնեք՝ որոշելով կանոնավոր ձև ունեցող թիթեղների ծանրության կենտրոնները:
10. Այն առարկաները, որոնց ծանրության կենտրոնները որոշել եք, փորձեք հավասարակշռել գնդասեղի սայրի վրա: Համոզվեք, որ առարկան հավասարակշռության մեջ է, եթե նրա ծանրության կենտրոնը համատեղվել է ասեղի սայրին:

Խնդիրների լուծման օրինակներ



1. Միևնույն O կետում՝ նույն հարթության մեջ, կիրառված են մոդուլով հավասար հինգ ուժեր, որոնց վեկտորների ծայրակետերը կանոնավոր հնգանկյան գագաթներ են: Որոշեք այդ ուժերի $\vec{R}$ համազորը:

Լուծում: Ըստ խնդրի պայմանի՝երկու ամենամոտ ուժերի կազմած անկյունը 72° է, ուստի՝ $\angle AOB = 72^\circ$, որտեղ $|\vec{OA}| = |\vec{OB}|$: Զուգահեռագծի կանոնով կառուցենք $\vec{OA}$ և $\vec{OB}$ վեկտորների գումարը՝ $\vec{OM}$ վեկտորը: AOM եռանկյունից՝ $|\vec{OM}| = 2|\vec{OA}|\cos 36^\circ = 2F\cos 36^\circ$: $\vec{OM}$ և $\vec{OD}$ վեկտորների ազդման գծերը համընկնում են: Նույն ազդման գծի վրա է նաև $\vec{OC}$ և $\vec{OE}$ վեկտորների գումար $\vec{ON}$ վեկտորը: OEN եռանկյունից՝ $|\vec{ON}| = 2F\cos 72^\circ$, հետևաբար՝

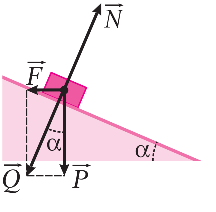
$$|(\vec{OA}+\vec{OB})+(\vec{OC}+\vec{OE})| = |\vec{OM}+\vec{ON}| = |\vec{OM}| - |\vec{ON}| = 2F(\cos 36^\circ - \cos 72^\circ) =$$

$$= 4F\sin 18^\circ \sin 54^\circ = \frac{2F\sin 54^\circ \sin 36^\circ}{\cos 18^\circ} = \frac{F\sin 54^\circ \sin 72^\circ}{\cos 18^\circ \cos 36^\circ} = F$$

Այսպիսով՝ $\vec{OA}$, $\vec{OB}$, $\vec{OC}$ և $\vec{OE}$ չորս ուժի վեկտորների գումարը հակադիր է $\vec{OD}$ վեկտորին, որից էլ հետևում է, որ դիտարկվող հինգ ուժերի վեկտորական գումարը (համազորը) զրո է:

Պատասխան՝ $\vec{R} = 0$:

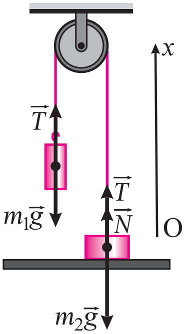
2. m **զանգվածով բեռը դրված է ողորկ թեք հարթության վրա: Բեռը հավասարակշռության մեջ է, երբ նրան կիրառված է $\vec{F}$ հորիզոնական ուժը (տես նկարը): Որոշեք $\vec{F}$ ուժի բացարձակ արժեքը: Ի՞նչ N' ուժով է բեռը ճնշում թեք հարթությունը:**



Լուծում: Բեռի վրա ազդում են՝ $\vec{P} = m\vec{g}$ ծանրության ուժը, $\vec{N}$ հակազդեցության ուժը և $\vec{F}$ կիրառված ուժը: Բեռը հավասարակշռության մեջ է, ուստի՝ $\vec{N}$ հակազդեցության ուժը հակադիր է $\vec{P}$ և $\vec{F}$ ուժերի $\vec{Q}$ համազորին՝ $\vec{N} = -\vec{Q}$, որտեղ $\vec{Q}$

ուժի մոդուլն այն ուղղանկյան անկյունագծի երկարությունն է, որի կողմերը հավասար են $\vec{P}$ և $\vec{F}$ բաղադրիչ ուժերի մոդուլներին: Հետևաբար՝ $F = mg\,\mathrm{tg}\alpha$, իսկ $Q = P/\cos\alpha = mg/\cos\alpha$: Համաձայն Նյուտոնի 3-րդ օրենքի՝ $\vec{N}' = -\vec{N}$, ուստի՝ $N' = N = Q = mg/\cos\alpha$:

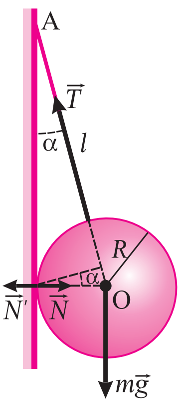
Պատասխան՝ $F = mg\,\mathrm{tg}\alpha$, $N' = mg/\cos\alpha$:



3. Անշարժ ճախարակի վրայով գցված պարանի մի ծայրից կախված է $m_1 = 2$կգ զանգվածով բեռ: Պարանի մյուս ծայրն ամրացված է հորիզոնական հատակին դրված $m_2 = 5$ կգ զանգվածով ծանրոցին (տես նկարը): Համակարգը հավասարակշռության մեջ է: Որոշել պարանի լարման ուժը և ծանրոցի գործադրած ճնշման ուժը հատակին: Թելի և ճախարակի զանգվածները, ինչպես նաև համակարգում հնարավոր բոլոր շփման ուժերն անտեսեք:

Լուծում: Բեռի վրա ազդում են $m_1\vec{g}$ ծանրության ուժը և պարանի $\vec{T}$ լարման ուժը, իսկ ծանրոցի վրա՝ $m_2\vec{g}$ ծանրության ուժը, թելի $\vec{T}$ լարման ուժը և հենարանի $\vec{N}$ հակազդեցության ուժը: Համակարգը հավասարակշռության մեջ է, ուստի՝ $\vec{T} + m_1\vec{g} = 0$, $\vec{N} + \vec{T} + m_2\vec{g} = 0$, կամ, պրոյեկտելով OX առանցքի վրա՝ $T - m_1 g = 0$, $N + T - m_2 g = 0$: Լուծելով այս համակարգը՝ ստանում ենք՝ $T = m_1 g$, $N = (m_2 - m_1)g$: Ծանրոցի գործադրած ճնշման ուժը՝ $\vec{N}' = -\vec{N}$, հետևաբար՝ $N' = N = (m_2 - m_1)g$: Տեղադրելով m_1, m_2, և g մեծությունների թվային արժեքները՝ կստանանք՝ $T = 19{,}6$ Ն, $N' = 29{,}4$ Ն:

Պատասխան՝ $T = 19{,}6$ Ն, $N' = 29{,}4$ Ն:



4. Ուղղաձիգ ողորկ պատին A կետում ամրացված թելի ծայրից կախված է m զանգվածով գունդը (տես նկարը): Որքա՞ն են թելի ձգման $\vec{T}$ ուժի և պատին գնդի ճնշման $\vec{N}'$ ուժի մոդուլները, եթե գնդի շառավիղը R է, թելի երկարությունը՝ l:

Լուծում: Ըստ խնդրի պայմանի՝ գունդը հավասարակշռության մեջ է, ուստի՝ գնդի $\vec{P} = m\vec{g}$ ծանրության ուժը, պատի հակազդեցության $\vec{N}$ ուժը և թելի ձգման $\vec{T}$ ուժն ընկած են նույն հարթության մեջ, իսկ դրանց ազդման գծերը հատվում են գնդի կենտրոնում: Հավասարակշռության վիճակում՝

$$\begin{cases} P_x + N_x + T_x = 0, \\ P_y + N_y + T_y = 0, \end{cases} \quad \text{կամ՝} \quad \begin{cases} T\sin\alpha = N, \\ T\cos\alpha = P: \end{cases}$$

Գծագրից $\sin\alpha = R/(l + R)$, իսկ $\cos\alpha = \sqrt{(l+R)^2 - R^2}/(l + R)$, հետևաբար՝

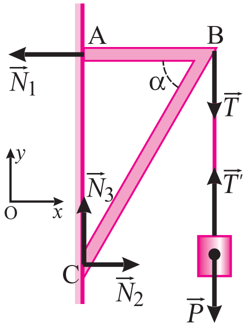
$$T = \frac{P}{\cos\alpha} = \frac{mg(l+R)}{\sqrt{(l+R)^2 - R^2}}, \quad N = \frac{mg(l+R)}{\sqrt{(l+R)^2 - R^2}} \cdot \frac{R}{l+R} = \frac{mgR}{\sqrt{(l+R)^2 - R^2}}:$$

Նյուտոնի երրորդ օրենքից $N' = N$:

Պատասխան՝ $T = \dfrac{mg(l+R)}{\sqrt{(l+R)^2 - R^2}}$, $N = \dfrac{mgR}{\sqrt{(l+R)^2 - R^2}}$:

5. $m = 100$ կգ զանգվածով բեռը կախված է բարձակից: ABC անկյունը՝ $\alpha = 60°$ (տես նկարը): Որոշել բարձակի վրա ազդող ուժերը: Բարձակի զանգվածն անտեսել:

Լուծում: Ընտրում ենք xOy կոորդինատային համակարգը (տես նկարը): Բարձակին կիրառված են պարանի ձգման $\vec{T}$ ուժը, AC պատի $\vec{N}_1$, $\vec{N}_2$ հակազդեցության ուժերը (ուղղահայաց են պատին) և C եզրով անկյունային մասի $\vec{N}_3$ հակազդեցության ուժը (ուղղված է ուղղաձիգով վեր): Համաձայն հավասարակշռության առաջին պայմանի՝ $N_2 - N_1 = 0$, $N_3 - T = 0$: Բեռի վրա ազդում են՝ $\vec{P} = m\vec{g}$ ծանրության ուժը և պարանի ձգման $\vec{T}'$ ուժը, ընդ որում, $\vec{T}' = -\vec{T}$, $T' = T$, հետևաբար՝ $T - mg = 0$: Այսպիսով՝ $T = N_3 = mg$, $N_1 = N_2$:



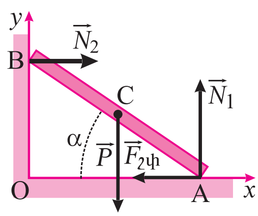
N_1-ը որոշենք օգտվելով մոմենտների կանոնից: Ենթադրենք՝ պտտման առանցքն անցնում է C կետով՝ ուղղահայաց նկարի հարթությանը: Հնարավոր պտույտի ուղղություն համարելով ժամսլաքի շարժման ուղղությունը՝ կստանանք, որ $\vec{T}$ ուժի մոմենտը դրական է, $\vec{N}_1$ ուժինը՝ բացասական: $\vec{T}$ ուժի բազուկը՝ $AB = l\cos\alpha$, իսկ $\vec{N}_1$ ուժի բազուկը՝ $AC = l\sin\alpha$, որտեղ $l = BC$: Հետևաբար՝ $Tl\cos\alpha - N_1 l\sin\alpha = 0$, որտեղից՝ $N_1 = N_2 = mg\,\mathrm{ctg}\,\alpha$:

Եթե $\vec{N}_2$ և $\vec{N}_3$ ուժերի համազորը նշանակենք $\vec{R}$-ով, ապա կարող ենք ասել, որ $\vec{R}$ ուժն ուղղված է BC-ի երկայնքով: Իրոք, բարձակը հավասարակշռության մեջ է, ուստի՝ $\vec{R}$, $\vec{N}_1$ և $\vec{T}$ երեք ուժերի ազդման գծերը պետք է հատվեն մեկ կետում (B կետում): Նշանակում է՝ $\vec{R}$-ը պետք է ուղղված լինի BC-ով: Տեղադրելով թվային արժեքները՝ ստանում ենք՝ $T = N_3 = 980$ Ն, $N_1 = N_2 = 577$ Ն:

Պատասխան՝ $T = N_3 = 980$ Ն, $N_1 = N_2 = 577$ Ն:

Խորացված

6. Համասեռ ձողը հենված է ողորկ պատին: Հատակի նկատմամբ ի՞նչ նվազագույն թեքության դեպքում ձողը դեռ չի սահի, եթե ձողի և հատակի շփման գործակիցը μ է:



Լուծում: Ձողի վրա ազդում են $\vec{P}$ ծանրության ուժը՝ կիրառված ձողի C միջնակետում, դադարի շփման $\vec{F}_{2փ}$ ուժը՝ ուղղված ձողի ներքևի A ծայրի հնարավոր շարժմանը հակադիր, հենարանների հակազդեցության N_1 և N_2 ուժերը՝ ուղղահայաց, համապատասխանաբար, հատակին և պատին: Քանի որ պատը ողորկ է, ապա ձողի վերին B ծայրին ազդող պատի շփման ուժը կարող ենք անտեսել: Հավասարակշռության առաջին պայմանից՝ $\vec{P} + \vec{F}_{2փ} + \vec{N}_1 + \vec{N}_2 = 0$, ստանում ենք՝ $N_2 - F_{2փ} = 0$, $N_1 - P = 0$:

Դիցուք՝ պտտման առանցքն անցնում է A կետով և ուղղահայաց է նկարի հարթությանը: Այդ առանցքի նկատմամբ N_1 և $\vec{F}_{2փ}$ ուժերի մոմենտները զրո են: Որոշենք ընտրված առանցքի նկատմամբ $\vec{P}$ և N_2 ուժերի d_1 և d_2 բազուկները: d_1-ը $\vec{P}$ ծանրության ուժի ազդման գծի հեռավորությունն է A կետից՝ $d_1 = AC\cos\alpha = (l/2)\cos\alpha$, որտեղ l-ը ձողի երկարությունն է: d_2-ը N_2 ուժի ազդման գծի հեռավորությունն է A կետից (հատակից)՝ $d_2 = OB = l\sin\alpha$: Հնարավոր պտույտի ուղղություն համարենք ժամսլաքի շարժման հակադիր ուղղությունը: Հետևաբար՛ $\vec{P}$ ուժի մոմենտն ընտրված առանցքի նկատմամբ՝ $M_1 = Pd = P(l/2)\cos\alpha$, իսկ N_2 ուժինը՝ $M_2 = -N_2 d_2 = -N_2 l\sin\alpha$: Համաձայն մոմենտների կանոնի՝

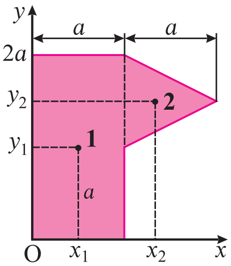
$$P\frac{l}{2}\cos\alpha - N_2 l\sin\alpha = 0:$$

Խորացված

Քանի որ $F_{շփ}$-ը դադարի շփման ուժի առավելագույն արժեքն է, ապա $F_{շփ} = \mu N_1$: Այսպիսով՝ ստանում ենք երեք հավասարում՝

$$N_2 = \mu N_1,\quad N_1 = P,\quad \frac{P}{2}\cos\alpha - N_2 \sin\alpha = 0,$$ որտեղից՝ $\mathrm{tg}\alpha = \dfrac{1}{2\mu}$:

Պատասխան՝ $\alpha = \mathrm{arctg}(1/2\mu)$:



7. Որոշել բավականաչափ բարակ համասեռ թիթեղի ծանրության կենտրոնի կոորդինատները: Թիթեղի չափերը ներկայացված են նկարում:

Լուծում: Թիթեղը տրոհենք երկու մասի՝ $S_1 = 2a^2$ մակերեսով **1** ուղղանկյան և $S_2 = a^2/2$ մակերեսով **2** եռանկյան: Համաձայն (8.16) բանաձևի՝

$$x_c = (\Delta m_1 x_1 + \Delta m_2 x_2)/m,\quad y_c = (\Delta m_1 y_1 + \Delta m_2 y_2)/m:$$

Խորացված

Թիթեղի զանգվածը՝ $m = \Delta m_1 + \Delta m_2 = \rho S_1 + \rho S_2$, որտեղ ρ-ն թիթեղի միավոր մակերեսին համապատասխանող զանգվածն է: Նկարից երևում է, որ

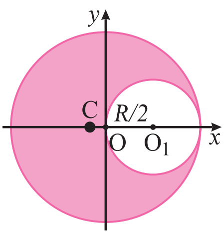
$$x_1 = \frac{a}{2},\quad y_1 = a,\quad x_2 = a + \frac{a}{3} = \frac{4a}{3},\quad y_2 = a + \frac{a}{2} = \frac{3a}{2},$$

հետևաբար՝

$$\Delta m_1 = 2\rho a^2,\quad \Delta m_2 = \frac{1}{2}\rho a^2,\quad m = 2\rho a^2 + \frac{1}{2}\rho a^2 = \frac{5}{2}\rho a^2:$$

$$x_c = \frac{2\rho a^2 \dfrac{a}{2} + \dfrac{1}{2}\rho a^2 \dfrac{4a}{3}}{\dfrac{5}{2}\rho a^2} = \frac{2}{3}a,\quad y_c = \frac{2\rho a^3 + \dfrac{1}{2}\rho a^2 \dfrac{3a}{2}}{\dfrac{5}{2}\rho a^2} = \frac{11}{10}a:$$

Պատասխան՝ $x_c = 2a/3,\quad y_c = 1,1a$:



8. Համասեռ հարթ թիթեղից կտրված է R շառավղով հոծ սկավառակ, որից հանված է $r = R/2$ շառավղով շրջան, որի O_1 կենտրոնի հեռավորությունը սկավառակի O կենտրոնից $r = R/2$ է: Որոշել ստացված առարկայի ծանրության կենտրոնի դիրքը:

Լուծում: Կոորդինատների O սկզբնակետը համատեղենք սկավառակի O կենտրոնին, իսկ x և y առանցքները ուղղենք այնպես, ինչպես ցույց է տրված նկարում:

Խորացված

Պատկերացնենք, որ ստացված առարկան կազմված է ρ խտությամբ սկավառակից և $-\rho$ խտությամբ փոքր սկավառակից: Այդ դեպքում, համաձայն (8.16) բանաձևերի, առարկայի C ծանրության կենտրոնի x_c և y_c կոորդինատները՝ $x_c = (\Delta m_1 x_1 + \Delta m_2 x_2)/m$, $y_c = (\Delta m_1 y_1 + \Delta m_2 y_2)/m$, որտեղ Δm_1-ը սկավառակի զանգվածն է՝ $\Delta m_1 = \rho \cdot \pi R^2$, իսկ Δm_2-ը՝ փոքր շրջանի զանգվածը՝ $\Delta m_2 = -\rho \cdot \pi R^2/4$ (ρ-ն սկավառակի միավոր մակերեսին համապատասխանող զանգվածն է): Ուստի՝ առարկայի զանգվածը՝ $m = \Delta m_1 + \Delta m_2 = 3\rho\pi R^2/4$: Քանի որ $x_1 = 0$, $y_1 = 0$, $x_2 = R/2$, $y_2 = 0$, ապա

$$x_c = \frac{-\dfrac{\rho\pi R^2}{4} \cdot \dfrac{R}{2}}{\dfrac{3}{4}\rho\pi R^2} = -\frac{R}{6},\quad y_c = 0:$$

Պատասխան՝ $x_c = -R/6,\quad y_c = 0$:

ԳԼՈՒԽ IX

ՊԱՀՊԱՆՄԱՆ ՕՐԵՆՔՆԵՐԸ ՄԵԽԱՆԻԿԱՅՈՒՄ

ՆԵՐԱԾՈՒԹՅՈՒՆ

Գոյություն ունեն ֆիզիկական մեծություններ, որոնք մարմինների փոխազդեցության ընթացքում և որոշակի պայմաններում չեն փոփոխվում: Այդպիսի մեծություններ են, օրինակ, էներգիան և իմպուլսը: Այն պնդումը, որ փոխազդող մարմինների համակարգը որպես ամբողջություն բնութագրող որևէ ֆիզիկական մեծություն ժամանակի ընթացքում պահպանվում է, կրում է **պահպանման օրենք** անվանումը:

Եթե որևէ համակարգում հայտնի են մարմինների սկզբնական կոորդինատներն ու արագությունները և մարմինների վրա ազդող բոլոր ուժերը, ապա Նյուտոնի երկրորդ օրենքը հնարավորություն է տալիս սկզբունքորեն լուծելու մեխանիկայի հիմնական խնդիրն այդ համակարգի համար, այսինքն՝ որոշել համակարգի յուրաքանչյուր մարմնի դիրքը տարածության մեջ՝ ժամանակի յուրաքանչյուր պահի: Այս դեպքում հարց է ծագում. ի՞նչ դեր ունեն պահպանման օրենքները:

Պահպանման օրենքները հնարավորություն են տալիս համակարգի մասին ստանալու առավել ընդհանրական տեղեկություններ: Դրանց օգնությամբ հնարավոր է միանգամից բացատրել որոշ երևույթներ՝ առանց մանրամասն քննարկելու դրանց առաջացման մեխանիզմները: Օրինակ՝ այլևս ժամանակ չեն ծախսում հավերժական շարժիչ նախագծելու համար, քանի որ դրա գոյությունը հակասում է էներգիայի պահպանման օրենքին:

Պահպանման օրենքները կարող են օգտագործվել նաև այն դեպքերում, երբ հայտնի չեն համակարգում գործող ուժերը: Նույնիսկ եթե հայտնի են մարմինների վրա ազդող ուժերը, պահպանման օրենքների կիրառումը որոշ դեպքերում էապես հեշտացնում է խնդրի լուծումը:

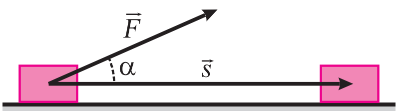
Պահպանման օրենքները ֆիզիկայի հիմնարար օրենքներ են: Դրանք բացառիկ կարևոր դեր ունեն, որովհետև կիրառելի են ոչ միայն մեխանիկայում, այլև ֆիզիկայի մյուս բաժիններում:

Մեխանիկայում պահպանման օրենքներն ուսումնասիրելու համար նախ պետք է պարզել մարմնի շարժման վիճակի փոփոխության կապը նրա վրա ազդող ուժի տարածական և ժամանակային ազդեցության բնութագրերի հետ: Ուժի տարածական ազդեցությունը բնութագրում է ուժի և տեղափոխության $\vec{F}\$\vec{s}$ սկալյար արտադրյալը, որն ուսումնասիրելով կհանգենք էներգիայի պահպանման օրենքին: Ուժի ժամանակային ազդեցությունը բնութագրող, ուժի և նրա ազդման տևողության $\vec{F}t$ արտադրյալն ուսումնասիրելով՝ կհանգենք իմպուլսի պահպանման օրենքին:

§50. ՄԵԽԱՆԻԿԱԿԱՆ ԱՇԽԱՏԱՆՔ

Էներգիայի պահպանման օրենքի հետ սերտորեն առնչվում է մեխանիկական աշխատանք կոչվող ֆիզիկական մեծությունը, որի մասին նախնական պատկերացումներ տրվել են 7-րդ դասարանի ֆիզիկայի դասընթացում: Այժմ ծանոթանանք մեխանիկական աշխատանքի առավել ընդհանուր սահմանմանը և նրա մի շարք կարևոր հատկություններին:

Եթե մարմինն ուժի ազդեցությամբ տեղափոխվում է, ապա փոխվում է մարմնի վիճակը, քանի որ փոխվում են մարմնի արագությունը և դիրքը տարածության մեջ: Որքան մեծ է մարմնի վրա ազդող ուժը և նրա տեղափոխությունը, այնքան շատ է փոխվում մարմնի վիճակը: Մարմնի վիճակի փոփոխությունը բնութագրող մեծությունը, որը կախված է մարմնի վրա ազդող ուժից և տեղափոխությունից, կոչվում է **մեխանիկական աշխատանք**: Առայժմ սահմանափակվենք հաստատուն ուժի մեխանիկական աշխատանքի որոշմամբ: **Մեխանիկական աշխատանք է կոչվում է այն սկալյար ֆիզիկական մեծությունը, որը հավասար է մարմնի վրա ազդող ուժի ու տեղափոխության վեկտորների մոդուլների և այդ վեկտորներով կազմված անկյան կոսինուսի արտադրյալին՝**



Նկ. 133. *Աշխատանքը որոշվում է ուժի և տեղափոխության վեկտորների սկալյար արտադրյալով*

$$A = |\vec{F}||\vec{s}|\cos\alpha = Fs\cos\alpha: \qquad (9.1)$$

Երկու վեկտորների սկալյար արտադրյալը հավասար է դրանց մոդուլների և միմյանց հետ կազմած անկյան կոսինուսի արտադրյալին, ուստի՝ հաստատուն ուժի մեխանիկական աշխատանքը կարելի է սահմանել նաև որպես ուժի և տեղափոխության վեկտորների սկալյար արտադրյալ (նկ. 133)՝

$$A = \vec{F}\cdot\vec{s} = Fs\cos\alpha: \qquad (9.2)$$

Միավորների ՄՀ-ում ուժի միավորը նյուտոնն է, տեղափոխության միավորը՝ մետրը, ուստի աշխատանքի միավորը ՄՀ-ում կլինի 1 Ն·մ , որն անվանում են ջոուլ՝ 1 Ջ = 1 Ն · 1 մ = 1 Նմ: (9.2) բանաձևի օգնությամբ սահմանենք ջոուլի ֆիզիկական իմաստը: **1 ջոուլն այն աշխատանքն է, որը կատարում է 1 Ն հաստատուն ուժը մարմինը 1 մ տեղափոխելիս, երբ ուժի ազդման ուղղությունը համընկնում է տեղափոխության ուղղությանը:**

Աշխատանքի սահմանումից հետևում է, որ այն կարող է լինել և՛ դրական, և՛ բացասական, ինչպես նաև ընդունել զրո արժեք: Աշխատանքի նշանը որոշվում է ուժի և տեղափոխության վեկտորների կազմած անկյան կոսինուսի նշանով: Դիտարկենք մի քանի մասնավոր դեպքեր:

1. Երբ $\alpha = 0$, $\cos\alpha = 1$, ուստի՝ կատարված աշխատանքը դրական է՝ $A = Fs > 0$: Այս դեպքում ուժի ուղղությունը համընկնում է տեղափոխության ուղղությանը: Այդ-

պիսի աշխատանք է կատարում հավասարաչափ շարժվող ավտոմեքենայի քարշի ուժն ուղղագիծ ճանապարհին, ընկնող մարմնի վրա ազդող ծանրության ուժը և այլն: Ընդհանուր դեպքում աշխատանքը դրական է, եթե ուժը և տեղափոխությունը կազմում են սուր անկյուն ($0° \leq \alpha < 90°$), քանի որ այդ դեպքում $\cos\alpha > 0$:

2. Երբ $\alpha = 180°$, $\cos\alpha = -1$, ուստի՝ կատարված աշխատանքը բացասական է՝ $A = Fs < 0$: Այս դեպքում ուժն ուղղված է տեղափոխությանը հակառակ: Մարմնի տեղափոխությանը հակառակ են ուղղված սահքի և գլորման շփման ուժերը, հեղուկում կամ գազում շարժվող մարմնի վրա ազդող դիմադրության ուժը, ուղղաձիգ դեպի վեր շարժվող մարմնի վրա ազդող ծանրության ուժը, հեղուկում խորասուզվող մարմնի վրա ազդող արքիմեդյան ուժը և այլն: Նշված ուժերը նկարագրված դեպքերում կատարում են բացասական աշխատանք: Ընդհանուր դեպքում ուժի աշխատանքը բացասական է, եթե ուժի և տեղափոխության կազմած անկյունը բութ է կամ փռված ($90° < \alpha \leq 180°$), քանի որ այդ դեպքում $\cos\alpha < 0$:

3. Երբ $\alpha = 90°$, $\cos\alpha = 0$, հետևաբար՝ $A = 0$: Սա նշանակում է, որ տեղափոխությանն ուղղահայաց ուժն աշխատանք չի կատարում: Օրինակ՝ աշխատանք չեն կատարում հորիզոնական ճանապարհով շարժվող ավտոմեքենայի վրա ազդող ծանրության և ճանապարհի հակազդեցության ուժերը, մաթեմատիկական ճոճանակի տատանումների ժամանակ թելի լարման ուժը և այլն: Աշխատանք չի կատարում նաև Լորենցի ուժը, որը միշտ ուղղահայաց է մագնիսական դաշտում շարժվող լիցքավորված մասնիկի արագության ուղղությանը:

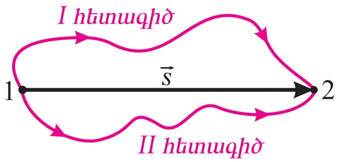
Աշխատանքը զրո է նաև այն դեպքում, երբ մարմնի վրա ուժ է ազդում, սակայն այն չի տեղափոխվում: Այս առումով մեխանիկական աշխատանքի սահմանումը տարբերվում է առօրյա կյանքում օգտագործվող «աշխատանք» հասկացությունից, երբ աշխատանք է համարվում կամայական գործողություն, որի ժամանակ որոշակի ուժ է գործադրվում: Օրինակ՝ երբ մարդը ծանր բեռ է պահում, ասում են, որ նա հոգնում է, աշխատանք է կատարում, մինչդեռ, համաձայն մեխանիկական աշխատանքի սահմանման՝ բեռի վրա մարդու ազդող ուժի կատարած աշխատանքը զրո է, քանի որ տեղափոխություն չի կատարվում:

Ուժը մարմինների փոխազդեցության բնութագիրն է, և եթե տվյալ մարմնի վրա ուժ է ազդում, ապա այն բնութագրում է մեկ այլ մարմնի ազդեցությունը: Ուստի՝ հաճախ խոսում են ոչ թե ուժի կատարած աշխատանքի, այլ այդ ուժն առաջ բերող մարմնի կատարած աշխատանքի մասին: Օրինակ՝ երբ տղան հրում է սահնակը, «սահնակի վրա տղայի ազդող ուժի կատարած աշխատանք» ասելու փոխարեն ասում են նաև «տղայի կատարած աշխատանք»: Նմանապես, «շարժիչի ազդող ուժերի կատարած աշխատանք» ասելու փոխարեն ասում են «շարժիչի կատարած աշխատանք» և այլն:

Աշխատանքի վերը նշված սահմանումը վերաբերում է ինչպես ուղղագիծ, այնպես էլ կորագիծ շարժմանը, երբ ազդող ուժը և՛ մոդուլով, և՛ ուղղությամբ մնում է հաստատուն: Նշենք նաև, որ սահմանման մեջ մտնում է ոչ թե մարմնի անցած ճանապարհը, այլ կատարած տեղափոխությունը: Այս սահմանումից բխում են աշխատանքի հետևյալ կարևոր հատկությունները:

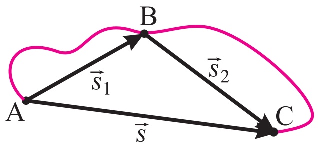
1. Հաստատուն ուժի աշխատանքը կախված չէ մարմնի շարժման հետագծի ձևից: Այս հատկությունն աշխատանքի սահմանման պարզ հետևանք է:

Չէ՞ որ աշխատանքը սահմանվում է տեղափոխության միջոցով, որը կախված է միայն մարմնի սկզբնական և վերջնական դիրքերից: Ինչ տեսք էլ ունենա մարմնի հետագիծը (նկ. 134), նրա $\vec{s}$ տեղափոխությունը մարմնի սկզբնական դիրքը վերջնական դիրքին միացնող վեկտորն է, որը բոլոր հետագծերի համար նույնն է, ուստի՝ նույնն է նաև հաստատուն ուժի և տեղափոխության սկալյար արտադրյալով որոշվող $A = \vec{F}\cdot\vec{s}$ աշխատանքը:



Նկ. 134. *Հաստատուն ուժի աշխատանքը կախված չէ հետագծի ձևից:*

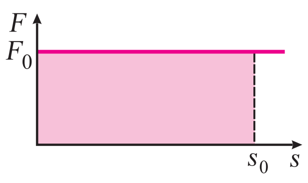
2. Հաստատուն ուժի կատարած աշխատանքը փակ հետագծով զրո է: Իրոք, փակ հետագծով մարմնի տեղափոխությունը՝ $\vec{s} = 0$, հետևաբար՝ $A = \vec{F}\cdot\vec{s} = 0$:



Նկ. 135. *Հաստատուն ուժի աշխատանքը հետագծի* ABC *տեղամասում* AB *և* BC *տեղամասերում կատարված աշխատանքների գումարն է:*

3. Հետագծի երկայնքով հաստատուն ուժի կատարած աշխատանքը հավասար է հետագծի առանձին տեղամասերում այդ ուժի կատարած աշխատանքների հանրահաշվական գումարին: Դիցուք՝ մարմինը A կետից տեղափոխվում է C կետ ABC հետագծով (նկ. 135): Հետագծի AB և BC տեղամասերում հաստատուն ուժի կատարած աշխատանքներն են՝ $A_1 = \vec{F}\cdot\vec{s}_1$, $A_2 = \vec{F}\cdot\vec{s}_2$ հետևաբար՝ $A_1 + A_2 = \vec{F}\cdot\vec{s}_1 + \vec{F}\cdot\vec{s}_2 = \vec{F}\cdot(\vec{s}_1 + \vec{s}_2)$: Քանի որ $(\vec{s}_1 + \vec{s}_2)$-ը մարմնի կատարած ամբողջ $\vec{s}$ տեղափոխությունն է, ապա՝ $A = A_1 + A_2$:

Հաստատուն ուժի աշխատանքի բանաձևն ունի նաև երկրաչափական մեկնաբանություն: Նշվածը պարզաբանենք հետևյալ օրինակով: Դիցուք՝ հաստատուն $\vec{F}_0$ ուժի ազդեցությամբ մարմինն ուժի ազդման ուղղությամբ կատարում է $\vec{s}_0$ տեղափոխություն: 136-րդ նկարում պատկերված է այդ ուժի մոդուլի՝ տեղափոխության մոդուլից կախումն արտահայտող գրաֆիկը: (9.1) բանաձևից հետևում է, որ այդ դեպքում կատարված աշխատանքը՝ $A = F_0 s_0$, որը թվապես հավասար է 136-րդ նկարում գունավորված ուղղանկյան մակերեսին: Ուրեմն՝ ուժի աշխատանքը թվապես հավասար է ուժի մոդուլի՝ տեղափոխության մոդուլից կախումն արտահայտող գրաֆիկով սահմանափակված պատկերի մակերեսին:



Նկ. 136. *Հաստատուն ուժի աշխատանքը գունավորված ուղղանկյան մակերեսն է:*

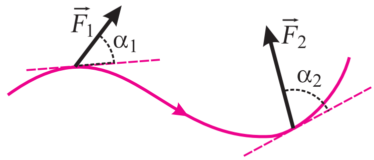
խորացված

Փոփոխական ուժի աշխատանքը: Ինչպե՞ս հաշվել աշխատանքը, երբ մարմնի տեղափոխության ժամանակ նրա վրա ազդող ուժը փոփոխվում է: Ենթադրենք՝ մարմինը շարժվում է կոր հետագծով (նկ. 137), ընդ որում, շարժման ընթացքում փոխվում է ազդող ուժի և՛ մոդուլը, և՛ ուղղությունը, ինչպես նաև ուժի և տեղափոխության վեկտորների կազմած անկյունը: Տվյալ դեպքում աշխատանքը չի կարելի հաշվել (9.2) բանաձևով, քանի որ մարմնի վրա ազդող ուժը հաստատուն չէ: Դրա համար շարժման հետագիծը բաժանենք մեծ թվով այնպիսի փոքր տեղամասերի, որոնցից յուրաքանչյուրում հնարավոր

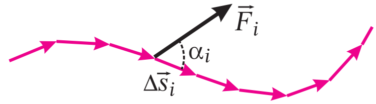
Խորացված

լինի ուժը համարել հաստատուն (նկ. 138): Հետագծի i-րդ տեղամասում ուժի կատարած աշխատանքը՝ $\Delta A_i = F_i \Delta s_i \cos\alpha_i$, որտեղ F_i-ն ուժի մոդուլն է, Δs_i-ն՝ տեղափոխության մոդուլը, իսկ α_i-ն՝ տեղափոխության և ուժի կազմած անկյունը: Ուժի կատարած աշխատանքն ամբողջ հետագծով շարժվելիս հավասար կլինի հետագծի առանձին տեղամասերում կատարված աշխատանքների հանրահաշվական գումարին՝

$$A = \Delta A_1 + \Delta A_2 + \cdots + \Delta A_n: \qquad (9.3)$$

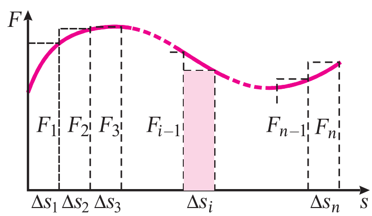


Նկ. 137. *Շարժման ընթացքում մարմնի վրա ազդող ուժը փոփոխվում է:*



Նկ. 138. *Հետագծի բավականաչափ փոքր տեղամասում մարմնի վրա ազդող ուժը կարելի է հաստատուն համարել:*

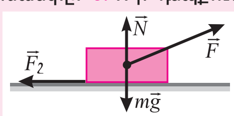
Փոփոխական ուժի աշխատանքը հարմար է հաշվել նաև գրաֆիկորեն: Ապացուցենք, որ այս դեպքում ևս, ինչպես հաստատուն ուժի դեպքում, աշխատանքը թվապես հավասար է ուժի մոդուլի՝ տեղափոխության մոդուլից կախումն արտահայտող գրաֆիկով սահմանափակված պատկերի մակերեսին: Սահմանափակվենք պարզ դեպքով, երբ մարմինը շարժվում է ուղղագիծ, և ուժն ուղղված է տեղափոխության ուղղությամբ: Դիցուք՝ ազդող ուժի մոդուլի կախումը տեղափոխության մոդուլից արտահայտվում է 139-րդ նկարում պատկերված գրաֆիկով: Մարմնի շարժման հետագիծը բաժանենք այնքան փոքր $\Delta s_1, \Delta s_2, \ldots, \Delta s_n$ տեղամասերի, որ դրանցից յուրաքանչյուրում ուժը հնարավոր լինի համարել հաստատուն: Այդ դեպքում i-րդ տեղամասում ուժի $\Delta A_i = F_i \Delta s_i$ աշխատանքը թվապես հավասար է 139-րդ նկարում գունավորված ուղղանկյան մակերեսին: Ամբողջ աշխատանքը թվապես հավասար կլինի բոլոր ուղղանկյունների մակերեսների գումարին: Եթե Δs_i մեծությունները ձգտեն զրոյի, ուղղանկյունների մակերեսների գումարը կձգտի ուժի գրաֆիկով սահմանափակված պատկերի մակերեսին:



Նկ. 139. *Ամբողջ աշխատանքը հավասար է հետագծի առանձին տեղամասերում կատարված աշխատանքների գումարին:*

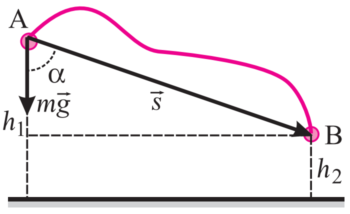
Հարցեր և առաջադրանքներ

1. Սահմանե՛ք մեխանիկական աշխատանքը: **2.** Ի՞նչ միավորով է արտահայտվում աշխատանքը միավորների ՄՀ-ում: Ո՞րն է նրա ֆիզիկական իմաստը: **3.** Ո՞ր դեպքում է մարմնի վրա ազդող ուժի աշխատանքը՝ ա) դրական, բ) բացասական, գ) զրո: **4.** Ի՞նչ նշան ունի հարթակի վրա շարժվող արկղի վրա ազդող ուժերից յուրաքանչյուրի աշխատանքը (տե՛ս նկարը): **5.** Որո՞նք են հաստատուն ուժի աշխատանքի հատկությունները: **6.** Ո՞րն է աշխատանքի բանաձևի երկրաչափական իմաստը: **7.** Կախվա՞ծ է արդյոք ուժի կատարած աշխատանքը հաշվարկման համակարգի ընտրությունից: **8.** Հնարավո՞ր է, որ դադարի շփման ուժի աշխատանքը լինի զրոյից տարբեր: Բերե՛ք օրինակ: **9.** Բերե՛ք օրինակ, երբ սահքի շփման ուժը կատարում է դրական աշխատանք: **10.** Ինչպե՞ս կարելի է հաշվել փոփոխական ուժի աշխատանքը:



§51. ԾԱՆՐՈՒԹՅԱՆ ՈՒԺԻ ԱՇԽԱՏԱՆՔԸ

Դիցուք՝ m զանգվածով մարմինը Երկրի մակերևույթից h_1 բարձրությամբ A կետից կամայական հետագծով տեղափոխվում է h_2 բարձրությամբ B կետը (նկ. 140): Եթե $h_1 - h_2$ տարբերությունը շատ փոքր է Երկրի շառավղից, ապա մարմնի վրա ազդող $\vec{F} = m\vec{g}$ ծանրության ուժը կարելի է համարել հաստատուն: Օգտվելով հաստատուն ուժի կատարած աշխատանքի (9.2) բանաձևից, կստանանք՝



Նկ. 140. *Ծանրության ուժի կատարած աշխատանքը կախված չէ հետագծի ձևից:*

$$A = mgs\cos\alpha, \qquad (9.4)$$

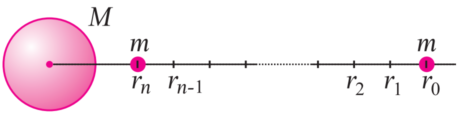
որտեղ α-ն ուժի և տեղափոխության վեկտորների կազմած անկյունն է: 140-րդ նկարից հետևում է, որ $s\cos\alpha = h_1 - h_2$, ուստի՝

$$A = mg(h_1 - h_2)\,: \qquad (9.5)$$

Այս բանաձևը վկայում է, որ ծանրության ուժի կատարած աշխատանքը կախված չէ հետագծի ձևից և որոշվում է միայն սկզբնական և վերջնական դիրքերի՝ Երկրից ունեցած բարձրությունների տարբերությամբ: Երբ $h_2 < h_1$, ապա $A > 0$, այսինքն՝ դեպի ներքև շարժվող մարմնի վրա ազդող ծանրության ուժի աշխատանքը դրական է: Ընդհակառակը, երբ մարմինը շարժվում է դեպի վեր ($h_2 > h_1$), ապա այդ ուժի աշխատանքը բացասական է:

խորացված

Անհամասեռ գրավիտացիոն դաշտի կատարած աշխատանքը: Ծանրության ուժի կատարած աշխատանքը հաշվելիս օգտվեցինք հաստատուն ուժի աշխատանքի բանաձևից, ենթադրելով՝ որ ծանրության ուժը մարմնի շարժման ընթացքում չի փոխվում: Այս մոտավորությունը ճիշտ է այն դեպքում, երբ շարժման ընթացքում մարմնի՝ Երկրից ունեցած հեռավորության փոփոխությունը շատ փոքր է Երկրի շառավղից: Այժմ հաշվենք մարմնի վրա Երկրի գրավիտացիոն դաշտի ուժի կատարած աշխատանքը՝ հաշվի առնելով այդ ուժի փոփոխությունը մարմնի շարժման ընթացքում:



Նկ. 141. *Գրավիտացիոն ուժի կատարած աշխատանքը հետագծի առանձին փոքր տեղամասերում կատարած աշխատանքների գումարն է:*

Դիցուք՝ m զանգվածով մարմինը Երկրի կենտրոնից r_0 հեռավորությամբ կետից տեղափոխվում է r_n հեռավորությամբ կետ մարմինը Երկրի կենտրոնին միացնող շառավղի երկայնքով (նկ. 141): Մարմնի վրա ազդող գրավիտացիոն ուժը հետագծի կամայական կետում ուղղված է դեպի Երկրի կենտրոն: Այդ ուժի աշխատանքը հաշվելու համար մարմնի հետագիծը բաժանենք այնքան փոքր տեղամասերի, որ դրանցից յուրաքանչյուրում գրավիտացիոն ուժը հնարավոր լինի համարել հաստատուն: 141-րդ նկարում r_1-ով, r_2-ով, ..., r_n-ով նշանակված են այդ հատվածների ծայրակետերի հեռավորությունները Երկրի կենտրոնից:

Հաշվենք գրավիտացիոն ուժի կատարած աշխատանքը հետագծի $\Delta r = r_0 - r_1$ տեղամասում: Քանի որ Δr-ը շատ փոքր է r_0-ից և r_1-ից, ապա այդ միջակայքում մարմնի վրա ազդող ուժը կարելի է համարել հաստատուն և նրա արժեքը որոշել միջակայքին պատկանող որևէ կետում, որի հեռավորությունը Երկրից r է. $F = GmM/r^2$, որտեղ M-ը Երկրի զանգվածն է:

Δr տեղամասում կատարված աշխատանքը՝

$$\Delta A_1 = F\Delta r = G\frac{Mm}{r^2}(r_0 - r_1): \qquad (9.6)$$

Քանի որ r_0-ն և r_1-ը շատ քիչ են տարբերվում իրարից, ապա (9.6) արտահայտության մեջ r^2-ն կարելի է փոխարինել $r_1 r_0$ արտադրյալով: Այդ դեպքում՝

$$\Delta A_1 = G\frac{Mm}{r_0 r_1}(r_0 - r_1) = GMm\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_0}\right): \qquad (9.7)$$

Նմանապես երկրորդ միջակայքում կատարված աշխատանքը կլինի՝ $\Delta A_2 = GMm(1/r_2 - 1/r_1)$, ... n-րդ միջակայքում՝ $\Delta A_n = GMm(1/r_n - 1/r_{n-1})$:

Հետագծի ամբողջ տեղամասում կատարված աշխատանքը՝

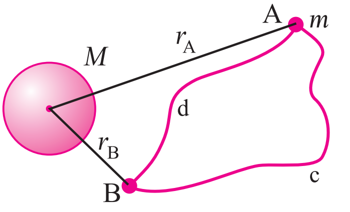
$$A = \Delta A_1 + \Delta A_2 + \dots + \Delta A_n =$$
$$= GMm\left[\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_0}\right) + \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}\right) + \dots + \left(\frac{1}{r_n} - \frac{1}{r_{n-1}}\right)\right]: \qquad (9.8)$$

Հեշտ է նկատել, որ (9.8) արտահայտության մեջ, բացի երկրորդ և նախավերջին անդամներից, բոլոր անդամները կրճատվում են, այնպես որ կատարված աշխատանքը կախված է միայն մարմնի սկզբնական և վերջնական դիրքերի՝ Երկրից ունեցած հեռավորություններից՝

$$A = GMm\left(\frac{1}{r_n} - \frac{1}{r_0}\right): \qquad (9.9)$$

Կարելի է ցույց տալ, որ (9.9) բանաձևը ճիշտ է կամայական հետագծի դեպքում, երբ մարմինը Երկրի կենտրոնից r_A հեռավորությամբ կամայական A կետից տեղափոխվում է r_B հեռավորությամբ B կետ (նկ. 142)՝

$$A = GMm\left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A}\right): \qquad (9.10)$$



Նկ. 142. *Գրավիտացիոն դաշտի կատարած աշխատանքը կախված չէ մարմնի շարժման հետագծի ձևից:*

Այս բանաձևից հետևում է, որ մարմինն A կետից B կետ տեղափոխվելիս կատարված աշխատանքը կախված չէ հետագծի ձևից: 142-րդ նկարում պատկերված A և B կետերը միացնող կամայական AcB, AdB կամ մեկ այլ հետագծով շարժվելիս կատարվում է նույն աշխատանքը:

Այսպիսով՝ երբ ծանրության ուժը կարելի է համարել հաստատուն, աշխատանքը որոշվում է (9.5) բանաձևով, իսկ ընդհանուր դեպքում՝ (9.10) բանաձևով: Ակնհայտ է, որ Երկրից փոքր հեռավորությունների դեպքում ($h \ll R$) նշված երկու բանաձևերը պետք է տան միևնույն արդյունքը: Իրոք, երբ մարմինը h բարձրությամբ կետից տեղափոխվում է Երկրի մակերևույթ, համաձայն (9.5) բանաձևի, $A = mgh$: (9.10) բանաձևի մեջ տեղադրելով $r_A = R + h$, $r_B = R$՝ կստանանք՝

Խորացված

$$A = GMm\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R+h}\right) = GMm\frac{h}{R(R+h)}:$$

Երբ $h \ll R$, կարող ենք հայտարարում h-ն անտեսել R-ի նկատմամբ, ուստի՝ $A = mhGM/R^2$: Քանի որ $g = GM/R^2$-ն ազատ անկման արագացումն է Երկրի մակերևույթի մոտ, կստանանք՝ $A = mgh$:

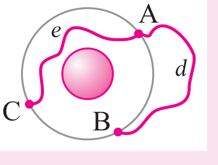
Այժմ հաշվենք ծանրության ուժի աշխատանքը, երբ մարմինն անսահման հեռու կետից (որտեղ գործնականում Երկրի ձգողության ուժը կարելի է անտեսել) տեղափոխվում է Երկրի մակերևույթի որևէ կետ: Այդ դեպքում $r_A \to \infty$, իսկ $r_B = R$, ուստի՝ (9.10) բանաձևից կստանանք՝

$$A = \frac{GMm}{R} = m\frac{GM}{R^2}R = mgR\ : \qquad (9.11)$$

Մարմինը Երկրի մակերևույթից անսահման հեռու կետ հավասարաչափ կարելի է տեղափոխել, եթե ամեն մի կետում նրա վրա կիրառենք գրավիտացիոն ուժին հավասար և նրան հակառակ ուղղված փոփոխական ուժ: Այդ ուժի կատարած աշխատանքը նույնպես կորոշվի (9.11) բանաձևով: Հաշվենք այդ աշխատանքը 1 կգ զանգվածով մարմնի համար: Հաշվի առնելով, որ $g \approx 10$ մ/վ^2, $R \approx 6{,}4\cdot10^6$ մ՝ կստանանք՝ $A = 6{,}4\cdot10^7$ Ջ: Նշենք, որ մոտավորապես այդքան էներգիա է անջատվում 1,4 կգ բենզին այրելիս:

Հարցեր և առաջադրանքներ

1. Ի՞նչ բանաձևով է որոշվում ծանրության ուժի աշխատանքը Երկրի մակերևույթին մոտ կետերում: **2.** Հորիզոնի հետ α անկյուն կազմող թեք հարթությամբ m զանգվածով մարմինն անցնում է L ճանապարհ: Որքա՞ն է ծանրության ուժի աշխատանքը: **3.** Ուղղաձիգ դեպի վեր նետված մարմինը հասնում է առավելագույն բարձրության և վերադառնում իր սկզբնական դիրք: Որքա՞ն է այդ ընթացքում ծանրության ուժի կատարած աշխատանքը: Պատասխանը հիմնավորեք: **4.** l երկարությամբ թելին ամրացված m զանգվածով գնդիկը պտտում են ուղղաձիգ հարթության մեջ: Որքա՞ն է ծանրության ուժի աշխատանքը՝ ա) մեկ պարբերության ընթացքում, բ) կես պարբերության ընթացքում, երբ գնդիկը վեր է բարձրանում: **5.** Նկարում պատկերված են Երկրի գրավիտացիոն դաշտում շարժվող մարմնի երկու՝ AdB և AeC հետագծերը: Ո՞ր հետագծի դեպքում է գրավիտացիոն դաշտի կատարած աշխատանքն ավելի մեծ:



§52. ԱՌԱՁԳԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ՈՒԺԻ ԱՇԽԱՏԱՆՔԸ

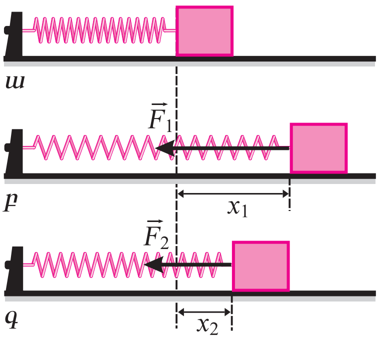
Բնության մեջ հաճախակի հանդիպող ուժերից է առաձգականության ուժը: Ստանանք նաև այդ ուժի աշխատանքի հաշվարկման բանաձևը:

Որպես առաձգական մարմնի մոդել դիտարկենք 143-րդ նկարում պատկերված զսպանակը: Դիցուք՝ սկզբում այն դեֆորմացված չէ (նկ. 143,ա): Նրա ձախ ծայրն անշարժ ամրացված է, իսկ աջ ծայրը կարող է նրան ամրացված բեռի հետ միասին շարժվել հորիզոնական ուղղությամբ՝ ձգելով կամ սեղմելով զսպանակը:

Մարմինը տեղափոխենք դեպի աջ՝ ձգելով զսպանակը x_1 չափով (նկ. 143,բ): Եթե մարմինը բաց թողնենք, ապա զսպանակը կարճանալով՝ կսկսի շարժվել հակառակ ուղղությամբ:

Հաշվենք զսպանակի առաձգականության ուժի աշխատանքը, երբ նրա երկարայումը x_1-ից դառնում է x_2 (նկ. 143, գ): Տվյալ դեպքում առաձգականության ուժի և տեղափոխության ուղղությունները համընկնում են, հետևաբար՝ աշխատանքը հաշվելիս պետք է ուժի և տեղափոխության մոդուլները բազմապատկել: Սակայն $A = Fs$ բանաձևն անմիջականորեն կիրառել չենք կարող, քանի որ առաձգականության ուժը մարմնի տեղափոխության ընթացքում փոփոխվում է: Տվյալ դեպքում աշխատանքը կարող ենք հաշվել

$$A = F_{\text{միջ}}s \qquad (9.12)$$



Նկ. 143. *Գճրիկի վրա ազդող զսպանակի առաձգականության ուժը շարժման ընթացքում փոփոխվում է:*

բանաձևով, որտեղ $F_{\text{միջ}}$-ն առաձգականության ուժի մոդուլի միջին արժեքն է s տեղափոխության համար: Հուկի օրենքի համաձայն՝ առաձգականության ուժի մոդուլի կախումն x-ից գծային է, ուստի՝ նրա միջին արժեքը հավասար է ուժի սկզբնական $F_1 = kx_1$ և վերջնական $F_2 = kx_2$ արժեքների միջին թվաբանականին՝

$$F_{\text{միջ}} = \frac{kx_1 + kx_2}{2} = \frac{k(x_1 + x_2)}{2}: \qquad (9.13)$$

Մարմնի տեղափոխության մոդուլը՝

$$s = x_1 - x_2: \qquad (9.14)$$

(9.13) և (9.14) բանաձևերը տեղադրելով (9.12) բանաձևի մեջ՝ կստանանք

$$A = \frac{k(x_1 + x_2)}{2}(x_1 - x_2) = \frac{kx_1^2}{2} - \frac{kx_2^2}{2}: \qquad (9.15)$$

Այս բանաձևն ստացանք այն դեպքում, երբ նախօրոք ձգված զսպանակը սեղմվում է, ուստի՝ տվյալ դեպքում $x_1^2 > x_2^2$, և առաձգականության ուժի աշխատանքը դրական է: Ստացված բանաձևը ճիշտ է նաև այն դեպքում, երբ սեղմված զսպանակն ընդարձակվում է: Մասնավոր դեպքում, երբ զսպանակը հավասարակշռության դիրքից ($x_1 = 0$) սեղմում կամ ձգում ենք x_2 չափով, առաձգականության ուժը կատարում է $A = -kx_2^2/2$ բացասական աշխատանք:

Նշենք (9.15) բանաձևից բխող մի կարևոր հետևանք ևս: Եթե $x_1 = x_2$, ապա $A = 0$, այսինքն՝ եթե զսպանակը ձգենք, հետո սեղմենք այնպես, որ նրա ծայրը վերադառնա սկզբնական դիրք, ապա առաձգականության ուժի կատարած աշխատանքը կլինի զրո: Դա նշանակում է, որ փակ հետագծով առաձգականության ուժի կատարած աշխատանքը նույնպես զրո է:

Խորացված

Առաձգականության ուժի աշխատանքի հաշվարկը: Առաձգականության ուժի աշխատանքի բանաձևը կարելի է ստանալ՝ հաշվի առնելով այն հանգամանքը, որ փոփոխական ուժի աշխատանքը հավասար է հետագծի բավականաչափ փոքր տեղամասերում կատարված աշխատանքների հանրահաշվական գումարին:

Վերը դիտարկված օրինակում մարմնի տեղափոխության $[x_1 - x_2]$ միջակայքը բաժանենք n հավասար տեղամասերի, որոնցից յուրաքանչյուրի երկարությունը`

$$\Delta x = \frac{x_1 - x_2}{n}: \qquad (9.16)$$

Եթե n-ը բավականաչափ մեծ է, ապա այդ տեղամասերից յուրաքանչյուրում առաձգականության ուժը կարելի է համարել հաստատուն, ընդ որում, համաձայն Հուկի օրենքի, առաջին տեղամասում առաձգականության ուժի մոդուլը` $F_1 = k(x_1 - \Delta x)$, երկրորդում` $F_2 = k(x_1 - 2\Delta x)$, երրորդում` $F_3 = k(x_1 - 3\Delta x)$ և այլն, վերջին` n-րդ տեղամասում` $F_n = k(x_1 - n\Delta x)$: Հաշվի առնելով, որ ամբողջ աշխատանքը հավասար է առանձին տեղամասերում աշխատանքների գումարին, կստանանք`

$$A = A_1 + A_2 + A_3 + \dots + A_n = F_1\Delta x + F_2\Delta x + F_3\Delta x + \dots + F_n\Delta x =$$
$$= k\Delta x(x_1 - \Delta x + x_1 - 2\Delta x + x_1 - 3\Delta x + \dots + x_1 - n\Delta x) =$$
$$= k\Delta x[nx_1 - \Delta x(1 + 2 + 3 + \dots + n)]:$$

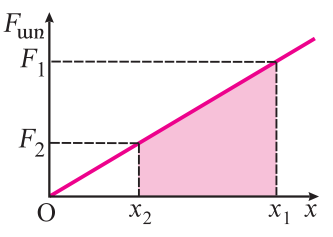
Օգտվելով (9.16) առնչությունից և հաշվի առնելով, որ 1-ից մինչև n բնական թվերի գումարը $n(n + 1)/2$ է, վերջին բանաձևը ներկայացնենք հետևյալ կերպ.

$$A = k(x_1 - x_2)\left[x_1 - \frac{x_1 - x_2}{2}\left(1 + \frac{1}{n}\right)\right]:$$

Շատ մեծ n-երի դեպքում $1/n$ անդամը 1-ի նկատմամբ կարող ենք անտեսել: Որոշ պարզ ձևափոխություններից հետո առաձգականության ուժի աշխատանքի համար կստանանք`

$$A = \frac{kx_1^2}{2} - \frac{kx_2^2}{2}: \qquad (9.17)$$

Նույն արդյունքը կարող ենք ստանալ` օգտվելով աշխատանքի երկրաչափական մեկնաբանությունից: Առաձգականության ուժի մոդուլի` դեֆորմացիայի մեծությունից կախումը պատկերված է 144-րդ նկարում: Զսպանակի երկարացումը x_1-ից մինչև x_2 փոխվելիս առաձգականության ուժի կատարած աշխատանքը թվապես հավասար կլինի ստվարագծված սեղանի մակերեսին: Հաշվի առնելով, որ $F_1 = kx_1$, $F_2 = kx_2$, կստանանք`



Նկ. 144. *Առաձգականության ուժի կատարած աշխատանքը թվապես հավասար է գունավորված սեղանի մակերեսին:*

$$A = \frac{F_1 + F_2}{2}(x_1 - x_2) = \frac{kx_1^2}{2} - \frac{kx_2^2}{2}:$$

Հարցեր և առաջադրանքներ

1. Որքա՞ն է առաձգականության ուժի կատարած աշխատանքը, եթե k կոշտությամբ զսպանակի երկարացումը x_1-ից դառնում է x_2: **2.** k կոշտությամբ զսպանակի երկարացումը x-ից նվազել մինչև 0: Որքա՞ն է առաձգականության ուժի կատարած աշխատանքը: **3.** Որքա՞ն է առաձգականության ուժի կատարած աշխատանքը, եթե մարմինը, որի վրա այն ազդում է, որոշ ճանապարհ անցնելուց հետո վերադառնում է իր ելակետը: **4.** Ի՞նչ նշան ունի առաձգականության ուժի կատարած աշխատանքը չդեֆորմացված զսպանակի՝ ա) ձգման ժամանակ, բ) սեղմման ժամանակ: Պատասխանը հիմնավորեք: **5.** Զսպանակի երկարացումը 0-ից դարձավ x_0, այնուհետև x_0-ից՝ $2x_0$: Ո՞ր դեպքում է առաձգականության ուժի կատարած աշխատանքն ավելի մեծ ըստ մոդուլի:

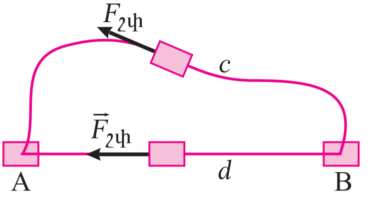
§53. ՊՈՏԵՆՑԻԱԼԱՅԻՆ ՈՒԺԵՐ: ՇՓՄԱՆ ՈՒԺԻ ԱՇԽԱՏԱՆՔԸ

Ինչպես տեսանք, առաձգականության ուժի աշխատանքը կախված չէ մարմնի շարժման հետագծի ձևից և փակ հետագծի դեպքում զրո է: Առաձգականության ուժը միակը չէ, որի աշխատանքը փակ հետագծով զրո է: Այդպիսի հատկություն ունեն հաստատուն ուժերը: Իրոք, հաստատուն ուժի աշխատանքը քննարկելիս ցույց տրվեց, որ նրա կատարած աշխատանքը կախված չէ մարմնի շարժման հետագծի ձևից: Այդպիսին է նաև ոչ միայն Երկրի մակերևույթի մոտ շարժվող մարմնի ծանրության ուժը, այլև մեծ հեռավորություններում գործող տիեզերական ձգողության ուժը, որը, կախված հեռավորությունից, փոխվում է $1/r^2$ օրենքով: Նշենք, որ այդպիսի հատկությամբ օժտված են նաև ֆիզիկայում հայտնի այլ ուժեր: **Այն ուժերը, որոնց աշխատանքը կախված է միայն նրանց կիրառման կետի սկզբնական ու վերջնական դիրքերից և կախված չէ հետագծի ձևից, կոչվում են պոտենցիալային:**

Պոտենցիալային ուժերի վերը նշված հատկությունը հնարավորություն է տալիս պարզեցնելու որևէ հետագծով շարժվելիս այդպիսի ուժերի կատարած աշխատանքի հաշվարկը: Եթե ուժը պոտենցիալային է, ապա պարտադիր չէ նրա աշխատանքը հաշվել իրական հետագծով շարժվելիս: Այդ աշխատանքը կախված է միայն հետագծի սկզբնական ու վերջնական դիրքերից և կախված չէ այդ կետերը միացնող հետագծի ձևից, ուստի՝ կարելի է ընտրել դրանք միացնող կամայական հետագիծ: Ընտրելով դրանցից առավել պարզը՝ կարող ենք էապես պարզեցնել հաշվարկները:

Բնության ոչ բոլոր ուժերն են պոտենցիալային: Մարմնի վրա ազդող ոչ պոտենցիալային ուժի աշխատանքը կախված է ոչ միայն մարմնի սկզբնական և վերջնական դիրքերից, այլ նաև այն հետագծի ձևից, որով մարմինը շարժվում է այդ դիրքերի միջև: Ոչ պոտենցիալային ուժի օրինակ է սահքի շփման ուժը:

Դիցուք՝ m զանգվածով մարմինը հորիզոնական սեղանի վրա ուղիղ գծով A կետից AdB հետագծով տեղափոխվում է B կետ (նկ. 145): Սեղանի և մարմնի միջև շփման գործակիցը μ է: Մարմնի վրա ազդող սահքի շփման ուժի մոդուլը՝ $F_{շփ} = \mu mg$: Քանի որ շփման ուժը հակառակ է ուղղված շարժման ուղղությանը, ապա շփման ուժի և տեղափոխության կազմած անկյունը՝ $\alpha = 180°$: Օգտվելով հաստատուն ուժի աշխատանքի $A = Fs\cos\alpha$ բանաձևից՝ հետագծի s երկարությամբ տեղամասի վրա շփման ուժի կատարած աշխատանքի համար կստանանք՝



Նկ.145. *Շփման ուժի աշխատանքը կախված է հետագծի ձևից:*

$$A = -\mu mgs: \qquad (9.18)$$

Այժմ հաշվենք շփման ուժի աշխատանքը, երբ նույն մարմինը A կետից B կետ է տեղափոխվում ACB հետագծով: Հետագծի յուրաքանչյուր կետում շփման ուժն ուղղված է այդ կետում հետագծին տարված շոշափողով և հակառակ է ուղղված շարժմանը: Հետևաբար՝ հետագծի բավականաչափ փոքր Δl երկարությամբ յուրաքանչյուր տեղամասում շփման ուժի կատարած աշխատանքը՝ $\Delta A = -\mu mg\Delta l$: Ամբողջ հետագծի վրա կատարված աշխատանքը՝

$$A = -\mu mgl: \qquad (9.19)$$

Քանի որ $l < s$, ապա մարմինն A կետից B կետ տեղափոխելիս մոդուլով ամենափոքր աշխատանքը կատարվում է ուղիղ հետագծի դեպքում, իսկ երբ հետագիծը կոր գիծ է, ապա կատարվում է մոդուլով ավելի մեծ աշխատանք:

Ոչ պոտենցիալային են նաև հեղուկում կամ գազում շարժվող մարմնի վրա ազդող դիմադրության ուժերը: Ոչ պոտենցիալային և պոտենցիալային ուժերի տարբերությունն առավել ակնառու է դառնում, երբ դրանց աշխատանքը դիտարկում ենք փակ հետագծի դեպքում: Օրինակ՝ ծանրության ուժի աշխատանքը դրական է, երբ մարմինը h բարձրությունից անկում է կատարում (mgh) և բացասական է՝ անկման կետից այդ նույն բարձրությանը հասցնելիս ($-mgh$): Երբ մարմինը վերադառնում է իր սկզբնական դիրքին, ծանրության ուժի կատարած ընդհանուր աշխատանքը դառնում է զրո: Այլ է դիմադրության ուժի կատարած աշխատանքն այդ դեպքում: Դիմադրության ուժը հակառակ է ուղղված շարժման ուղղությանը, ուստի ամբողջ փակ հետագծի վրա (և՛ բարձրանալիս, և՛ իջնելիս) նրա աշխատանքը բացասական է և զրոյից տարբեր:

? Հարցեր և առաջադրանքներ

1. Ո՞ր ուժերն են կոչվում պոտենցիալային: **2.** Բերե՛ք պոտենցիալային ուժերի օրինակներ: **3.** Բերե՛ք ոչ պոտենցիալային ուժերի օրինակներ: **4.** Մարմինը հորիզոնական հարթության A կետից տեղափոխվել է B կետ: Ի՞նչ հետագծի դեպքում շփման ուժի կատարած աշխատանքի մոդուլի կլինի նվազագույնը: **5.** Ապացուցե՛ք, որ եթե ուժի կատարած աշխատանքը կախված չէ հետագծի ձևից, ապա կամայական փակ հետագծով այդ ուժի կատարած աշխատանքը զրո է:

Հետաքրքիր է

Չի կարելի պնդել, թե շփման ուժը միշտ բացասական աշխատանք է կատարում: Որոշակի պայմաններում այն կարող է լինել դրական և փակ հետագծով շարժվելիս շփման ուժի կատարած ընդհանուր աշխատանքը կարող է ընդունել դրական արժեքներ կամ հավասար լինել զրոյի: Դա պայմանավորված է այն հանգամանքով, որ շփման ուժը միշտ հակառակ է ուղղված հպվող մարմինների հարաբերական արագությանը և կարող է ուղղված լինել մարմնի շարժման ուղղությամբ, եթե շփվող մյուս մարմինը, որից ազդում է շփման ուժը, շարժվում է նույն ուղղությամբ՝ ավելի մեծ արագությամբ: Այդ դեպքում շփման ուժի աշխատանքը կլինի դրական:

§54. ՀԶՈՐՈՒԹՅՈՒՆ: ՕԳՏԱԿԱՐ ԳՈՐԾՈՂՈՒԹՅԱՆ ԳՈՐԾԱԿԻՑ

Շատ դեպքերում էական է ոչ միայն կատարված աշխատանքի մեծությունը, այլ նաև այն ժամանակը, որի ընթացքում կատարվել է այդ աշխատանքը: Միևնույն աշխատանքը կարելի է կատարել ինչպես կարճ, այնպես էլ երկար ժամանակամիջոցներում: Մեծ աշխատանք կարելի է կատարել նաև, օրինակ, փոքր էլեկտրաշարժիչով, սակայն դրա համար կպահանջվի երկար ժամանակ:

Ֆիզիկայում, բացի աշխատանքից, ներմուծվում է ևս մի մեծություն, որը բնութագրում է աշխատանք կատարելու արագությունը: **Այն մեծությունը, որը հավասար է աշխատանքի և այն ժամանակամիջոցի հարաբերությանը, որի ընթացքում կատարվել է այդ աշխատանքը, կոչվում է հզորություն:**

Եթե t ժամանակամիջոցում մարմինը կատարել է A աշխատանք, ապա հզորությունը՝

$$N = \frac{A}{t}: \tag{9.20}$$

Հզորության ֆիզիկական իմաստը բխում է (9.20) սահմանումից: Հզորությունը ցույց է տալիս, թե ինչ աշխատանք է կատարվում միավոր ժամանակամիջոցում: Աշխատանքը և ժամանակը սկալյար մեծություններ են, ուստի՝ հզորությունը նույնպես սկալյար է: ՄՀ-ում աշխատանքի միավորը 1 ջոուլն է, իսկ ժամանակի միավորը՝ 1 վայրկյանը, ուստի՝ հզորության միավորը կլինի՝

$$[A] = \frac{[A]}{[t]} = 1\frac{\text{Ջ}}{\text{վ}} = 1\,\text{Վտ (վատտ)}:$$

1 Վտ-ն այն հզորությունն է, որի դեպքում 1 վայրկյանում կատարվում է 1 Ջ աշխատանք:

Եթե t ժամանակամիջոցում կատարվել է A աշխատանք, ապա (9.20) բանաձևով սահմանված A/t հզորությունն ունի միջին հզորության իմաստ: Այն ցույց է տալիս, թե միջինում որքան աշխատանք է կատարվում միավոր ժամանակամիջոցում: Սակայն t ժամանակամիջոցի տարբեր մասերում հզորությունը կարող է տարբեր լինել: Ժամանակի տվյալ պահին, այսինքն՝ ակնթարթային հզորությունը որոշելու համար անհրաժեշտ է (9.20) բանաձևն արտահայտել բավականաչափ փոքր Δt ժամանակամիջոցում կատարված ΔA աշխատանքի միջոցով՝

$$N = \frac{\Delta A}{\Delta t}: \tag{9.21}$$

Օգտվելով աշխատանքի $\Delta A = \vec{F}\cdot\Delta\vec{s}$ սահմանումից և նկատի ունենալով ակնթարթային արագության սահմանումը՝ $\vec{v} = \Delta\vec{s}/\Delta t$, (9.21) բանաձևից կստանանք՝

$$N = \vec{F}\cdot\frac{\Delta\vec{s}}{\Delta t} = \vec{F}\cdot\vec{v}, \tag{9.22}$$

այսինքն՝ ակնթարթային հզորությունը հավասար է ուժի և ակնթարթային արագության սկալյար արտադրյալին: Մասնավոր դեպքում, երբ, օրինակ, ավտոմեքենայի շարժիչի քարշի ուժն ուղղված է շարժման ուղղությամբ, կստանանք՝

$$N = F_{\text{ք}}v: \tag{9.23}$$

(9.23) բանաձևը ճիշտ է նաև փոփոխվող քարշի ուժի և փոփոխվող արագության դեպքում: Այս բանաձից հետևում է, որ ավտոմեքենայի հաստատուն հզորության դեպքում նրա զարգացրած քարշի ուժը հակադարձ համեմատական է արագությանը: Փոքրացնելով կամ մեծացնելով արագությունը՝ կարելի է մեծացնել կամ փոքրացնել քարշի ուժը: Դա իրականացվում է մեխանիզմների և մեքենաների արագությունների փոխանցման տուփի միջոցով: Օրինակ՝ սար բարձրանալիս, երբ մեծ քարշի ուժ է պահանջվում, վարորդն արագությունների փոխանցման տուփի միջոցով նվազեցնում է ավտոմեքենայի արագությունը, իսկ հորիզոնական ճանապարհին, ընդհակառակը, մեծացնում:

Մեխանիկական աշխատանք կատարելու նպատակով ստեղծված են տարբեր մեխանիզմներ և մեքենաներ: Հիմնական դպրոցի ֆիզիկայի դասընթացից ծանոթ եք պարզ մեխանիզմներից մի քանիսին, ինչպես նաև ջերմային մեքենաների աշխատանքի սկզբունքին: Այն աշխատանքը, որի կատարման համար ստեղծված է տվյալ մեքենան կամ մեխանիզմը, կոչվում է **օգտակար աշխատանք** ($A_{\text{օգ}}$): Օրինակ՝ m զանգվածով բեռը h բարձրությամբ բարձրացնելու համար պահանջվող օգտակար աշխատանքը mgh է: Սակայն օգտակար աշխատանք կատարելիս բոլոր մեխանիզմները կատարում են նաև լրացուցիչ աշխատանք. օրինակ՝ հաղթահարում են շփման և դիմադրության ուժերը, ուստի՝ կատարված **լրիվ աշխատանքը** ($A_{\text{լր}}$) միշտ մեծ է օգտակար աշխատանքից՝ $A_{\text{լր}} > A_{\text{օգ}}$:

Մեխանիզմների և մեքենաների կարևոր բնութագիր է **օգտակար գործողության գործակիցը** (**ՕԳԳ**), որն արտահայտվում է օգտակար աշխատանքի և լրիվ աշխատանքի միջոցով: **Օգտակար գործողության գործակից է կոչվում օգտակար աշխատանքի հարաբերությունը լրիվ աշխատանքին:** Համաձայն սահմանման՝ ՕԳԳ-ն՝

$$\eta = \frac{A_{\text{օգ}}}{A_{\text{լր}}} : \tag{9.24}$$

ՕԳԳ-ն ցույց է տալիս, թե օգտակար աշխատանքը լրիվ աշխատանքի ո՞ր մասն է: Այն հաճախ արտահայտում են նաև տոկոսներով՝

$$\eta(\%) = \frac{A_{\text{օգ}}}{A_{\text{լր}}} \cdot 100\% : \tag{9.25}$$

Քանի որ $A_{\text{օգ}} < A_{\text{լր}}$, ապա միշտ $\eta < 1$, կամ $\eta(\%) < 100\%$:

ՕԳԳ-ի մեծացումը տեխնիկական կարևոր խնդիր է: Այդ նպատակով ձգտում են հնարավորինս փոքրացնել շփման և դիմադրության ուժերը՝ կիրառելով զանազան քսայուղեր, շարժվող մարմիններին տալով շրջհոսելի ձևեր և այլն:

? Հարցեր և առաջադրանքներ

1. Ո՞ր մեծություններն են անվանում հզորություն: **2.** Ի՞նչ միավորով է արտահայտվում հզորությունը միավորների ՄՀ-ում: **3.** Ո՞ր մեծությունն է կոչվում ակնթարթային հզորություն: **4.** Ինչպե՞ս է ավտոմեքենայի արագությունը կախված շարժիչի քարշի ուժից հաստատուն հզորության դեպքում: **5.** Ինչու՞ վերելքի ժամանակ շարժիչի անփոփոխ հզորության դեպքում վարորդը փոքրացնում է ավտոմեքենայի արագությունը: **6.** Ինչպե՞ս է կախված հավասարաչափ շարժվող հրթիռի հզորությունը նրա արագությունից, եթե օդի դիմադրության ուժի մոդուլն ուղիղ համեմատական է հրթիռի արագության քառակուսուն: **7.** Ո՞ր մեծությունն է կոչվում օգտակար գործողության գործակից:

§55. ԷՆԵՐԳԻԱ ԵՎ ԱՇԽԱՏԱՆՔ: ԿԻՆԵՏԻԿ ԷՆԵՐԳԻԱ: ԿԻՆԵՏԻԿ ԷՆԵՐԳԻԱՅԻ ԹԵՈՐԵՄԸ

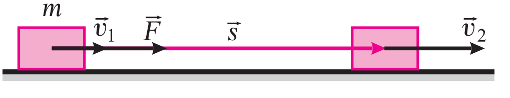
Բնության մեջ մարմինները շարժվում են և անընդհատ փոխազդում միմյանց հետ: Շարժումը մի տեսակից կարող է փոխակերպվել մեկ այլ տեսակի: Օրինակ՝ եթե հրենք հորիզոնական սեղանին դրված մետաղե չորսուն, ապա այն կշարժվի: Սակայն որոշ ճանապարհ անցնելուց հետո, չորսուն կանգ կառնի, այսինքն՝ կդադարի նրա մեխանիկական շարժումը: Չորսուի մեջ տեղադրված զգայուն ջերմաչափը ցույց կտա, որ այն տաքացել է: Դա նշանակում է, որ շփման ուժերի ազդեցությամբ մեխանիկական շարժումը փոխակերպվում է չորսուի և սեղանի մոլեկուլների ջերմային շարժման: Նմանապես, էլեկտրակայաններում ջրի մեխանիկական շարժումը փոխակերպվում է հաղորդիչներում էլեկտրոնների ուղղորդված շարժման, այսինքն՝ էլեկտրամագնիսական շարժման: Իր հերթին, էլեկտրամագնիսական շարժումը ջեռուցիչ սարքերում փոխակերպվում է նյութի մոլեկուլների և ատոմների ջերմային շարժման, իսկ էլեկտրաշարժիչում՝ մեխանիկական շարժման:

Այսպիսով՝ մարմինների փոխազդեցության հետևանքով շարժումը մի տեսակից փոխակերպվում է մեկ այլ տեսակի: Մարմինների շարժումը և դրանց փոխազդեցությունը քանակապես բնութագրելու համար ֆիզիկայում սահմանվում է **էներգիա** (հունարեն «էներգիա»՝ գործողություն բառից) կոչվող մեծությունը, որին արդեն ծանոթ եք ֆիզիկայի հիմնական դպրոցի դասընթացից:

Էներգիան շարժման և փոխազդեցության համընդհանուր քանակական չափն է: Շարժման տարբեր տեսակներին համապատասխան՝ տարբերում են մեխանիկական, ջերմային, էլեկտրամագնիսական, քիմիական, միջուկային և այլ տեսակի էներգիաներ:

«Էներգիա» մեծությանը սերտորեն առնչվում է մեխանիկական աշխատանքը: Եթե մարմինը կամ մարմինների որևէ համակարգ կարող է աշխատանք կատարել, ապա ասում են, որ այն օժտված է էներգիայով: Աշխատանք կարող են կատարել ինչպես շարժվող, այնպես էլ այլ մարմինների հետ փոխազդող մարմինները, հետևաբար՝ մեխանիկայում պարբերում են երկու տեսակի էներգիա՝ **կինետիկ** և **պոտենցիալ**: Մարմինների շարժմամբ պայմանավորված էներգիան անվանում են կինետիկ էներգիա, իսկ փոխազդեցությամբ պայմանավորված էներգիան՝ պոտենցիալ էներգիա:

Ավելի հանգամանորեն ծանոթանանք «կինետիկ էներգիա» հասկացությանը: Հաշվենք m զանգվածով մարմնի վրա ազդող ուժերի համազոր $\vec{F}$ հաստատուն ուժի կատարած աշխատանքը մարմնի $\vec{s}$ տեղափոխության ընթացքում (նկ. 146)՝ սահմանափակվելով այն դեպքով, երբ մարմինը կատարում է ուղղագիծ շարժում, իսկ համազորն ունի արագության ուղղությունը: Սկզբնական դիրքում մարմնի արագությունը նշանակենք $\vec{v}_1$-ով, վերջնական դիրքում՝ $\vec{v}_2$-ով: Համազոր ուժի կատարած աշխատանքը՝



Նկ.146. *Համազոր ուժի կատարած աշխատանքը հավասար է մարմնի կինետիկ էներգիայի փոփոխությանը:*

$$A = \vec{F} \cdot \vec{s} = Fs: \quad (9.26)$$

Նյուտոնի երկրորդ օրենքից՝ $F = ma$, իսկ ուղղագիծ և a հաստատուն արագացմամբ շարժվող մարմնի տեղափոխությունը՝ $s = (v_2^2 - v_1^2)/2a$: Այս արտահայտությունները տեղադրելով (9.26) բանաձևի մեջ, կստանանք՝

$$A = ma\frac{v_2^2 - v_1^2}{2a} = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}, \quad (9.27)$$

այսինքն՝ մարմնի վրա ազդող հաստատուն ուժի կատարած աշխատանքը փոփոխությունն է մի ֆիզիկական մեծության, որը որոշվում է մարմնի զանգվածի և արագության քառակուսու արտադրյալի կեսով: Կարելի է ցույց տալ, որ (9.27) առնչությունը ճիշտ է բոլոր դեպքերում՝ անկախ այն բանից, թե ազդող ուժը հաստատու՞ն է, թե՞ կոորդինատից կախված փոփոխվում է, այն ուղղված է շարժման ուղղությա՞մբ, թե՞ անկյան տակ: **Մարմնի զանգվածի և արագության քառակուսու արտադրյալի կեսին հավասար մեծությունն անվանում են մարմնի կինետիկ էներգիա.**

$$E_կ = \frac{mv^2}{2}: \quad (9.28)$$

Օգտվելով կինետիկ էներգիայի սահմանումից՝ (9.27) բանաձևը կարող ենք ներկայացնել հետևյալ կերպ՝

$$A = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = E_{կ2} - E_{կ1} = \Delta E_կ: \quad (9.29)$$

Այսպիսով՝ **մարմնի վրա ազդող ուժերի համազորի կատարած աշխատանքը հավասար է մարմնի կինետիկ էներգիայի փոփոխությանը**: Այս պնդումը կոչվում է **կինետիկ էներգիայի թեորեմ**:

Այժմ քննարկենք կինետիկ էներգիայի թեորեմից բխող մի քանի կարևոր հետևանքներ: Ըստ (9.29) բանաձևի, երբ համազոր ուժի կատարած աշխատանքը դրական է ($A > 0$), մարմնի կինետիկ էներգիան աճում է այդ աշխատանքի չափով: Եվ, հակառակը, մարմնի կինետիկ էներգիան նվազում է, երբ նրա վրա ազդող ուժերի համազորը կատարում է բացասական աշխատանք ($A < 0$): Երբ մարմնի վրա ազդող ուժերի համազորի կատարած աշխատանքը զրո է (համազոր ուժը զրո է կամ ուղղված է շարժմանն ուղղահայաց), նրա կինետիկ էներգիան չի փոխվում:

Կինետիկ էներգիայի թեորեմն արտահայտող (9.29) բանաձևն ստանալիս կարևոր չէր, թե ինչ բնույթի ուժ է ազդում մարմնի վրա և որքան արագ է կատարվում աշխատանքը: Բոլոր դեպքերում կինետիկ էներգիայի փոփոխությունը կախված է միայն կատարված աշխատանքի մեծությունից:

Կինետիկ էներգիայի թեորեմից բխում է կինետիկ էներգիայի ֆիզիկական իմաստը: Եթե արտաքին $\vec{F}$ ուժի կատարած աշխատանքի շնորհիվ մարմնի արագությունը փոխվում է $\vec{v}_1$-ից $\vec{v}_2$, ապա, համաձայն Նյուտոնի երրորդ օրենքի, մարմինն իր հերթին, մոդուլով հավասար, ուղղությամբ հակառակ ուժով ազդում է արտաքին մարմինների վրա, իսկ նրա կատարած աշխատանքը՝ $A' = -A$: Քանի որ A'-ը մարմնի ազդող ուժի աշխատանքն է, ապա ասում են, որ այդ աշխատանքը կատարում է մարմինը: Ուրեմն՝ մարմնի կատարած աշխատանքը՝

$$A' = \frac{mv_1^2}{2} - \frac{mv_2^2}{2}: \quad (9.30)$$

Եթե $\vec{v}_1 = \vec{v}_0$ սկզբնական արագությամբ շարժվող մարմինը կանգ է առնում՝ $\vec{v}_2 = 0$, ապա $A' = mv_0^2/2$: Այսպիսով՝ **մարմնի կինետիկ էներգիան հավասար է այն աշխատանքին, որը կարող է կատարել շարժվող մարմինը մինչև կանգ առնելը**: Այդ պատճառով ասում են, որ մարմնի կինետիկ էներգիան նրա շարժման էներգիան է: Անշարժ մարմինը կինետիկ էներգիայով օժտված չէ:

Քանի որ մարմնի արագությունը կախված է հաշվարկման համակարգի ընտրությունից, իսկ կինետիկ էներգիան կախված է արագությունից, ապա այն հարաբերական մեծություն է և դրա մասին խոսելիս պետք է նախապես ընտրել հաշվարկման համակարգ: Եթե, օրինակ, մարմինը շարժվում է գնացքի վագոնի նկատմամբ, որն իր հերթին շարժվում է գետնի նկատմամբ, ապա նրա արագությունը Երկրի և վագոնի նկատմամբ տարբեր կլինի: Այդ պատճառով տարբեր կլինի նաև նրա կինետիկ էներգիան Երկրի նկատմամբ և վագոնի նկատմամբ:

(9.29) բանաձևի համաձայն՝ կինետիկ էներգիան չափվում է աշխատանքի միավորներով, ուստի՝ միավորների ՄՀ-ում նրա միավորը 1 ջոուլն է: 1 կգ զանգվածով և 1 մ/վ արագությամբ շարժվող մարմինն ունի 0,5 Ջ կինետիկ էներգիա:

Հարցեր և առաջադրանքներ

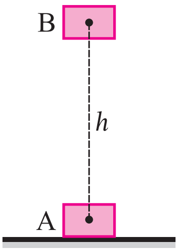
1. Թվարկեք էներգիայի՝ ձեզ հայտնի տեսակները: **2.** Ի՞նչ ենք հասկանում՝ ասելով՝ մարմինն օժտված է էներգիայով: **3.** Ո՞ր էներգիան են անվանում մարմնի կինետիկ էներգիա և ի՞նչ բանաձևով է այն արտահայտվում: **4.** Ո՞րն է կինետիկ էներգիայի միավորը միավորների ՄՀ-ում: **5.** Պատկերեք կինետիկ էներգիայի՝ արագությունից կախումն արտահայտող գրաֆիկը: **6.** Ինչպե՞ս է փոխվում շրջանագծային հավասարաչափ շարժում կատարող մարմնի կինետիկ էներգիան ժամանակի ընթացքում: **7.** Ձևակերպեք մարմնի կինետիկ էներգիայի թեորեմը: **8.** Ինչպե՞ս է փոխվում մարմնի կինետիկ էներգիան, եթե նրա վրա ազդող ուժերի համազորի աշխատանքը՝ ա) դրական է, բ) բացասական է, գ) զրո է: **9.** Կախվա՞ծ է արդյոք կինետիկ էներգիան հաշվարկման համակարգի ընտրությունից:

§56. ՊՈՏԵՆՑԻԱԼ ԷՆԵՐԳԻԱ: ՊՈՏԵՆՑԻԱԼ ԷՆԵՐԳԻԱՅԻ ԹԵՈՐԵՄԸ

«Էներգիա» հասկացությունը սովորաբար զուգորդվում է շարժման հետ: Ասում են, որ էներգիայով են օժտված ծովի ալիքը, քամին, շարժվող ավտոմեքենան և այլն: Սակայն գոյություն ունի էներգիայի մեկ այլ տեսակ, որը կարծես «թաքնված», «չդրսևորված» էներգիա է, որն անվանում են պոտենցիալ էներգիա: Պոտենցիալ էներգիայով է օժտված, օրինակ, սեղմված զսպանակը, Երկրից բարձրացված մարմինը: Այդ էներգիան պայմանավորված է որոշակի փոխազդեցությամբ (առաջին դեպքում զսպանակի առանձին մասերի միջև գործող փոխազդեցությամբ, երկրորդ դեպքում՝ Երկրի և մարմնի գրավիտացիոն փոխազդեցությամբ):

Պոտենցիալ էներգիան չափվում է այն աշխատանքով, որը կարող է կատարել մարմինը՝ առանց արագությունը փոփոխելու մի դիրքից մյուսը տեղափոխելիս: Պոտենցիալ էներգիայի էությունը հասկանալու համար դիտարկենք մի օրինակ:

Դիցուք՝ m զանգվածով մարմինը Երկրի մակերևույթի A կետից բարձրացրել և պահում են h բարձրությամբ B կետում (նկ. 147): Ինչո՞վ են տարբերվում մարմնի վի-



Նկ. 147. *Երկրից որոշակի բարձրությամբ մարմինն օժտված է պոտենցիալ էներգիայով:*

ճակները A և B կետերում: Այդ երկու կետերում էլ մարմնի արագությունը, հետևաբար և կինետիկ էներգիան, զրո են: Իսկ տարբե՞ր է արդյոք մարմնի աշխատանք կատարելու ունակությունն այդ կետերում: A կետում մարմինը դադարի վիճակում է, այն աշխատանք չի կատարում: Իսկ եթե մարմինը բաց թողնենք B կետում, այն Երկրի ձգողության ազդեցությամբ կշարժվի և աշխատանք կկատարի: Հետևաբար՝ B կետում մարմինն օժտված է որոշակի էներգիայով, որը պայմանավորված է Երկրի ձգողությամբ: Այդ էներգիան անվանում են մարմնի ծանրության ուժով պայմանավորված պոտենցիալ էներգիա: Պոտենցիալ էներգիան որոշակի պայմաններում (օրինակ՝ մարմինը բաց թողնելիս) վերածվում է մարմնի շարժման (կինետիկ) էներգիայի:

Պոտենցիալ էներգիայով է օժտված նաև սեղմված զսպանակը, քանի որ այն ազատ արձակելիս կարող է ընդարձակվել և որոշակի աշխատանք կատարել: Այս դեպքում պոտենցիալ էներգիան պայմանավորված է առաձգականության ուժով:

Համակարգին պոտենցիալ էներգիա հաղորդելու համար անհրաժեշտ է աշխատանք կատարել որոշակի ուժերի դեմ: Դիտարկված օրինակներում մարմինը Երկրից հեռացնելիս աշխատանք է կատարվում ծանրության ուժի դեմ, իսկ զսպանակը սեղմելիս՝ առաձգականության ուժի դեմ: Դրա շնորհիվ համակարգը ձեռք է բերում պոտենցիալ էներգիա և որոշակի պայմաններում կարող է աշխատանք կատարել:

Այս պնդումը ճիշտ է միայն այն դեպքում, երբ համակարգում գործում են պոտենցիալային ուժեր, որոնց կատարած աշխատանքը ոչ թե մարմնի շարժման հետագծի ձևով, այլ նրա սկզբնական և վերջնական դիրքերով է պայմանավորված: Ինչպիսի աշխատանք էլ կատարենք շփման ուժերի դեմ, մարմինը չենք օժտի պոտենցիալ էներգիայով: Հետևաբար՝ պոտենցիալ էներգիայով օժտված են միայն այն մարմինները, որոնք փոխազդում են պոտենցիալային ուժերով:

Մարմնի՝ ծանրության ուժով պայմանավորված պոտենցիալ էներգիան: m զանգվածով մարմինը Երկրի մակերևույթից h_1 բարձրությամբ կետից որևէ հետագծով h_2 բարձրությամբ մեկ այլ կետ տեղափոխելիս, երբ ծանրության ուժը կարելի է հաստատուն համարել, նրա աշխատանքը որոշում են (9.5) բանաձևով՝

$$A = mgh_1 - mgh_2: \qquad (9.31)$$

Այս բանաձևից հետևում է, որ կատարված աշխատանքը կարելի է ներկայացնել որպես mgh մեծության սկզբնական և վերջնական արժեքների տարբերություն:

Մարմնի զանգվածի, ազատ անկման արագացման և Երկրից մարմնի բարձրության արտադրյալն անվանում են պոտենցիալ էներգիա.

$$E_{պ} = mgh: \qquad (9.32)$$

(9.31) բանաձևից հետևում է, որ մինչև զրոյական՝ $h_2 = 0$ մակարդակին հասնելը մարմինը կատարում է $A = mgh_1$ աշխատանք: Ուրեմն՝ զրոյական մակարդակից h բարձրությամբ և ծանրության ուժի ազդեցությանը ենթարկվող մարմինն օժտված է mgh պոտենցիալ էներգիայով: Հետևաբար՝ կարող ենք պնդել, որ **մարմնի՝ ծանրության ուժով պայմանավորված պոտենցիալ էներգիան հավասար է մարմինը մինչև զրոյական մակարդակ տեղափոխելիս ծանրության ուժի կատարած աշխատանքին**: Օգտվելով պոտենցիալ էներգիայի սահմանումից՝ (9.31) բանաձևը կարող ենք ներկայացնել հետևյալ կերպ՝

$$A = E_{պ1} - E_{պ2} = -(E_{պ2} - E_{պ1}) = -\Delta E_{պ}: \qquad (9.33)$$

Այսպիսով՝ **ծանրության ուժի կատարած աշխատանքը հավասար է մարմնի պոտենցիալ էներգիայի փոփոխությանը՝ հակառակ նշանով**:

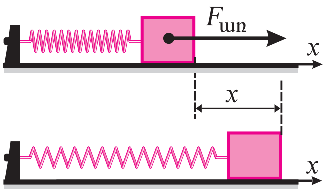
(9.33) բանաձևում «մինուս» նշանը ցույց է տալիս, որ պոտենցիալ էներգիայի փոփոխությունը և ծանրության ուժի աշխատանքն ունեն հակառակ նշաններ: Երբ ծանրության ուժը կատարում է դրական աշխատանք (օրինակ, մարմնի անկման դեպքում), պոտենցիալ էներգիան նվազում է: Ընդհակառակը, ծանրության ուժի բացասական աշխատանքի դեպքում (մարմինը վեր է բարձրանում) պոտենցիալ էներգիան աճում է:

Պոտենցիալ էներգիան որոշվում է հաստատունի ճշտությամբ: Իրոք, պոտենցիալ էներգիային գումարելով որևէ C հաստատուն՝ կստանանք՝ $E'_{պ} = E_{պ} + C$: Պոտենցիալ էներգիայի այս ձևափոխության հետևանքով աշխատանքի արտահայտությունը չի փոխվում: Իրոք՝ $A' = (E_{պ1} + C) - (E_{պ2} + C) = E_{պ1} - E_{պ2} = A$: Դա նշանակում է, որ պոտենցիալ էներգիայի զրոյական մակարդակի ընտրությունը կամայական է: Օրինակ՝ օդապարիկի պոտենցիալ էներգիան կարելի որոշել՝ որպես զրոյական մակարդակ ընտրելով ծովի մակերևույթը, լեռան գագաթը կամ մեկ այլ մարմին: Նշված դեպքերում մարմնի պոտենցիալ էներգիայի արժեքները տարբեր են, սակայն (9.31) բանաձևից հետևում է, որ ծանրության ուժի կատարած աշխատանքը, հետևաբար և պոտենցիալ էներգիայի փոփոխությունը, բոլոր դեպքերում մնում է նույնը՝ անկախ զրոյական մակարդակի ընտրությունից: Ֆիզիկական իմաստ ունի միայն պոտենցիալ էներգիայի փոփոխությունը: Բնության մեջ ոչ մի երևույթ պայմանավորված չէ պոտենցիալ էներգիայի արժեքով: Կարևոր է միայն պոտենցիալ էներգիայի փոփոխությունը, ահա թե ինչու պոտենցիալ էներգիայի զրոյական մակարդակը կարելի է ընտրել կամայականորեն:

Սովորաբար մարմնի բարձրությունը հաշվում են Երկրի մակերևույթից: Սակայն որոշ դեպքերում հարմար է ընտրել այլ զրոյական մակարդակ: Օրինակ՝ հանքահորում մարմնի շարժումը դիտարկելիս հարմար է որպես պոտենցիալ էներգիայի զրոյական մակարդակ ընտրել հանքահորի հատակը:

Կախված զրոյական մակարդակի ընտրությունից՝ պոտենցիալ էներգիան կարող է ընդունել և՛ դրական, և՛ բացասական արժեքներ: Օրինակ՝ պոտենցիալ էներգիայի հաշվարկման զրոյական մակարդակը Երկրի մակերևույթին ընտրելիս h խորությամբ հանքահորի հատակին մարմնի պոտենցիալ էներգիան կլինի $-mgh$:

Առաձգականորեն դեֆորմացված մարմնի պոտենցիալ էներգիան: Եթե առաձգական մարմինը, օրինակ, զսպանակը, սեղմենք, ապա առաձգականության ուժի շնորհիվ այն կարող է ընդարձակվել և աշխատանք կատարել (նկ. 148): Առաձգականության ուժի կատարած աշխատանքի համար ստացված



Նկ. 148. *Սեղմված զսպանակն օժտված է պոտենցիալ էներգիայով:*

$$A = \frac{kx_1^2}{2} - \frac{kx_2^2}{2} \qquad (9.34)$$

բանաձևը ևս կարելի է արտահայտել պոտենցիալ էներգիայի փոփոխությամբ:

Եթե x չափով դեֆորմացված զսպանակը վերադարձել է իր հավասարակշռության դիրք ($x_2 = 0$), ապա (9.34) բանաձևից հետևում է, որ առաձգականության ուժի կատարած աշխատանքը՝ $A = kx^2/2$, հետևաբար՝ առաձգականորեն դեֆորմացված զսպանակի պոտենցիալ էներգիան հավասար կլինի այդ աշխատանքին՝

$$E_{\text{պ}} = \frac{kx^2}{2}: \qquad (9.35)$$

(9.35) և (9.34) բանաձևերից հետևում է, որ

$$A = -(E_{\text{պ}2} - E_{\text{պ}1}) = -\Delta E_{\text{պ}}: \qquad (9.36)$$

Համեմատելով (9.36) և (9.33) արտահայտությունները՝ նկատում ենք, որ ծանրության ուժի նման առաձգականության ուժի աշխատանքը նույնպես հավասար է այդ ուժով պայմանավորված պոտենցիալ էներգիայի փոփոխությանը՝ հակառակ նշանով: Այս արդյունքը ճիշտ է ոչ միայն ծանրության և առաձգականության ուժերի, այլև բոլոր պոտենցիալային ուժերի համար: **Մարմնի վրա ազդող պոտենցիալային ուժի աշխատանքը հավասար է նրա պոտենցիալ էներգիայի փոփոխությանը՝ հակառակ նշանով:** Այս պնդումը կոչվում է **պոտենցիալ էներգիայի թեորեմ:**

Խորացված

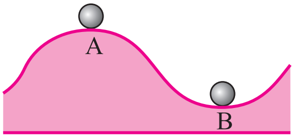
Պոտենցիալ էներգիայի մինիմումի սկզբունքը: «Ստատիկա» բաժնում ծանոթացանք մեխանիկական հավասարակշռության տեսակներին: Քանի որ մարմնի պոտենցիալ էներգիան պայմանավորված է մարմնի դիրքով, ապա հավասարակշռության կայուն և անկայուն տեսակները կարելի է մեկնաբանել նաև էներգիական տեսանկյունից:

Դիցուք՝ մարմինը $x = x_0$ կոորդինատով դիրքում հավասարակշռության վիճակում է և ունի $E_{\text{պ}}(x_0)$ պոտենցիալ էներգիա: Եթե հավասարակշռությունը կայուն է, ապա մարմինը մեկ այլ՝ $x = x_1$ դիրք տեղափոխելիս առաջացած ուժն ուղղված է դեպի հավասարակշռության դիրքը և կատարում է բացասական աշխատանք: Ուստի՝ այդ դեպքում մարմնի պոտենցիալ էներգիան աճում է՝ $E_{\text{պ}}(x_1) > E_{\text{պ}}(x_0)$: Եթե հավասարակշռությունն անկայուն է, ապա նշված ուժի կատարած աշխատանքը դրական է, և մարմնի պոտենցիալ էներգիան նվազում է՝ $E_{\text{պ}}(x_1) < E_{\text{պ}}(x_0)$: Այսպիսով՝ կայուն հավասարակշռության վիճակին համապատասխանում է պոտենցիալ էներգիայի նվազագույն արժեք, իսկ անկայուն հավասարակշռության վիճակին՝ առավելագույն արժեք:

149-րդ նկարում գնդիկն A դիրքում անկայուն հավասարակշռության վիճակում է, իսկ B դիրքում՝ կայուն: Հեշտ է նկատել, որ անկայուն հավասարակշռության դիրքից փոքր-ինչ հեռացնելիս գնդիկի պոտենցիալ էներգիան նվազում է, այսինքն՝ անկայուն հավասարակշռության դիրքում գնդիկի պոտենցիալ էներգիան ավելի մեծ է, քան հարևան, մոտ դիրքերում:

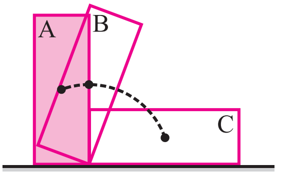
Խորացված

Կայուն հավասարակշռության վիճակում (B դիրք) գնդիկի պոտենցիալ էներգիան նվազագույնն է, և այդ դիրքից գնդիկը հեռացնելիս այն աճում է:



Նկ. 149. *Կայուն հավասարակշռության վիճակում մարմնի պոտենցիալ էներգիան ընդունում է իր նվազագույն արժեքը:*

Մեկ այլ օրինակ. 150-րդ նկարում պատկերված չորսուն A դիրքում կայուն հավասարակշռության վիճակում է: Այդ դիրքից շեղելիս նրա ծանրության կենտրոնը բարձրանում է, հետևաբար՝ պոտենցիալ էներգիան աճում է: Այդ աճը շարունակվում է, քանի դեռ ծանրության կենտրոնից տարված ուղղաձիգն անցնում է չորսուի հենման մակերեսով: B սահմանային դիրքում չորսուի պոտենցիալ էներգիան առավելագույնն է: Այդ դիրքում չորսուն անկայուն հավասարակշռության վիճակում է: Ավելի մեծ անկյունով շեղելիս չորսուի ծանրության կենտրոնն իջնում է, այսինքն՝ նրա պոտենցիալ էներգիան փոքրանում է և իր նվազագույն արժեքն ընդունում է C դիրքում: Չորսուն նորից հայտնվում է կայուն հավասարակշռության վիճակում:



Նկ. 150. *Չորսուի ծանրության կենտրոնի դիրքը տարբեր վիճակներում*

Այսպիսով՝ կայուն է այն հավասարակշռությունը, որի դեպքում մարմնի պոտենցիալ էներգիան ընդունում է իր հնարավոր նվազագույն արժեքը: Այս պնդումն անվանում են **պոտենցիալ էներգիայի մինիմումի սկզբունք**:

Հարցեր և առաջադրանքներ

1. Ո՞ր էներգիան են անվանում պոտենցիալ էներգիա: **2.** Ի՞նչ բանաձևով է որոշվում մարմնի՝ ծանրության ուժով պայմանավորված պոտենցիալ էներգիան: **3.** Ի՞նչ են հասկանում պոտենցիալ էներգիայի զրոյական մակարդակ ասելով: **4.** Կարո՞ղ է արդյոք պոտենցիալ էներգիան լինել բացասական: **5.** Որքա՞ն է m զանգվածով մարմնի պոտենցիալ էներգիայի փոփոխությունը Երկրի մակերևույթից մինչև h խորությամբ հանքահորի հատակն իջեցնելիս: **6.** Ի՞նչ բանաձևով է որոշվում առաձգականորեն դեֆորմացված զսպանակի պոտենցիալ էներգիան: **7.** Ինչպե՞ս է փոխվում զսպանակի պոտենցիալ էներգիան՝ ա) զսպանակը ձգելիս, բ) զսպանակը սեղմելիս: **8.** Ինչու՞ շփման ուժերի դեպքում չեն ներմուծում պոտենցիալ էներգիայի գաղափարը: **9.** Ձևակերպե՜ք պոտենցիալ էներգիայի թեորեմը: **10.** Ձևակերպե՜ք պոտենցիալ էներգիայի մինիմումի սկզբունքը:

Խորացված

§ 57. ԳՐԱՎԻՏԱՑԻՈՆ ԴԱՇՏԻ ՊՈՏԵՆՑԻԱԼԸ

Երկրի մակերևույթին մոտ, որտեղ ծանրության ուժը կարելի է համարել հաստատուն, m զանգվածով մարմնի պոտենցիալ էներգիան որոշվում է (9.32) բանաձևով, որտեղ որպես պոտենցիալ էներգիայի զրոյական մակարդակ ընտրված է Երկրի մակերևույթը ($h = 0$):

Այժմ ընդհանրացնենք այս արդյունքը՝ հաշվի առնելով, որ Երկրի և մարմնի գրավիտացիոն փոխազդեցության ուժը հաստատուն չէ և հեռավորությունից կախված փոխվում է $1/r^2$ օրենքով:

Ինչպես գիտեք, պոտենցիալային ուժի ազդեցությանը ենթարկվող մարմնի պոտենցիալ էներգիան տվյալ դիրքում հավասար է այդ դիրքից մին-

Խորացված

չև զրոյական մակարդակ մարմինը տեղափոխելիս պոտենցիալային ուժի կատարած աշխատանքին: Հետևաբար՝ գրավիտացիոն դաշտի որևէ կետում մարմնի պոտենցիալ էներգիան հաշվելու համար նախ՝ պետք է ընտրել պոտենցիալ էներգիայի զրոյական մակարդակ, ապա՝ հաշվել նշված տեղափոխության ժամանակ գրավիտացիոն ուժի կատարած աշխատանքը:

Տվյալ դեպքում որպես զրոյական մակարդակ հարմար է ընտրել Երկրից անվերջ հեռու կետը, որտեղ փոխազդեցության ուժը կարելի է անտեսել: § 51-ում ստացել ենք գրավիտացիոն ուժի աշխատանքի բանաձևը, երբ մարմինը Երկրի կենտրոնից r_1 հեռավորությամբ կետից տեղափոխվում է r_2 հեռավորությամբ կետ՝

$$A = GMm\left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}\right): \qquad (9.38)$$

Ընդունելով, որ մարմինը Երկրից կամայական $r_1 = r$ հեռավորությամբ կետից տեղափոխվել է անվերջ հեռու ($r_2 \to \infty$) կետ, (9.38) բանաձևի օգնությամբ մարմնի պոտենցիալ էներգիայի համար կստանանք՝

$$E_պ = -G\frac{Mm}{r}: \qquad (9.39)$$

Նշենք, որ ստացված բանաձևը ճիշտ է միայն Երկրի մակերևույթի և դրսի կետերում ($r \geq R$): Բանաձևում «մինուս» նշանը պայմանավորված է պոտենցիալ էներգիայի զրոյական մակարդակի ընտրությամբ: Երկրի մակերևույթին մարմնի պոտենցիալ էներգիան՝ $E_պ = -GMm/R$: Երկրից հեռանալիս մարմնի պոտենցիալ էներգիան աճում է և անվերջ հեռու կետում հավասարվում զրոյի: Օգտվելով պոտենցիալ էներգիայի ստացված բանաձևից՝ (9.38) հավասարումը կարող ենք ներկայացնել այսպես՝ $A = -(E_{պ2} - E_{պ1}) = -\Delta E_պ$: Այսինքն՝ այս դեպքում ևս գործում է պոտենցիալ էներգիայի թեորեմը:

Ծանրության ուժով պայմանավորված՝ պոտենցիալ էներգիան մարմնի և Երկրի փոխազդեցության հետևանք է: Համաձայն գրավիտացիոն դաշտի մասին ժամանակակից պատկերացումների՝ մարմնի վրա անմիջականորեն ազդում է ոչ թե Երկիրը, այլ նրա գրավիտացիոն դաշտը: Գրավիտացիոն դաշտում յուրաքանչյուր մարմին օժտված է պոտենցիալ էներգիայով, որը, բնականաբար, պետք է կախված լինի ինչպես մարմինը, այնպես էլ գրավիտացիոն դաշտը բնութագրող մեծություններից: Գրավիտացիոն դաշտը բնութագրող մեծությունը **գրավիտացիոն դաշտի պոտենցիալն** է: **Գրավիտացիոն դաշտի պոտենցիալ կոչվում է այն սկալյար ֆիզիկական մեծությունը, որը հավասար է դաշտի տվյալ կետում տեղադրված մարմնի պոտենցիալ էներգիայի և մարմնի զանգվածի հարաբերությանը՝**

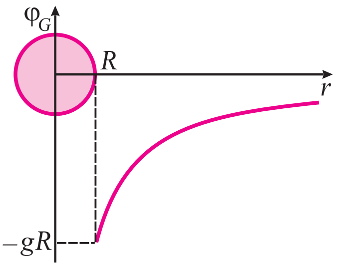
$$\varphi_G = \frac{E_պ}{m}: \qquad (9.40)$$

Գրավիտացիոն դաշտի պոտենցիալը դաշտի էներգիական բնութագիրն է: Այն ցույց է տալիս, թե ինչ պոտենցիալ էներգիայով է օժտված միավոր զանգվածով մարմինը գրավիտացիոն դաշտում: Միավորների ՄՀ-ում պոտենցիալ էներգիան արտահայտվում է ջոուլով, իսկ զանգվածը՝ կիլոգրամով, ուստի՝ պոտենցիալի միավորի համար կստանանք՝ $[\varphi_G] = 1$ Ջ/կգ:

(9.40) բանաձևում տեղադրելով պոտենցիալ էներգիայի (9.39) արտահայտությունը՝ Երկրի գրավիտացիոն դաշտի պոտենցիալի համար կստանանք՝

$$\varphi_G = -G\frac{M}{r}: \qquad (9.41)$$

Քանի որ $g = GM/R^2$, ապա (9.41) բանաձևը կարելի է ներկայացնել նաև $\varphi_G = -gR^2/r$ տեսքով: φ_G-ի կախումը Երկրի կենտրոնից հեռավորությունից պատկերված է 151-րդ նկարում:



Նկ. 151. *Երկրի գրավիտացիոն դաշտի պոտենցիալի կախումը հեռավորությունից*

Հարցեր և առաջադրանքներ

1. Ինչ՞ բանաձևով է որոշվում մարմնի պոտենցիալ էներգիան Երկրի գրավիտացիոն դաշտում: **2.** Սահմանեք գրավիտացիոն դաշտի պոտենցիալը: **3.** Գրեք Երկրի գրավիտացիոն դաշտի պոտենցիալի արտահայտությունը: **4.** Ի՞նչ միավորով է չափվում գրավիտացիոն դաշտի պոտենցիալը միավորների ՄՀ-ում: **5.** Ինչո՞վ է պայմանավորված այն հանգամանքը, որ Երկրի գրավիտացիոն դաշտում միևնույն մարմնի պոտենցիալ էներգիան (9.37) բանաձևով հաշվելիս ստանում ենք դրական, իսկ (9.39) բանաձևով հաշվելիս՝ բացասական արժեքներ: **6.** Օգտվելով 151-րդ նկարում պատկերված գրաֆիկից՝ որոշեք թե ինչ աշխատանք է անհրաժեշտ կատարել 1 կգ զանգվածով մարմինը Երկրի մակերևույթից մինչև անվերջ հեռու կետ տեղափոխելու համար:

§58. ԼՐԻՎ ՄԵԽԱՆԻԿԱԿԱՆ ԷՆԵՐԳԻԱ: ԼՐԻՎ ՄԵԽԱՆԻԿԱԿԱՆ ԷՆԵՐԳԻԱՅԻ ՊԱՀՊԱՆՄԱՆ ՕՐԵՆՔԸ

Տվյալ մարմինը միաժամանակ կարող է և՛ շարժվել, և՛ փոխազդել այլ մարմինների հետ: Դա նշանակում է, որ այն միաժամանակ օժտված է և՛ կինետիկ, և՛ պոտենցիալ էներգիայով: Օրինակ՝ազատ անկում կատարող մարմինն օժտված է կինետիկ էներգիայով, քանի որ շարժվում է: Բայց այդ՝ այն օժտված է նաև պոտենցիալ էներգիայով, քանի որ փոխազդում է Երկրի հետ:

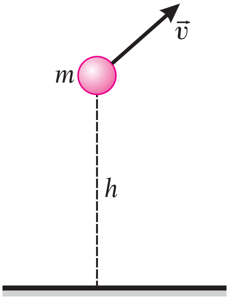
Մարմնի կինետիկ և պոտենցիալ էներգիաների գումարը կոչվում է մարմնի **լրիվ մեխանիկական էներգիա**՝

$$E = E_կ + E_պ: \qquad (9.42)$$

Օրինակ՝ Երկրի մակերևույթից h բարձրությամբ և $\vec{v}$ արագությամբ շարժվող m զանգվածով մարմնի (նկ. 152) լրիվ մեխանիկական էներգիան՝

$$E = E_կ + E_պ = \frac{mv^2}{2} + mgh, \qquad (9.43),$$

իսկ եթե մարմինն ամրացված է զսպանակին (նկ. 153), ապա այդ համակարգի լրիվ մեխանիկական էներգիան՝

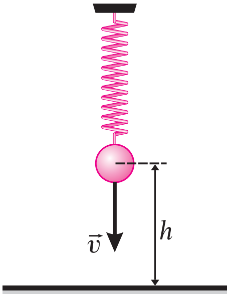


Նկ. 152. *Մարմնի լրիվ մեխանիկական էներգիան հավասար է կինետիկ էներգիայի և ծանրության ուժով պայմանավորված պոտենցիալ էներգիայի գումարին:*

$$E = E_{կ} + E_{պ} = \frac{mv^2}{2} + mgh + \frac{kx^2}{2}, \qquad (9.44)$$

որտեղ k-ն զսպանակի կոշտությունն է, x-ը՝ զսպանակի երկարայումը:

Մարմնի վրա միաժամանակ կարող է ազդել մի քանի ուժ: Ժամանակի ընթացքում մարմնի վիճակի փոփոխությունը կախված է ազդող ուժերի բնույթից:



Նկ. 153. *Համակարգի լրիվ մեխանիկական էներգիան հավասար է կինետիկ էներգիայի և ծանրության ու առաձգականության ուժերով պայմանավորված պոտենցիալ էներգիաների գումարին:*

1. Նախ քննարկենք այն դեպքը, երբ մարմնի վրա ազդում են պոտենցիալային ուժեր:

Ժամանակի որևէ պահի մարմնի կինետիկ էներգիան նշանակենք $E_{կ1}$-ով, պոտենցիալ էներգիան՝ $E_{պ1}$-ով, ժամանակի մեկ այլ պահի՝ $E_{կ2}$-ով և $E_{պ2}$-ով:

Ըստ կինետիկ էներգիայի թեորեմի՝ մարմնի վրա ազդող պոտենցիալային ուժերի աշխատանքը հավասար է մարմնի կինետիկ էներգիայի փոփոխությանը՝

$$A = E_{կ2} - E_{կ1} = \Delta E_{կ}: \qquad (9.45)$$

Մյուս կողմից, ըստ պոտենցիալ էներգիայի թեորեմի, այդ ուժերի աշխատանքը հավասար է պոտենցիալ էներգիայի փոփոխությանը՝ հակառակ նշանով՝

$$A = -(E_{պ2} - E_{պ1}) = -\Delta E_{պ}: \qquad (9.46)$$

(9.45) և (9.46) բանաձևերից հետևում է, որ պոտենցիալային ուժերի ազդեցությամբ մարմնի կինետիկ և պոտենցիալ էներգիաների փոփոխությունները բացարձակ արժեքով հավասար են, սակայն ունեն հակառակ նշաններ՝

$$E_{կ2} - E_{կ1} = -(E_{պ2} - E_{պ1}) \quad \text{կամ} \quad \Delta E_{կ} + \Delta E_{պ} = 0: \qquad (9.47)$$

Այսպիսով՝ որքան մարմնի կինետիկ էներգիան աճում է, նույնքան նրա պոտենցիալ էներգիան նվազում է և հակառակը, այսինքն՝ տեղի է ունենում մեխանիկական էներգիայի մի տեսակի փոխակերպում մեկ այլ տեսակի:

(9.47) բանաձևը կարելի է ներկայացնել նաև հետևյալ կերպ՝

$$E_{կ2} + E_{պ2} = E_{կ1} + E_{պ1}: \qquad (9.48)$$

(9.48) հավասարման աջ և ձախ մասերում գրված է մարմնի լրիվ մեխանիկական էներգիան ժամանակի երկու տարբեր պահերին: Ուրեմն՝ այդ պահերին մարմնի լրիվ մեխանիկական էներգիաները իրար հավասար են: Քանի որ ժամանակի պահերն ընտրված են կամայականորեն, ապա կարող ենք եզրակացնել, որ **պոտենցիալային ուժերի ազդեցության դեպքում մարմնի լրիվ մեխանիկական էներգիան մնում է հաստատուն, այսինքն՝ պահպանվում է**:

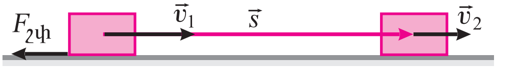
Պոտենցիալային ուժի ազդեցությանը ենթարկվող մարմնի պոտենցիալ էներգիայի մասին խոսելիս պետք է հաշվի առնել, որ այդ էներգիայով մարմինն օժտված է, քանի որ փոխազդում է մեկ այլ մարմնի հետ: Օրինակ՝ Երկրի հետ փոխազդող յուրաքանչյուր մարմին օժտված է պոտենցիալ էներգիայով: Առաձգականորեն դեֆորմացված մարմինն օժտված է պոտենցիալ էներգիայով, քանի որ միմյանց հետ փոխազդում են մարմնի առանձին մասնիկները:

Մեխանիկական էներգիայի պահպանման օրենքը ճիշտ է միմյանց հետ պոտենցիալային ուժերով փոխազդող մարմինների համակարգի համար, եթե այն **փակ** է, այսինքն՝ համակարգի մարմինները չեն փոխազդում համակարգին չպատկանող այլ մարմինների հետ: **Պոտենցիալային ուժերով փոխազդող մարմինների փակ համակարգի լրիվ մեխանիկական էներգիան պահպանվում է.**

$$E = E_{\text{կ}} + E_{\text{պ}} = const: \qquad (9.49)$$

2. Եթե փակ համակարգի մարմինների միջև պոտենցիալային ուժերից բացի գործում են ոչ պոտենցիալային ուժեր (շփման, դիմադրության), որոնք մարմինների շարժման ժամանակ կատարում են որոշակի աշխատանք, ապա փակ համակարգի լրիվ մեխանիկական էներգիան չի պահպանվում: Դրանում կարելի է համոզվել՝ դիտարկելով հետևյալ օրինակը:

Դիցուք՝ m զանգվածով մարմինը շարժվում է հորիզոնական հարթությամբ, որի հետ մարմնի սահքի շփման գործակիցը μ է (նկ. 154): Մարմնի արագությունը ժամանակի սկզբնական պահին նշանակենք $\vec{v}_1$-ով:



Նկ. 154. *Շփման ուժի առկայությամբ համակարգի լրիվ մեխանիկական էներգիան չի պահպանվում:*

Եթե որպես պոտենցիալ էներգիայի զրոյական մակարդակ ընտրենք մարմնի ծանրության կենտրոնով անցնող հորիզոնականը, ապա կամայական դիրքում մարմնի պոտենցիալ էներգիան հավասար կլինի զրոյի: Ժամանակի սկզբնական պահին մարմնի լրիվ մեխանիկական էներգիան՝

$$E_1 = E_{\text{կ}1} + E_{\text{պ}1} = \frac{mv_1^2}{2}: \qquad (9.50)$$

Քանի որ շփման ուժն ուղղված է մարմնի շարժմանը հակառակ, ապա մարմնի արագությունը կնվազի՝ տեղափոխությունից հետո դառնալով $\vec{v}_2$: Այդ դիրքում մարմնի լրիվ մեխանիկական էներգիան՝

$$E_2 = E_{\text{կ}2} + E_{\text{պ}2} = \frac{mv_2^2}{2}: \qquad (9.51)$$

Հաշվի առնելով, որ $v_2^2 = v_1^2 - 2as$, որտեղ $a = F_{\text{շփ}}/m$-ն արագացման մոդուլն է, (9.51) բանաձևից կստանանք՝

$$E_2 = \frac{mv_1^2}{2} - F_{\text{շփ}}s: \qquad (9.52)$$

$mv_1^2/2$-ը մարմնի լրիվ մեխանիկական էներգիան է ժամանակի սկզբնական պահին, իսկ $-F_{\text{շփ}}s$-ը՝ շփման ուժի կատարած A աշխատանքն s տեղափոխությունն կատարելիս, հետևաբար՝ $E_2 = E_1 + A$, որտեղից՝

$$E_2 - E_1 = A, \qquad (9.53)$$

այսինքն՝ փակ համակարգի լրիվ մեխանիկական էներգիայի փոփոխությունը հավասար է ոչ պոտենցիալային ուժերի կատարած աշխատանքին:

3. Եթե համակարգում գործող ոչ պոտենցիալային ուժերի հետ մեկտեղ համակարգի վրա ազդող արտաքին ուժերի համազորը տարբեր է զրոյից, ապա ոչ պոտենցիալային ուժերի աշխատանքին գումարվում է նաև արտաքին ուժերի աշխատանքը՝

$$E_2 - E_1 = A_{\text{ոչ պոտ}} + A_{\text{արտ}}: \qquad (9.54)$$

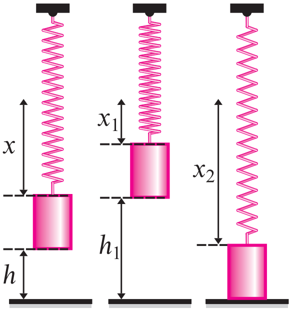
Ստացված հավասարումն արտահայտում է լրիվ մեխանիկական էներգիայի փոփոխության թեորեմը. **համակարգի լրիվ մեխանիկական էներգիայի փոփոխությունը հավասար է արտաքին ուժերի և ներքին ոչ պոտենցիալային ուժերի աշխատանքների գումարին**:

Հարցեր և առաջադրանքներ

1. Սահմանե՛ք լրիվ մեխանիկական էներգիան: **2.** Բացարձա՞կ, թե՞ հարաբերական մեծություն է լրիվ մեխանիկական էներգիան: Պատասխանը հիմնավորե՛ք: **3.** Գրե՛ք կինետիկ էներգիայի թեորեմի բանաձևը: **4.** Գրե՛ք պոտենցիալ էներգիայի թեորեմի բանաձևը: **5.** Ո՞ր դեպքում են մարմինների համակարգն անվանում փակ: **6.** Էներգիայի ինչպիսի՞ փոխակերպումներ են տեղի ունենում նետն աղեղով արձակելիս: **7.** Ձևակերպե՛ք լրիվ մեխանիկական էներգիայի պահպանման օրենքը: **8.** Որքա՞ն է հորիզոնի նկատմամբ անկյան տակ նետված, v_0 սկզբնական արագությամբ մարմնի արագությունը h բարձրությունում: Օդի դիմադրությունն անտեսել: **9.** Ե՞րբ է դեպի վեր շարժվող մարմնի լրիվ մեխանիկական էներգիան շարժման ընթացքում ընդունում իր փոքրագույն արժեքը: Օդի դիմադրությունը հաշվի առնել: **10.** Ձևակերպե՛ք լրիվ մեխանիկական էներգիայի փոփոխության թեորեմը:

§59. ԼԱԲՈՐԱՏՈՐ ԱՇԽԱՏԱՆՔ 7

Մեխանիկական էներգիայի պահպանման օրենքի ուսումնասիրումը



Աշխատանքի նպատակը. փորձով ստուգել մեխանիկական էներգիայի պահպանման օրենքը:

Չափամիջոցներ. միլիմետրական բաժանումներով քանոն (50 սմ երկարությամբ):

Նյութեր և սարքեր. զսպանակ, 100 կամ 50 գրամանոց բեռների հավաքածու, ամրակալան՝ կցորդիչով:

Փորձի կատարման ընթացքը

1. Ամրակալանին ամրացրե՛ք հայտնի կոշտությամբ (օրինակ՝ $k = 8$Ն/մ) զսպանակ և չափե՛ք չձգված զսպանակի ծայրի կոորդինատը:
2. Զսպանակից կախե՛ք բեռ ($m = 100$գ): Չափե՛ք բեռի h բարձրությունը սեղանի մակերևույթից և ձգման x չափը:
3. Ձեռքով բարձրացրե՛ք բեռը՝ բեռնաթափելով զսպանակը: Բեռը բարձրացրե՛ք մինչև այնպիսի h_1 բարձրություն (1-ին դիրք. կարելի է համոզվել, որ բեռը պետք է բարձրացնել h-ով),. որ այն բաց թողնելիս միայն հպվի սեղանի մակերևույթին (2-րդ դիրք):
4. Հաշվե՛ք էներգիաները 1-ին (զսպանակը ձգված է x_1 չափով, իսկ բեռի բարձրությունը h_1 է) և 2-րդ (զսպանակը ձգված է x_2 չափով, իսկ բեռի

բարձրությունը զրո է) դիրքում և համոզվեք, որ դրանք հավասար են.

$$E_1 = \frac{kx_1^2}{2} + mgh_1, \quad E_2 = \frac{kx_2^2}{2}, \quad E_1 = E_2:$$

Օգտվելով էներգիայի պահպանման օրենքից՝ ապացուցեք, որ $h_1 = 2h$:

Խնդիրների լուծման օրինակներ

1. Ինչ՞ աշխատանք պետք է կատարել զսպանակը $x = 10$ սմ ձգելու համար, եթե $x_1 = 1$ սմ ձգելու համար պահանջվում է $F_1 = 2$ Ն ուժ:

Լուծում: Օգտվելով Հուկի օրենքից՝ որոշեք զսպանակի կոշտությունը. $F_1 = kx_1$, $k = F_1/x_1$: Զսպանակը x չափով ձգելու համար պահանջվող աշխատանքը՝

$$A = \frac{kx^2}{2} = \frac{F_1x^2}{2x_1} = 1\text{Ջ}:$$

Պատասխան՝ 1 Ջ:

2. $\eta = 0,6$ **ՕԳԳ-ով շարժական ճախարակով $m = 75$ կգ զանգվածով բեռը պետք է բարձրացնել $h = 10$ մ: Որոշել դրա համար անհրաժեշտ օգտակար աշխատանքը, լրիվ աշխատանքը և ուժի մոդուլը:**

Լուծում: Բեռը հավասարաչափ բարձրացնելիս կատարված օգտակար աշխատանքը՝ $A_{\text{օգ}} = mgh = 7350$ Ջ: Լրիվ աշխատանքը կորոշենք $\eta = A_{\text{օգ}}/A_{\text{լր}}$ բանաձևից՝ $A_{\text{լր}} = A_{\text{օգ}}/\eta = 12250$ Ջ: Բեռը h-ով բարձրացնելու համար պարանի ծայրը պետք է ձգել $2h$-ով, հետևաբար՝ $A_{\text{լր}} = F \cdot 2h$, որտեղից՝ $F = A_{\text{լր}}/2h = 612,5$ Ն:

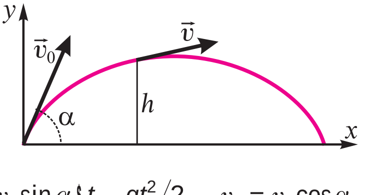
Պատասխան՝ 612,5 Ն:

3. Սյան գագաթից հաշված $h = 1,4$ մ բարձրությունից ընկնող $m = 600$ կգ զանգվածով մուրճի հարվածից սյունը գետնի մեջ է խրվում $\Delta h = 0,1$ մ: Գտնել գետնի դիմադրության միջին ուժը: Սյան զանգվածն անտեսել:

Լուծում: Դիմադրության ուժի կատարած աշխատանքի հետևանքով համակարգի մեխանիկական էներգիան նվազում է $mg(h + \Delta h)$-ով (սյան զանգվածն անտեսելիս նրա պոտենցիալ էներգիայի փոփոխությունը և հարվածի ժամանակ մեխանիկական էներգիայի կորուստը կարելի է հաշվի չառնել), հետևաբար՝ $mg(h + \Delta h) = F_{\text{դ}}\Delta h$, որտեղից՝ $F_{\text{դ}} = mg(1 + h/\Delta h) = 88,2$ կՆ:

Պատասխան՝ 88,2 կՆ:

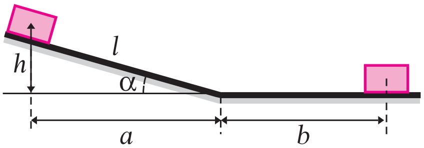
4. Օգտվելով շարժման հավասարումներից՝ ապացուցեք, որ օդի դիմադրությունն անտեսելիս հորիզոնի նկատմամբ անկյան տակ նետված մարմնի լրիվ մեխանիկական էներգիան պահպանվում է:



Օգտվենք շարժման հավասարումներից՝ $y = v_0\sin\alpha \cdot t - gt^2/2$, $v_x = v_0\cos\alpha$, $v_y = v_0\sin\alpha - gt$: t_1 պահին մարմնի բարձրությունը և արագության քառակուսին՝ $h = v_0\sin\alpha \cdot t_1 - gt_1^2/2$, $v^2 = v_x^2 + v_y^2 = v_0^2 - 2v_0gt_1\sin\alpha + g^2t_1^2$: Այս արտահայտությունները տեղադրելով $E_2 = mv^2/2 + mgh$ բանաձևի մեջ՝ կստանանք՝

$$E_2 = \frac{mv_0^2}{2} = E_1:$$

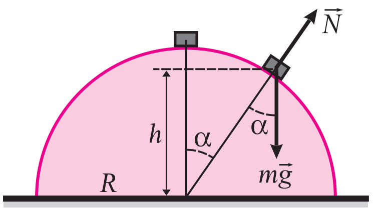
5. $h = 2$ մ բարձրությամբ և $a = 4$ մ հիմքով լանջով սկսում է սահել սահնակը, որը կանգ է առնում լանջի ստորոտից $b = 36$ մ ճանապարհ անցնելուց հետո: Որքա՞ն է շփման գործակիցը, եթե այն ամբողջ ճանապարհին նույնն է: Օդի դիմադրությունն անտեսեք: Ազատ անկման արագացումն համարեք 10 մ/վ^2:



Լուծում: Սահնակի կինետիկ էներգիան սկզբնական և վերջնական դիրքերում զրո է (տես նկարը): Որպես պոտենցիալ էներգիայի հաշվարկման զրոյական մակարդակ ընդունենք ճանապարհի հորիզոնական տեղամասը: Այդ դեպքում լանջի գագաթին սահնակի պոտենցիալ էներգիան mgh է, իսկ հորիզոնական տեղամասում՝ զրո: Սահնակի մեխանիկական էներգիայի փոփոխությունը հավասար է ամբողջ ճանապարհին շփման ուժի կատարած աշխատանքին՝ $-mgh = A_{\text{շփ}}$: Շփման ուժի աշխատանքը թեք հարթության վրա՝ $A_{\text{շփ}1} = -\mu mg\cos\alpha \cdot l$ է, իսկ հորիզոնական տեղամասում՝ $A_{\text{շփ}2} = -\mu mg \cdot b$: Քանի որ $l\cos\alpha = a$, ապա ամբողջ աշխատանքը՝ $A_{\text{շփ}} = -\mu mg(a + b)$: Այսպիսով՝ $mgh = \mu mg(a + b)$ և $\mu = h/(a + b) = 0{,}05$:

Պատասխան՝ $\mu = 0{,}05$:

6. Ոչ մեծ մարմինն առանց շփման սկսում է սահել R շառավղով կիսագնդի գագաթից: Կիսագնդի հիմքից հաշված՝ ի՞նչ բարձրությունից մարմինը կպոկվի կիսագնդի մակերևույթից:



Լուծում: Եթե որպես պոտենցիալ էներգիայի զրոյական մակարդակ ընտրենք կիսագնդի հիմքը, ապա գագաթին մարմնի պոտենցիալ էներգիան կլինի mgR, իսկ կինետիկ էներգիան՝ զրո: Պոկվելու պահին նրա պոտենցիալ էներգիան mgh է, իսկ կինետիկը՝ $mv^2/2$: Համաձայն լրիվ մեխանիկական էներգիայի պահպանման օրենքի՝ $mgR = mv^2/2 + mgh$ (1): Համաձայն Նյուտոնի երկրորդ օրենքի՝ $m\vec{g} + \vec{N} = m\vec{a}$, որտեղ N-ը կիսագնդի հակազդեցության ուժն է: Պրոյեկտելով այս հավասարումը մարմինը կիսագնդի կենտրոնին միացնող ուղղի վրա, կստանանք՝ $mg\cos\alpha - N = ma_n$: Քանի որ $a_n = v^2/R$, $\cos\alpha = h/R$, իսկ պոկվելու պահին $N = 0$, $h = h_0$ ապա $v^2 = h_0 g$: Տեղադրելով այս արտահայտությունը (1) հավասարման մեջ, կստանանք՝ $h_0 = 2R/3$:

Պատասխան՝ $h_0 = 2R/3$:

Խորացված

7. Ի՞նչ նվազագույն արագություն պետք է հաղորդել մարմնին, որպեսզի այն հեռանա և այլևս չվերադառնա Երկիր: Մթնոլորտի դիմադրության ուժն անտեսել:

Լուծում: Պահանջվող արագությունը նշանակենք v_{II}-ով: Այն անվանում են **երկրորդ տիեզերական արագություն**: Երկրի մակերևույթին մարմինն օժտված է $E_{\text{կ}} = mv_{II}^2/2$ կինետիկ էներգիայով և $E_{\text{պ}} = -GmM/R$ պոտենցիալ էներգիայով (R-ը Երկրի շառավիղն է, M-ը՝ զանգվածը): Մարմնի լրիվ մեխանիկական էներգիան՝ $E_1 = mv_{II}^2/2 - GmM/R$: Երկրից շատ մեծ հեռավորություններում, որտեղ փոխազդեցության ուժը կարելի է անտեսել, իսկ արագությունը համարել զրո, մարմնի լրիվ մեխանիկական էներգիան՝ $E_2 = 0$: Համաձայն լրիվ մեխանիկական էներգիայի պահպանման օրենքի՝ $mv_{II}^2/2 - GmM/R = 0$, որտեղից՝ $v_{II} = \sqrt{2GM/R}$: Հաշվի առնելով, որ $GM/R^2 = g$, կստանանք՝ $v_{II} = \sqrt{2Rg}$. 11,2կմ/վ:

Պատասխան՝ $v_{II} = \sqrt{2Rg}$. 11,2 կմ/վ:

§60. ՄԱՐՄՆԻ ԻՄՊՈՒԼՍ: ՈՒԺԻ ԻՄՊՈՒԼՍ: ԻՄՊՈՒԼՍԻ ՊԱՀՊԱՆՄԱՆ ՕՐԵՆՔԸ

Մարմնի վրա ուժի ազդեցության արդյունքը պայմանավորված է ոչ միայն ուժի մեծությամբ, այլ նաև դրա ազդման տևողությամբ: Որքան երկար ժամանակ է ուժն ազդում, այնքան մեծ է մարմնի արագության փոփոխությունը:

Դիցուք՝ m զանգվածով մարմնի վրա ազդում է հաստատուն $\vec{F}$ ուժ: Այդ ուժի ազդեցությամբ մարմինը կշարժվի հաստատուն $\vec{a} = (\vec{v}_2 - \vec{v}_1)/\Delta t$ արագացմամբ, որտեղ $\vec{v}_1$-ը մարմնի արագությունն է ժամանակի սկզբնական պահին, իսկ $\vec{v}_2$-ը՝ Δt ժամանակ անց: Տեղադրելով այս արտահայտությունը Նյուտոնի երկրորդ օրենքն արտահայտող $\vec{F} = m\vec{a}$ բանաձևում, կստանանք՝

$$\vec{F}\Delta t = m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1: \qquad (9.55)$$

Օգտվելով (9.55) բանաձևից՝ սահմանենք երկու նոր ֆիզիկական մեծություններ: **Ուժի և նրա ազդեցության ժամանակի $\vec{F}\Delta t$ արտադրյալը կոչվում է ուժի իմպուլս**: Եթե ուժի աշխատանքը բնութագրում է ուժի տարածական ազդեցությունը, ապա ուժի իմպուլսը բնութագրում է ուժի ժամանակային ազդեցությունը: Ուժի իմպուլսի սահմանումից նաև հետևում է, որ այն վեկտորական մեծություն է և ունի ուժի ուղղությունը: Միավորների ՄՀ-ում այն արտահայտվում է 1 Ն·վ միավորով:

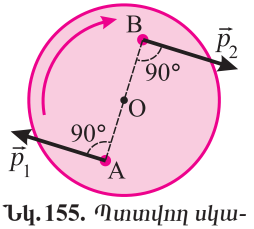
(9.55) բանաձևից հետևում է, որ ուժի իմպուլսը կապված է մի ֆիզիկական մեծության փոփոխության հետ, որը հավասար է մարմնի զանգվածի և արագության արտադրյալին: **Մարմնի զանգվածի և արագության արտադրյալը կոչվում է մարմնի իմպուլս**՝

$$\vec{p} = m\vec{v}: \qquad (9.56)$$

Մարմնի իմպուլսը վեկտորական մեծություն է և ունի մարմնի արագության ուղղությունը: Միավորների ՄՀ-ում այն արտահայտվում է 1 կգմ/վ միավորով:

Մարմնի իմպուլսը (9.56) բանաձևով կարելի է հաշվել այն դեպքում, երբ նրա բոլոր կետերի արագությունը նույնն է, այսինքն՝ այն կատարում է համընթաց շարժում: Եթե մարմնի տարբեր կետեր շարժվում են տարբեր արագություններով, ապա մարմնի լրիվ իմպուլսը որոշելու համար անհրաժեշտ է այն բաժանել առանձին փոքր տարրերի (նյութական կետերի), որոշել դրանցից յուրաքանչյուրի իմպուլսը և դրանք գումարել վեկտորապես:

Դադարի վիճակում մարմնի իմպուլսը զրո է: Սակայն մարմնի իմպուլսը կարող է զրո լինել նաև այն դեպքում, երբ այն շարժվում է: Որպես օրինակ կարող է ծառայել O անշարժ առանցքի շուրջ պտտվող սկավառակը (նկ. 155): Իրոք, տրամագծորեն հակադիր, հավասար զանգվածներով կամայական A և B բավականաչափ փոքր տարրերն ունեն մոդուլով հավասար, ուղղությամբ հակադիր իմպուլսներ, ուստի՝ դրանց գումարը զրո է: Դա ճիշտ է սկավառակի տրամագծորեն հակադիր բոլոր զույգ տարրերի համար, հետևաբար՝ սկավառակի լրիվ իմպուլսը զրո է:



Նկ. 155. *Պտտվող սկավառակի իմպուլսը զրո է:*

Մարմնի իմպուլսի և նրա վրա ազդող ուժի իմպուլսի միջև կապը բխում է (9.55) հավասարումից, որը կարող ենք ներկայացնել հետևյալ կերպ՝

$$\Delta\vec{p} = \vec{F}\Delta t: \qquad (9.57)$$

Ստացանք, որ **մարմնի իմպուլսի փոփոխությունը հավասար է նրա վրա ազդող ուժի իմպուլսին**: Սա Նյուտոնի երկրորդ օրենքի առավել ընդհանուր ձևակերպումն է:

(9.57) բանաձևն արտածելիս ենթադրեցինք, որ մարմնի վրա ազդող ուժը հաստատուն է: Եթե ժամանակի ընթացքում ուժը փոփոխվում է, ապա նրա ազդման ժամանակամիջոցը կարելի է տրոհել այնքան փոքր ժամանակահատվածների, որոնցից յուրաքանչյուրում ուժը կարելի է համարել հաստատուն, որոշել ուժի իմպուլսը յուրաքանչյուր ժամանակահատվածում և, գումարելով դրանք, որոշել ուժի իմպուլսն ամբողջ ժամանակամիջոցում:

(9.57) բանաձևից հետևում է իմպուլսի հետևյալ կարևոր առանձնահատկությունը. տվյալ ուժի ազդեցությամբ այն միատեսակ է փոխվում բոլոր մարմինների համար, եթե այդ ուժի ազդեցության տևողությունը նույնն է: Որոշակի ժամանակահատվածում տվյալ ուժը նույն իմպուլսն է հաղորդում թե՛ մեծ զանգվածով, թե՛ փոքր զանգվածով մարմիններին:

Մարմնի իմպուլսի փոփոխությունը որոշվում է ուժի իմպուլսով: Կարճատև ազդող մեծ ուժը մարմնի իմպուլսը կարող է փոխել նույնքանով, որքանով երկար ժամանակ ազդող փոքր ուժը:

Տարաբնույթ բախումների ժամանակ մարմինը, հանդիպելով խոչընդոտի, կանգ է առնում, կորցնում է իր սկզբնական իմպուլսը: Որքան փոքր է այդ դեպքում բախման ժամանակը, այնքան մեծ է մարմնի վրա ազդող ուժը: Երբ մարդը, օրինակ, որոշ բարձրությունից ցատկելով՝ հարվածում է գետնին, կամ ավտոմեքենան հարվածում է պատին, ի հայտ են գալիս մարմնի վրա ազդող մեծ ուժեր:

Դիցուք՝ 80 կգ զանգվածով մարդը ցատկում է 1,3 մ բարձրությունից: Գետնին հարվածելու պահին նրա արագությունը՝ υ . 5 մ/վ է: Եթե հարվածի ընթացքում մարդը չի կքանստում, և կոշիկների ներբանները բավականաչափ փափուկ չեն, ապա հարվածի տևողությունը՝ Δt . 0,01 վ: Այդ ընթացքում գետնից ազդող ուժի ազդեցությամբ մարդու արագությունը փոքրանում է 5 մ/վ-ից մինչև զրո, հետևաբար՝ նրա իմպուլսի փոփոխությունը՝ $\Delta p = 80$ կգ$\cdot$5 մ/վ = 400 կգմ/վ: Համաձայն (9.57) բանաձևի՝ գետնից մարդու վրա ազդող միջին ուժը՝ $F = \Delta p/\Delta t = 4000$ Ն: Սա մեծ ուժ է և կարող է մարմնական լուրջ վնասվածքներ պատճառել:

Սակայն այդ բարձրությունից ցատկը կարելի բացարձակ անվտանգ դարձնել՝ երկարաձգելով բախման ժամանակը: Դրա համար հարվածի պահին անհրաժեշտ է ծալել ծնկները, ինչպես նաև հագնել հաստ առաձգական ներբաններով կոշիկներ կամ ցատկել փափուկ, ավազոտ հողին: Նույն նպատակով էլ դարպասապահները հագնում են հատուկ ձեռնոցներ և գնդակը որսալիս ձեռքերն աստիճանաբար հետ են տանում: Նշված դեպքերում էապես մեծանում է բախման ժամանակը, հետևաբար՝ փոքրանում է մարդու վրա ազդող ուժը:

Որոշ դեպքերում հարկ է լինում ոչ թե փոքրացնել, այլ մեծացնել հարվածի ուժը: Դրա համար պետք է հնարավորինս փոքրացնել հարվածի տևողությունը: Այդ պատճառով է, որ ֆուտբոլի խաղակոշիկները պատրաստում են պինդ, ամուր նյութերից, որի շնորհիվ փոքր է դրանց դեֆորմացիայի ժամանակը:

Հարցեր և առաջադրանքներ

1. Ո՞ր մեծությունն է կոչվում ուժի իմպուլս, և ի՞նչ միավորով է այն արտահայտվում: **2.** Ո՞ր մեծությունն է կոչվում մարմնի իմպուլս, և ի՞նչ միավորով է այն արտահայտվում: **3.** Ի՞նչ կապ կա ուժի իմպուլսի և մարմնի իմպուլսի միջև: **4.** Ի՞նչ ուղղություն ունի ավտոմեքենայի իմպուլսի փոփոխությունը՝ ա) երբ ավտոմեքենան դադարի վիճակից սկսում է շարժվել, բ) երբ շարժվող ավտոմեքենան արգելակում է: **5.** Որքա՞ն է նույն զանգվածներով և մոդուլով հավասար արագություններով իրար ընդառաջ շարժվող երկու մարմիններից կազմված համակարգի լրիվ իմպուլսը: **6.** Մարմինը կատարում է շրջանագծային հավասարաչափ շարժում: Փոխվու՞մ է արդյոք մարմնի իմպուլսը ժամանակի ընթացքում: **7.** m զանգվածով թենիսի գնդակը $\vec{v}$ արագությամբ ուղղահայաց հարվածում է պատին և մոդուլով նույն արագությամբ անդրադառնում նրանից: Որքա՞ն է գնդակի՝ ա) իմպուլսի փոփոխության մոդուլը, բ) իմպուլսի մոդուլի փոփոխությունը:

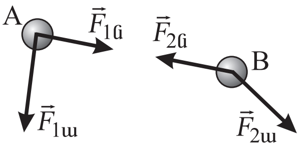
§ 61. ԻՄՊՈՒԼՍԻ ՊԱՀՊԱՆՄԱՆ ՕՐԵՆՔԸ

Ինչպես և էներգիան, «իմպուլս» հասկացությունը կարելի է կիրառել ոչ միայն առանձին մարմնի, այլև մարմինների կամայական համակարգի համար: Համակարգի **լրիվ իմպուլս** է կոչվում համակարգի մարմինների իմպուլսների վեկտորական գումարը.

$$\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \ldots + \vec{p}_n: \qquad (9.58)$$

(9.58) սահմանումից հետևում է, որ համակարգի լրիվ իմպուլսի փոփոխությունը հավասար է համակարգի մարմինների իմպուլսների փոփոխությունների վեկտորական գումարին.

$$\Delta\vec{p} = \Delta\vec{p}_1 + \Delta\vec{p}_2 + \ldots + \Delta\vec{p}_n: \qquad (9.59)$$



Նկ. 156. *Համակարգը կազմող մարմինների վրա ազդում են արտաքին և ներքին ուժեր:*

Պարզության համար ենթադրենք, որ համակարգը կազմված է A և B մարմիններից (նկ. 156): Դրանք կարող են լինել, օրինակ, երկու բախվող գնդեր, հրանոթը և նրա արձակած արկը, նավակը և նրա մեջ նստած մարդը և այլն: Համակարգի մարմինների վրա ազդող ուժերը կարելի է բաժանել երկու խմբի: Այն ուժերը, որոնք գործում են համակարգի մարմինների միջև, կոչվում են **ներքին ուժեր**: 156-րդ նկարում ներքին ուժեր են $\vec{F}_{1ն}$-ը և $\vec{F}_{2ն}$-ը: $\vec{F}_{1ն}$-ը A մարմնի վրա B մարմնի ազդող ուժն է, իսկ $\vec{F}_{2ն}$-ը՝ B մարմնի վրա A մարմնի ազդող ուժը: Համակարգի մարմինների վրա համակարգին չպատկանող մարմինների ազդող ուժերը կոչվում են **արտաքին ուժեր**: 156-րդ նկարում $\vec{F}_{1ա}$-ն և $\vec{F}_{2ա}$-ն, համապատասխանաբար, A և B մարմինների վրա ազդող արտաքին ուժերն են:

Նշված ուժերի ազդեցությամբ համակարգի մարմինների իմպուլսը փոփոխվում է: Եթե համակարգի վրա այդ ուժերի ազդեցությունը դիտարկենք բավականաչափ փոքր Δt ժամանակահատվածի ընթացքում, ապա մարմիններից յուրաքանչյուրի իմպուլսի փոփոխությունը կլինի՝

$$\Delta\vec{p}_A = (\vec{F}_{1ա} + \vec{F}_{1ն})\Delta t, \quad \Delta\vec{p}_B = (\vec{F}_{2ա} + \vec{F}_{2ն})\Delta t:$$

Գումարելով այս հավասարումները՝ կստանանք համակարգի լրիվ իմպուլսի փոփոխությունը Δt ժամանակահատվածում՝

$$\Delta\vec{p} = \Delta\vec{p}_A + \Delta\vec{p}_B = (\vec{F}_{1ա} + \vec{F}_{1ն} + \vec{F}_{2ա} + \vec{F}_{2ն})\Delta t: \quad (9.60)$$

Ըստ Նյուտոնի երրորդ օրենքի՝ $\vec{F}_{1ն} = -\vec{F}_{2ն}$, հետևաբար՝

$$\Delta\vec{p} = (\vec{F}_{1ա} + \vec{F}_{2ա})\Delta t: \quad (9.61)$$

Քանի որ համակարգի ներքին ուժերի գումարը միշտ զրո է, համակարգի լրիվ իմպուլսի փոփոխությունը հավասար է համակարգի մարմինների վրա ազդող արտաքին ուժերի համազորի իմպուլսին: Ստացված արդյունքը հեշտ է ընդհանրացնել կամայական թվով մարմիններից բաղկացած համակարգի համար: Եթե արտաքին ուժերի համազորը նշանակենք $\vec{R}$-ով, ապա կարող ենք գրել՝

$$\Delta\vec{p} = \vec{R}\Delta t: \quad (9.62)$$

Այս հավասարումն արտահայտում է Նյուտոնի երկրորդ օրենքը մարմինների համակարգի համար: Դրանից հետևում է, որ համակարգի լրիվ իմպուլսը կարող է փոխվել միայն արտաքին ուժերի ազդեցությամբ, ընդ որում, լրիվ իմպուլսի փոփոխությունն ունի արտաքին ուժերի համազորի ուղղությունը: Ներքին ուժերը փոխում են միայն համակարգի առանձին մարմինների իմպուլսները, իսկ համակարգի լրիվ իմպուլսը փոխել չեն կարող:

Ըստ (9.62) հավասարման՝ եթե $\vec{R} = 0$, ապա $\Delta\vec{p} = 0$, այսինքն՝ **եթե համակարգի վրա ազդող արտաքին ուժերի համազորը զրո է, ապա համակարգի իմպուլսը պահպանվում է.**

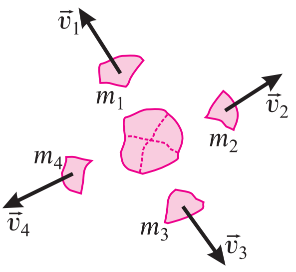
$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \dots + \vec{p} = const: \quad (9.63)$$

Այս պնդումը կոչվում է **իմպուլսի պահպանման օրենք**: Մասնավորապես, m_1 և m_2 զանգվածներով մարմինների համակարգի համար

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{v}_1' + m_2\vec{v}_2', \quad (9.64)$$

որտեղ $\vec{v}_1$-ը և $\vec{v}_2$-ը մարմինների արագություններն են փոխազդեցությունից առաջ, իսկ $\vec{v}_1'$-ը և $\vec{v}_2'$-ը՝ փոխազդեցությունից հետո:

Իմպուլսի պահպանման օրենքը կարելի է կիրառել նաև այն դեպքերում, երբ համակարգը փակ չէ, սակայն նրա մեջ ընթացող պրոցեսներն այնքան կարճատև են, որ արտաքին ուժերը չեն հասցնում նկատելիորեն փոխել համակարգի իմպուլսը: Բավականաչափ փոքր Δt-երի դեպքում (9.62) հավասարման աջ մասի փոխարեն տեղադրելով զրո, կստանանք՝ $\Delta\vec{p} = 0$, այսինքն՝ $\vec{p} = const$: Այդպիսի դեպքերից են մարմինների զանազան բախումները, կրակոցները, պայթյունները:



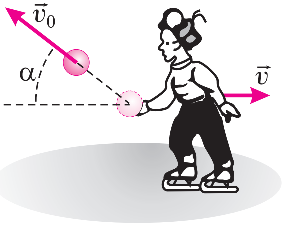
Նկ. 157. *Ռումբի պայթման ժամանակ ծանրության ուժի ազդեցությունը կարելի է անտեսել:*

Դիցուք՝ դեպի վեր արձակված արկը հետագծի վերին կետում, որտեղ նրա արագությունը զրո է, պայթում է (նկ. 157): Մինչ պայթյունն արկի իմպուլսը զրո է: Պայթյունը շատ կարճ է տևում, ուստի՝ ծանրության ուժը չի հասցնում զգալիորեն փոխել արկի իմպուլսը, և պայթյունից հետո առաջացած բեկորների իմպուլսների գումարը նույնպես պետք է զրո լինի՝

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + m_3\vec{v}_3 + m_4\vec{v}_4 = 0:$$

Որոշ դեպքերում կարող է պահպանվել համակարգի իմպուլսի պրոյեկցիան որոշակի առանցքի վրա: (9.62) հավասարումից հետևում է, որ իմպուլսի փոփոխության պրոյեկցիան կամայական կոորդինատային առանցքի վրա հավասար է այդ նույն առանցքի վրա արտաքին ուժերի համազորի պրոյեկցիային՝

$$\Delta p_x = R_x \Delta t: \tag{9.65}$$



Նկ. 26. *«Չմշկորդ-մարմին» համակարգի իմպուլսի հորիզոնական պրոյեկցիան պահպանվում է*

Ըստ (9.65) հավասարման՝ եթե $R_x = 0$, ապա $\Delta p_x = 0$, այսինքն՝ եթե համակարգի վրա ազդող արտաքին ուժերի համազորի պրոյեկցիան որևէ առանցքի վրա զրո է, ապա այդ ուղղությամբ համակարգի իմպուլսի պրոյեկցիան պահպանվում է: Օրինակ՝ երբ սահադաշտում կանգնած չմշկորդը դեպի ձախ մարմին է նետում հորիզոնի նկատմամբ անկյան տակ (նկ. 158), ինքը դեպի աջ ուղղված արագություն է ստանում: Քանի որ «չմշկորդ-մարմին» համակարգի վրա հորիզոնական ուղղությամբ ուժեր չեն ազդում (շփման ուժն անտեսվում է), ապա համակարգի իմպուլսի պրոյեկցիան այդ ուղղությամբ պահպանվում է: Մինչ մարմինը նետելը համակարգի իմպուլսը, հետևաբար՝ նաև նրա հորիզոնական պրոյեկցիան զրո էր: Նետելուց հետո մարմինն ստանում է $m_1\vec{v}_0$ իմպուլս, որի հորիզոնական պրոյեկցիան՝ $mv_0\cos\alpha$-ն, ուղղված է դեպի ձախ: Չմշկորդը հորիզոնական ուղղությամբ պետք է ստանա մոդուլով դրան հավասար, իսկ ուղղությամբ հակադիր իմպուլս, որպեսզի հորիզոնական ուղղությամբ համակարգի իմպուլսի պրոյեկցիան մնա զրո՝ $Mv - mv_0\cos\alpha = 0$, որտեղից՝ $v = mv_0\cos\alpha/M$:

Նշենք իմպուլսի պահպանման օրենքի ևս մեկ կարևոր առանձնահատկություն: Եթե մեխանիկական էներգիայի պահպանման օրենքը ճիշտ է փակ համակարգում գործող միայն պոտենցիալային ուժերի դեպքում, ապա իմպուլսի պահպանման օրենքը գործում է փակ համակարգի մարմինների կամայական բնույթի փոխազդեցության դեպքում: Օրինակ՝ շփման ուժերի առկայությամբ փակ համակարգի մեխանիկական էներգիան չի պահպանվում, սակայն իմպուլսը միշտ պահպանվում է:

Իմպուլսի պահպանման օրենքին հանգեցինք՝ օգտվելով Նյուտոնի երկրորդ և երրորդ օրենքներից: Սակայն իմպուլսի պահպանման օրենքը բնության հիմնարար օրենքներից է և ոչ թե այլ օրենքների հետևանք: Այն չունի բացառություններ ու գործում է և՛ մակրոաշխարհում, և՛ միկրոաշխարհում:

Իմպուլսի պահպանման օրենքի համաձայն՝ շարժումը ենթարկվում է որոշ ընդհանրական կանոնների: Անկախ մարմինների փակ համակարգում տեղի ունեցող պրոցեսներից՝ դրա լրիվ իմպուլսը միշտ պահպանվում է: Փակ համակարգի մարմինները կարող են փոխազդել կամայական բնույթի ուժերով, կարող են պայթյունի հետևանքով տրոհվել առանձին մասերի, կարող են միավորվել, սակայն փակ համակարգի լրիվ իմպուլսը մնում է անփոփոխ:

Հարցեր և առաջադրանքներ

1. Ո՞ր համակարգն են անվանում փակ: **2.** Ո՞ր մեծությունն են անվանում համակարգի իմպուլս: **3.** Հնարավո՞ր է արդյոք, որ երկու մարմիններից կազմված համակարգի ընդհանուր իմպուլսի մոդուլը փոքր լինի այդ մարմիններից մեկի իմպուլսի մոդուլից: **4.** Ո՞ր ուժերն են կոչվում ներքին ուժեր: **5.** Ո՞ր ուժերն են կոչվում արտաքին ուժեր: **6.** Ձևակերպե՛ք իմպուլսի պահպանման օրենքը: **7.** Ո՞ր դեպքերում կարելի է կիրառել իմպուլսի պահպանման օրենքը: **8.** Հրայանի գնդակը հարվածում է սեղանին դրված փայտե չորսուին: Ինչո՞ւ չորսուի արագությունը որոշելու համար կարելի է կիրառել իմպուլսի պահպանման օրենքը, չնայած գնդակի և չորսուի վրա ազդում են արտաքին ուժեր՝ ծանրության ուժը, սեղանի հակազդեցության ուժը, շփման ուժը:

Հետաքրքիր է իմանալ

Թեև էներգիայի և իմպուլսի պահպանման օրենքները ներկայացվեցին որպես Նյուտոնի օրենքների հետևանք, սակայն դրանք առավել հիմնարար օրենքներ են, կիրառվում են ոչ միայն մեխանիկական երևույթներում, և հետևանք են ժամանակի ու տարածության որոշակի հատկությունների:

Էներգիայի պահպանման օրենքը հետևանք է ժամանակի համասեռության, որի էությունը հետևյալն է: Եթե փակ համակարգում ժամանակի որևէ պահի, տրված սկզբնական պայմաններում, երևույթն ընթանում է որևէ ձևով, ապա այն նույն ընթացքը կունենա, եթե նույն սկզբնական պայմաններն ապահովվեն ժամանակի մեկ այլ պահի: Ժամանակի համասեռության հետևանքով է, որ չնայած փակ համակարգի մասնիկների կոորդինատներն ու արագությունները ժամանակի ընթացքում փոփոխվում են, սակայն ոչ պոտենցիալային ուժերի բացակայությամբ համակարգի լրիվ մեխանիկական էներգիան մնում է հաստատուն:

Ժամանակի համասեռությամբ է պայմանավորված նաև այն հանգամանքը, որ ֆիզիկական հաստատունները և օրենքները ժամանակի ընթացքում չեն փոխվում:

Իմպուլսի պահպանման օրենքը հետևանք է տարածության համասեռության: Փակ համակարգում երևույթների ընթացքը չի փոխվում, երբ համակարգը տարածության մեջ զուգահեռ տեղափոխվում է այնպես, որ նրա մեջ բոլոր մարմինները հայտնվում են նույն պայմաններում, ինչպիսին մինչ տեղափոխելն էր: Այդպիսի տեղափոխության ժամանակ մարմինների փոխազդեցության պոտենցիալ էներգիան չի փոխվում, քանի որ այն կախված է միայն նրանց փոխադարձ դիրքից (հեռավորությունից), որը մնում է նույնը: Դա նշանակում է, որ $\vec{L}$ զուգահեռ տեղափոխության դեպքում ներքին ուժերի կատարած աշխատանքը զրո է՝ $(\vec{F}_1+\vec{F}_2+\ldots+\vec{F}_n)\cdot\vec{L}=0$: Այս պայմանը ճիշտ է կամայական $\vec{L}$-ի համար, ուստի՝ $\vec{F}_1+\vec{F}_2+\ldots+\vec{F}_n=0$: Սա այն պայմանն է, որը Նյուտոնի երկրորդ օրենքի կիրառման դեպքում բերում է իմպուլսի պահպանման օրենքին: Այս դեպքում Նյուտոնի երրորդ օրենքի փոխարեն օգտագործվում է տարածության համասեռությունը: Վերջինից հետևում է նաև Նյուտոնի երրորդ օրենքը: Իրոք, երկու մարմինների փակ համակարգի համար ստանում ենք՝ $\vec{F}_1=-\vec{F}_2$:

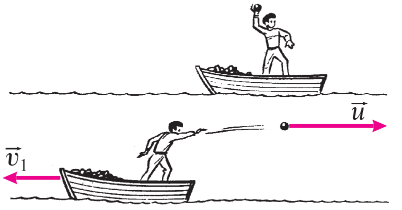
§ 62. ՌԵԱԿՏԻՎ ՇԱՐԺՈՒՄ

Ռեակտիվ շարժմանը ծանոթ եք 8-րդ դասարանի ֆիզիկայի դասընթացից: **Ռեակտիվ շարժում անվանում են այն շարժումը, երբ մարմնից որոշակի արագությամբ անջատվում է նրա մի մասը, իսկ մնացած մասը շարժվում է հակառակ ուղղությամբ**:

Ռեակտիվ շարժման հիմքում երկու մարմինների փոխազդեցությունն է: Շարժման սկզբում այդ մարմինները կազմում են մեկ ամբողջություն և ապա, փոխազդեցության հետևանքով ձեռք են բերում մոդուլով հավասար և ուղղությամբ հակառակ իմպուլսներ: Ռեակտիվ շարժման օրինակներ են կրակելիս հրացանի «հետհարվածը»՝ հրացանի շարժումը գնդակի շարժմանը հակառակ ուղղությամբ, հրանոթի հետգլորքը՝ արկն արձակելիս, հրթիռի շարժումը և այլն:

Ի տարբերություն շարժման այլ տեսակների՝ ռեակտիվ շարժումը տեղի է ունենում մարմնի մասերի (համակարգի մարմինների) միջև գործող ներքին ուժերի ազդեցությամբ, առանց արտաքին մարմինների հետ փոխազդեցության: Ռեակտիվ շարժման ժամանակ մարմնի մասերի իմպուլսները փոփոխվում են, սակայն նրա լրիվ իմպուլսը մնում է հաստատուն:

Դիտարկենք լճում անշարժ վիճակում մի նավակ, որը բեռնված է հավասար զանգվածներով քարերով: Բեռնված նավակի ընդհանուր զանգվածը (մարդու հետ միասին) նշանակենք M-ով: Նավակը, նավակում նստած մարդը և քարերը կազմում են մարմինների փակ համակարգ, քանի որ նրանց փոխազդեցությունը շրջապատի (օդի և ջրի) հետ կարելի է անտեսել. շփումը փոքր է, ծանրության ուժը համակշռված է ջրի հակազդեցության ուժով:



Նկ. 159. *Նավակում կանգնած մարդն անընդհատ քարեր է նետում:*

Ի՞նչ տեղի կունենա, եթե մարդն իրար հետևից, հավասար ընդմիջումներով, նավակի նկատմամբ նույն $\vec{u}$ արագությամբ սկսի քարերը նետել հորիզոնական ուղղությամբ (նկ. 159): m զանգվածով առաջին քարը նետելիս մարդը նրան կհաղորդի $m\vec{u}$ իմպուլս: Մինչև քարը նետելը համակարգի իմպուլսը զրո էր: Քարը նետելուց հետո համակարգի իմպուլսը (զրո է) պահպանելու համար նավակը, մարդը և նավակում մնացած քարերը պետք է ստանան ուղղությամբ հակառակ ուղղված, մոդուլով հավասար իմպուլս՝

$$mu = (M - m)v_1, \qquad (9.63)$$

որտեղ v_1-ը նավակի արագությունն է առաջին քարը նետելուց հետո: (9.63) բանաձևից կորոշենք նավակի արագությունը՝

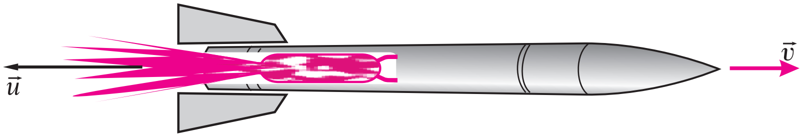
$$v_1 = \frac{mu}{M - m}, \qquad (9.64)$$

որի համաձայն՝ որքան մեծ են նետված քարի զանգվածը և արագությունը, այնքան մեծ է քարը նետելուց հետո նավակի ձեռք բերած արագությունը: Այսպիսով՝ առաջին քարը նետելուց հետո նավակի արագությունն ափի նկատմամբ աճում է $\Delta v_1 = v_1 - 0 = v_1$-ով:

Երկրորդ քարը նետելուց հետո նավակի արագությունը կաճի Δv_2-ով, որը կարելի է հաշվել՝ դարձյալ կիրառելով իմպուլսի պահպանման օրենքը: Այս դեպքում պետք է հաշվի առնել, որ երկրորդ քարը նետելուց առաջ նավակն ուներ v_1 արագություն:

Այսպիսով, ամեն անգամ հաշվելով նավակի արագության աճը հերթական քարը նետելուց հետո, կստանանք նավակի վերջնական արագությունը՝

$$v = \Delta v_1 + \Delta v_2 + \ldots + \Delta v_n: \qquad (9.65)$$



Նկ. 160. *Հրթիռի կառուցվածքը*

Հրթիռի շարժման հիմքում այս նույն սկզբունքն է: Հրթիռը (նկ. 160) բաղկացած է երկու հիմնական մասերից՝ պատյանից, որը պարունակում է օգտակար բեռը (գիտական սարքեր, վառելիք, ղեկավարման սարքեր, տիեզերագնացներ և այլն) և այրվող վառելիքի արգասիքներից, որոնք մեծ արագությամբ արտանետվում են հրթիռից՝ նրան հաղորդելով իմպուլս շիթի արտանետման հակառակ ուղղությամբ:

Ի տարբերություն նավակի օրինակի՝ նյութի արտանետումը հրթիռից կատարվում է ոչ թե առանձին, ընդհատ մասնաբաժիններով, այլ անընդհատորեն, որն էապես բարդացնում է հրթիռի վերջնական արագության հաշվարկը: Սակայն այս դեպքում ևս որքան մեծ է միավոր ժամանակում արտանետված նյութի զանգվածը և հրթիռի նկատմամբ դրա արագությունը, այնքան մեծ է հրթիռի ձեռք բերած արագությունը:

Հարցեր և առաջադրանքներ

1. Ո՞ր շարժումն են անվանում ռեակտիվ: **2.** Ո՞րն է ռեակտիվ շարժման առանձնահատկությունը: **3.** Բերե՛ք ռեակտիվ շարժման օրինակներ: **4.** Ի՞նչ երևույթ է ընկած ռեակտիվ շարժման հիմքում: **5.** Ի՞նչ մեծություններից է կախված հրթիռի արագությունը:

Խորացված

§ 63. ՓՈՓՈԽԱԿԱՆ ԶԱՆԳՎԱԾՈՎ ՄԱՐՄՆԻ ՇԱՐԺՈՒՄԸ

Եթե ժամանակի ընթացքում մարմնի զանգվածը փոփոխվում է, ապա նրա շարժումը նկարագրելու համար չենք կարող կիրառել Նյուտոնի երկրորդ օրենքն արտահայտող $\vec{F} = m\Delta\vec{v}/\Delta t$ հավասարումը: Փոփոխական զանգվածով մարմնի արագության փոփոխությունը պայմանավորված է ոչ միայն նրա վրա ազդող ուժով, այլև նրա զանգվածի փոփոխությամբ:

Որպես փոփոխական զանգվածով մարմնի շարժման օրինակ՝ դիտարկենք հրթիռի շարժումը: Դիցուք՝ ժամանակի որևէ պահի հրթիռի արագությունը հաշվարկման տվյալ իներցիալ համակարգում $\vec{v}$ է: Որպես այդպիսին՝ մեծ ճշտությամբ կարող ենք համարել Երկրին կապված հաշվարկման համակարգը: Դիտարկենք մեկ այլ հաշվարկման իներցիալ համակարգ, որի նկատմամբ հրթիռը ժամանակի տվյալ պահին դադարի վիճակում է: Այդ համակարգը, որը Երկրի նկատմամբ շարժվում է $\vec{v}$ արագությամբ, անվանենք հրթիռին ուղեկցող հաշվարկման համակարգ:

Երբ հրթիռից Δt շատ փոքր ժամանակամիջոցում արտանետվում է $\Delta m_գ$ զանգվածով գազ, որի արագությունը հրթիռի նկատմամբ $\vec{u}$ է, ապա ուղեկցող համակարգում հրթիռի արագությունը զրոյից աճում է $\Delta\vec{v}$-ով:

«Հրթիռ + այրված գազեր» համակարգի համար կիրառենք իմպուլսի պահպանման օրենքը: Ժամանակի սկզբնական պահին հրթիռը և գազերը դադարի վիճակում են, հետևաբար՝ դրանց լրիվ իմպուլսը զրո է: Δt ժամանակ անց հրթիռի իմպուլսը դառնում է $m\Delta\vec{v}$, իսկ արտանետված գազերինը՝ $\Delta m_գ\vec{u}$: Համաձայն իմպուլսի պահպանման օրենքի՝

$$m\Delta\vec{v} + \Delta m_գ\vec{u} = 0: \quad (9.66)$$

Այդ ժամանակամիջոցում արտանետված գազերի $\Delta m_գ$ զանգվածը հավասար է հրթիռի զանգվածի Δm փոփոխությանը՝ հակառակ նշանով.

$$\Delta m_գ = m_1 - m_2 = -\Delta m: \quad (9.67)$$

Հաշվի առնելով (9.67) առնչությունը՝ (9.66) հավասարումը կարող ենք ներկայացնել այսպես՝ $m\Delta\vec{v} - \Delta m\vec{u} = 0$, որի բոլոր անդամները բաժանելով Δt-ի, կստանանք՝

$$m\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \vec{u}\frac{\Delta m}{\Delta t}: \quad (9.68)$$

Այս հավասարումն ունի Նյուտոնի երկրորդ օրենքի տեսքը: Այն ցույց է տալիս, որ հրթիռի վրա ազդում է

$$\vec{F}_ռ = \vec{u}\frac{\Delta m}{\Delta t} \quad (9.69)$$

ուժ, որը պայմանավորված է հրթիռի զանգվածի փոփոխությամբ: Այդ ուժն անվանում են **ռեակտիվ ուժ**: Հրթիռի զանգվածը ժամանակի ընթացքում փոքրանում է, հետևաբար՝ նրա փոփոխությունը՝ $\Delta m/\Delta t < 0$, ուստի՝ ռեակտիվ ուժը միշտ հակառակ է ուղղված հրթիռի նկատմամբ գազերի շարժման $\vec{u}$ արագությանը: (9.69) բանաձևից հետևում է, որ ռեակտիվ ուժն այնքան մեծ է, որքան մեծ է միավոր ժամանակում արտանետված գազերի $\Delta m/\Delta t$ զանգվածը և հրթիռի նկատմամբ դրանց $\vec{u}$ արագությունը:

(9.68) բանաձևը ստացանք հրթիռի հետ կապված հաշվարկման համակարգում: Համաձայն Գալիլեյի հարաբերականության սկզբունքի՝ այն ճիշտ է հաշվարկման կամայական իներցիալ համակարգում: Եթե հրթիռի վրա, բացի ռեակտիվ ուժից, ազդում են նաև այլ ուժեր, օրինակ, հրթիռի ծանրության ուժը, օդի դիմադրության ուժը, ապա դրանք անհրաժեշտ է ավելացնել (9.68) հավասարման աջ մասում՝

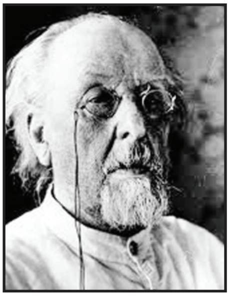
$$m\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \vec{u}\frac{\Delta m}{\Delta t} + \vec{F}: \quad (9.70)$$

Այս հավասարումն ստացել է ռուս մեխանիկոս Իվան Մեշչերսկին և կոչվում է նրա անունով: Հրթիռի շարժիչի աշխատանքի որոշակի ռեժիմում, երբ հայտնի է հրթիռի զանգվածի կախումը ժամանակից, Մեշչերսկու հավասարումը հնարավորություն է տալիս հաշվելու հրթիռի արագությունը ժամանակի յուրաքանչյուր պահին:

Եթե շարժման ընթացքում մարմնի զանգվածը չի փոխվում՝ $\Delta m = 0$, ապա Մեշչերսկու հավասարումից ստացվում է Նյուտոնի երկրորդ օրենքն արտահայտող $\vec{F} = m\Delta\vec{v}/\Delta t$ հավասարումը:

Այժմ ենթադրենք՝ հրթիռի մեկնարկը տեղի է ունենում ազատ տարածության մեջ, որտեղ նրա վրա ազդող արտաքին ուժերը կարելի է անտե-

Խորացված



Կոնստանտին Ցիոլկովսկի
1857-1935

Ռուս գիտնական և գյուտարար, տիեզերագնացության հիմնադիր: Աշխատանքները վերաբերում են օդագնացությանը, հրթիռադինամիկային և տիեզերագնացությանը: Ուսումնասիրել է տիեզերական թռիչքների հնարավորությունն Արեգակնային համակարգում և նրանից դուրս:

սել: Ենթադրենք նաև, որ այդման ժամանակ արտանետված գազերի $\vec{u}$ արագությունը հրթիռի նկատմամբ հաստատուն է: Պրոյեկտելով (9.68) հավասարումը շարժման ուղղության վրա, կստանանք՝ $m\Delta v/\Delta t = -u\Delta m/\Delta t$: Հետագայում, երբ սովորեք հաշվել ֆունկցիայի ածանցյալը, կարող եք համոզվել, որ այս հավասարման լուծումը կարելի է ներկայացնել հետևյալ կերպ՝

$$v = 2,3u\lg\left(\frac{m_0}{m}\right), \qquad (9.71)$$

որտեղ m_0-ն հրթիռի սկզբնական զանգվածն է, m-ը՝ վերջնական զանգվածը, իսկ v-ն՝ հրթիռի ձեռք բերած արագությունը: (9.71) առնչությունն անվանում են **Ցիոլկովսկու բանաձև**: Ցիոլկովսկու բանաձևով կարելի է հաշվարկել, թե որքան վառելանյութ պետք է օգտագործել հրթիռին որոշակի արագություն հաղորդելու համար: Ժամանակակից հրթիռներում օգտագործվող քիմիական վառելանյութի այրման ժամանակ գազերի արտանետման արագությունը 2-ից մինչև 5կմ/վ է: Ենթադրենք՝ հրթիռին անհրաժեշտ է հաղորդել առաջին տիեզերական արագություն, այսինքն՝ այնպիսի արագություն, որ այն դառնա Երկրի արհեստական արբանյակ: Այդ արագությունը մոտավորապես 8կմ/վ է: Արտանետվող գազերի $u = 2$կմ/վ արագության դեպքում Ցիոլկովսկու բանաձևից հետևում է, որ $m_0/m \approx 55$, այսինքն՝ հրթիռի գրեթե ամբողջ զանգվածը պետք է կազմի վառելիքը:

Հարցեր և առաջադրանքներ

1. Բերեք փոփոխական զանգվածով մարմնի շարժման օրինակներ: **2.** Գրեք հրթիռի վրա ազդող ռեակտիվ ուժի բանաձևը: **3.** Ինչպե՞ս կարելի է մեծացնել ռեակտիվ ուժը: **4.** Գրեք Մեշչերսկու հավասարումը և բացատրեք նրա մեջ մտնող մեծությունների ֆիզիկական իմաստը: **5.** Ի՞նչ է արտահայտում Ցիոլկովսկու բանաձևը: **6.** Ի՞նչ մեծություններից է կախված հրթիռի վերջնական արագությունը:

§ 64. ԱՌԱՁԳԱԿԱՆ ԵՎ ՈՉ ԱՌԱՁԳԱԿԱՆ ԲԱԽՈՒՄՆԵՐ

Ֆիզիկայում «բախում» (հարված) ասելով հասկանում են մարմինների կարճատև փոխազդեցություն: Կարճատև փոխազդեցության օրինակ է երկու պողպատե գնդերի բախումը: Այս բախման ճշգրիտ ժամանակամիջոցը որոշելը բավականաչափ բարդ խնդիր է, սակայն դատողություններով կարելի է գնահատել այն: Բախվելիս գնդերի հպվող մասերը դեֆորմացվում են, և գնդերում ծագում է սեղմման վազող ալիք, որը, անդրադառնալով գնդերի սահմաններից, վերադառնում է հետ: Դեֆորմացիան վերականգնվում է, և գնդերը հեռանում են միմյանցից: Վազող ալիքը միջավայրում տարածվում է ձայնի v արագությամբ, ուստի՝ $t \sim R/v$: Ընդունելով գնդի շառավիղը $R = 5$ սմ, իսկ ձայնի արագությունը պողպատում՝

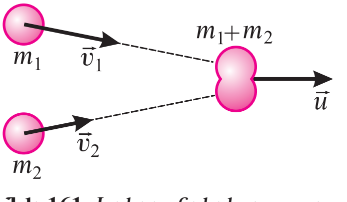
$v = 5000$ մ/վ, կստանանք՝ $t \sim 10^{-5}$ վ: Փոխազդեցության կարճատևության հետևանքով բախվող մարմինների համակարգը կարելի է համարել փակ և կիրառել իմպուլսի պահպանման օրենքը: Եթե բախման ընթացքում համակարգի մեխանիկական էներգիան չի փոխակերպվում էներգիայի այլ տեսակների, ապա կարելի է կիրառել նաև լրիվ մեխանիկական էներգիայի պահպանման օրենքը:

Եթե հայտնի են բախվող մարմինների արագությունները բախումից առաջ, ապա պահպանման օրենքները հնարավորություն են տալիս որոշելու մարմինների արագությունները բախումից հետո՝ առանց դիտարկելու նրանց միջև գործող փոխազդեցության ուժերը: Նշենք, որ շատ դեպքերում այդ ուժերը մարմինների հեռավորությունից կախված փոխվում են բարդ օրենքով, իսկ որոշ դեպքերում դրանք պարզապես հայտնի չեն:

Կախված փոխազդեցության բնույթից՝ բախումները կարող են ընթանալ տարբեր ձևերով: Ընդունված է տարբերել երկու սահմանային դեպքեր՝ բացարձակ ոչ առաձգական և բացարձակ առաձգական բախումներ:

Բացարձակ ոչ առաձգական բախում: Բախումը կոչվում է բացարձակ ոչ առաձգական, եթե բախումից հետո մարմինները միանում են (կպչում են) իրար և այնուհետև շարժվում որպես մի ամբողջություն: Այդպիսի բախման օրինակներ են կավե գնդերի բախումը, հրացանի արձակած գնդակի բախումը ավազով լցված սայլակին, երկնաքարի բախումը Երկրին, ֆուտբոլի թռչող գնդակի բախումն այն որսացող դարպասապահին և այլն:

Դիցուք՝ $\vec{v}_1$ արագությամբ շարժվող m_1 զանգվածով գունդը բախվում է $\vec{v}_2$ արագությամբ շարժվող m_2 զանգվածով գնդին (նկ. 161): Բախման հետևանքով նրանք միանում են՝ կազմելով $m_1 + m_2$ զանգվածով նոր մարմին, որը շարժվում է $\vec{u}$ արագությամբ: Համակարգի իմպուլսը մինչ բախումը $m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2$ է, իսկ բախումից հետո՝ $(m_1 + m_2)\vec{u}$: Համաձայն իմպուլսի պահպանման օրենքի՝



Նկ.161. *Երկու գնդերի բացարձակ ոչ առաձգական բախումը*

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = (m_1 + m_2)\vec{u},$$

որտեղից՝

$$\vec{u} = \frac{m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2}{m_1 + m_2}: \tag{9.72}$$

Մասնավոր դեպքում, երբ մինչև բախումն առաջին գնդի արագությունը $\vec{v}_0$ է, իսկ երկրորդ գունդը դադարի վիճակում է ($\vec{v}_2 = 0$)՝

$$\vec{u} = \frac{m_1}{m_1 + m_2}\vec{v}_0 \tag{9.73}$$

(9.73) բանաձևից հետևում է, որ բախումից հետո գնդերը շարժվում են մինչև բախումն առաջին գնդի շարժման ուղղությամբ, ավելի փոքր արագությամբ ($u < v_0$):

Խորացված

Էներգիայի փոխակերպումը բացարձակ ոչ առաձգական բախման ժամանակ: Համակարգի կինետիկ էներգիան ոչ առաձգական բախումից հետո նվազում է: Իրոք, վերը դիտարկված դեպքում մինչև բախումը համակարգի կինետիկ էներգիան հավասար է առաջին մարմնի կինետիկ էներգիային՝

$$E_0 = \frac{m_1 v_0^2}{2}: \tag{9.74}$$

Բախումից հետո համակարգի կինետիկ էներգիան՝

$$E_1 = \frac{(m_1 + m_2) u^2}{2}, \tag{9.75}$$

որտեղ տեղադրելով u-ի արժեքը (9.73) հավասարումից, կստանանք՝

$$E_1 = \frac{m_1^2 v_0^2}{2(m_1 + m_2)} = \frac{m_1}{m_1 + m_2}\frac{m_1 v_0^2}{2} = \frac{m_1}{m_1 + m_2}E_0 < E_0: \tag{9.76}$$

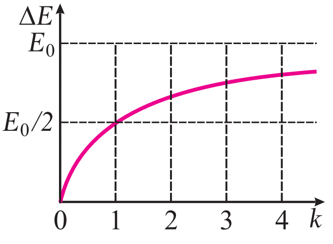
Այսպիսով՝ բացարձակ ոչ առաձգական բախման դեպքում մեխանիկական էներգիան չի պահպանվում, ընդ որում, կինետիկ էներգիայի կորուստը՝

$$\Delta E = E_0 - E_1 = \frac{m_2}{m_1 + m_2}\frac{m_1 v_0^2}{2} = \frac{m_2}{m_1 + m_2}E_0, \tag{9.77}$$

որը ծախսվում է բախվող մարմինների ներքին էներգիայի փոփոխության համար՝ բախումից հետո մարմինները դեֆորմանում են և տաքանում:

Բախվող մարմինների զանգվածների $k = m_2/m_1$ հարաբերությունից կինետիկ էներգիայի կորստի կախումը որոշելու համար ΔE-ն ներկայացնենք

$$\Delta E = \frac{m_2}{m_1 + m_2}E_0 = \frac{k}{1 + k}E_0: \tag{9. 78}$$



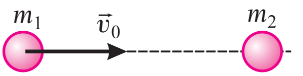
Նկ. 162. *Կինետիկ էներգիայի կորստի կախումը բախվող մարմինների զանգվածների հարաբերությունից*

բանաձևով, որի գրաֆիկը պատկերված է 162-րդ նկարում: Գրաֆիկից հետևում է, որ երբ $k \ll 1$, այսինքն՝ բախումից առաջ անշարժ մարմնի զանգվածը շատ փոքր է շարժվող մարմնի զանգվածից, համակարգի կինետիկ էներգիան գրեթե չի փոխվում: k-ն մեծացնելիս կինետիկ էներգիայի կորուստը մեծանում է: Երբ բախվող մարմինների զանգվածները հավասար են՝ $k = 1$ և $\Delta E = E_0/2$, այսինքն՝ համակարգի սկզբնական էներգիայի կեսը փոխարկվում է ներքին էներգիայի: Բավականաչափ մեծ k-երի դեպքում, երբ անշարժ մարմնի զանգվածը շատ մեծ է նրան հարվածող մարմնի զանգվածից, բախման հետևանքով համակարգի գրեթե ամբողջ կինետիկ էներգիան փոխակերպվում է մարմինների ներքին էներգիայի:

Ստացված արդյունքները հնարավորություն են տալիս ոչ առաձգական բախումներն արդյունավետ կիրառելու տարբեր նպատակների համար: Այսպես՝ եթե նպատակը մարմնի ձևի փոփոխությունն է (օրինակ՝ քանդակագործում), ապա բախման հետևանքով փոխարկված կինետիկ էներգիայի զգալի մասը պետք է ծախսվի դեֆորմացիայի աշխատանքի համար, որը կապահովվի $k \gg 1$ պայմանի դեպքում, երբ անշարժ մարմնի զանգվածը շատ մեծ է: Մեկ այլ դեպքում, եթե բախման նպատակը մարմնի տեղափոխումն է (օրինակ՝ մեխը պատի մեջ խփելը), ապա հարվածի հետևանքով մարմինը պետք է հնարավորինս մեծ կինետիկ էներգիա ձեռք բերի, որին կարելի է հասնել $k \ll 1$ պայմանի դեպքում:

Փոխակերպված ΔE կինետիկ էներգիայի մեծությամբ է պայմանավորված նաև երկու ավտոմեքենաների բախման կործանարար ազդեցությունը. որքան մեծ է անշարժ ավտոմեքենայի զանգվածը, այնքան մեծ է նրան բախվող ավտոմեքենայի հասցրած վնասը:

Բացարձակ առաձգական բախում: Մարմինների բախումը կոչվում է բացարձակ առաձգական, եթե բախման հետևանքով մեխանիկական էներգիայի կորուստ տեղի չի ունենում և բախվող մարմինների ներքին էներգիան մնում է անփոփոխ:Այս դեպքում մարմիններն իրար չեն միանում և շարժվում են առանձին-առանձին: Բացարձակ առաձգական բախման դեպքում պահպանվում է ոչ միայն համակարգի իմպուլսը, այլև մեխանիկական էներգիան: Տարանջատում են երկու տիպի առաձգական բախումներ՝ կենտրոնական (ճակատային) և ոչ կենտրոնական: Երկու համասեռ գնդերի ճակատային բախման ժամանակ գնդերը շարժվում են նրանց կենտրոնները միացնող ուղիղի երկայնքով: Հակառակ դեպքում բախումը ոչ կենտրոնական է:



Նկ.163. *Երկու գնդերի բացարձակ առաձգական կենտրոնական բախումը*

Դիտարկենք երկու համասեռ գնդերի բախումը հետևյալ պարզ դեպքում: Դիցուք՝ m_1 զանգվածով գունդը $\vec{v}_0$ արագությամբ բախվում է m_2 զանգվածով անշարժ գնդին (նկ. 163): Բախումը կենտրոնական է: Բախումից հետո գնդերի արագությունները նշանակենք, համապատասխանաբար, $\vec{v}_1$-ով և $\vec{v}_2$-ով: Օգտվենք էներգիայի և իմպուլսի պահպանման օրենքներից՝

$$\begin{cases} m_1 v_0 = m_1 v_1 + m_2 v_2 , \\ \dfrac{m_1 v_0^2}{2} = \dfrac{m_1 v_1^2}{2} + \dfrac{m_2 v_2^2}{2} : \end{cases} \qquad (9.79)$$

որտեղ v_1-ը և v_2-ը գնդերի արագությունների պրոյեկցիաներն են X առանցքի վրա և դրանց նշաններով է որոշվում, թե ինչ ուղղությամբ են շարժվում գնդերը բախումից հետո: Կատարելով պարզ ձևափոխություններ՝ հավասարումների այս համակարգից կստանանք՝

$$\begin{cases} m_1(v_0 - v_1) = m_2 v_2 , \\ m_1(v_0^2 - v_1^2) = m_2 v_2^2 : \end{cases} \qquad (9.80)$$

որտեղից՝

$$\begin{cases} m_1(v_0 - v_1) = m_2 v_2 , \\ v_0 + v_1 = v_2 : \end{cases} \qquad (9.81)$$

Վերջին համակարգի լուծումից՝

$$v_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_0, \quad v_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_0 : \qquad (9.82)$$

Քննարկենք ստացված լուծման մի քանի մասնավոր դեպքեր:

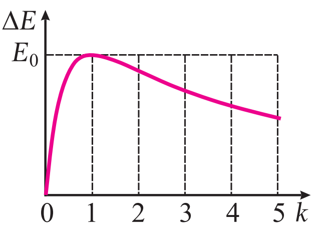
ա) Եթե բախումից առաջ շարժվող գնդի զանգվածը մեծ է անշարժ գնդի զանգվածից՝ $m_1 > m_2$, բախումից հետո այն շարունակում է շարժվել նույն ուղղությամբ, իսկ փոքր լինելու դեպքում այն շարժվում է հակառակ ուղղությամբ ($v_1 < 0$):

բ) Եթե գնդերի զանգվածները հավասար են ($m_1 = m_2$), ապա $\upsilon_1 = 0$, $\upsilon_2 = \upsilon_0$, այսինքն՝ գնդերը փոխանակում են իրենց արագությունները. շարժվող գունդը կանգ է առնում, իսկ անշարժ գունդն սկսում է շարժվել մինչև բախումն առաջին գնդի արագությամբ:

գ) Եթե անշարժ գնդի զանգվածը շատ մեծ է շարժվող գնդի զանգվածից՝ $m_1 \gg m_2$, ապա $\upsilon_2\ .\ 0$, $\upsilon_1 = -\upsilon_0$, այլ խոսքով՝ գունդը, հարվածելով զանգվածեղ մարմնին (օրինակ՝ պատին), անդրադառնում է մոդուլով նույն արագությամբ (իսկ պատը մնում է անշարժ):

Էներգիայի փոխանակումը բացարձակ առաձգական բախման ժամանակ: Տեսնենք, թե առաձգական բախման ժամանակ որքան էներգիա է կորցնում շարժվող գունդը կամ, որ նույն է, որքան էներգիա է ստանում անշարժ գունդը (ըստ էներգիայի պահպանման օրենքի՝ դրանք հավասար են).

$$\Delta E = \frac{m_2\upsilon_2^2}{2} = \frac{4m_1m_2}{(m_1+m_2)^2}\frac{m_1\upsilon_0^2}{2} = \frac{4k}{(1+k)^2}E_0, \qquad (9.83)$$



Նկ. 164. *Փոխանցվող էներգիայի կախումը բախվող մարմինների զանգվածների հարաբերությունից*

որտեղ $E_0 = m_1\upsilon_0^2/2$-ն համակարգի սկզբնական կինետիկ էներգիան է, իսկ $k = m_2/m_1$: Բախվելիս մի մարմնից մյուսին փոխանցվող ΔE կինետիկ էներգիայի կախումը մարմինների զանգվածների հարաբերությունից պատկերված է 164-րդ նկարում: Այսպիսով՝ շարժվող գունդը կորցնում է իր սկզբնական ամբողջ կինետիկ էներգիան, եթե բախվում է նույն զանգվածով անշարժ գնդին և կանգ է առնում, իսկ անշարժ գունդը սկսում է շարժվել նույն արագությամբ:

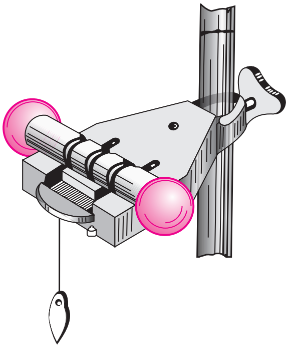
Ստացված արդյունքը տարբեր կիրառություններ ունի: Օրինակ՝ նեյտրոնները դանդաղեցնելու, նրանցից առավելագույն էներգիա խլելու համար անհրաժեշտ է, որ նրանք բախվեն հնարավորինս մոտ զանգվածով ատոմների (լավագույնը ջրածնի ատոմն է): Այդ պատճառով նեյտրոնների հոսքից պաշտպանվելու համար օգտագործում են ջրածին պարունակող նյութեր:

Հարցեր և առաջադրանքներ

1. Ո՞ր բախումներն են կոչվում բացարձակ ոչ առաձգական: **2.** Ո՞ր բախումներն են կոչվում բացարձակ առաձգական: **3.** Ո՞ր մեծությունն է պահպանվում և՛ բացարձակ առաձգական, և՛ բացարձակ ոչ առաձգական բախումների դեպքում: **4.** Ո՞ր մեծությունը չի պահպանվում բացարձակ ոչ առաձգական բախման դեպքում, բայց պահպանվում է բացարձակ առաձգական բախման դեպքում:

§ 65. ԼԱԲՈՐԱՏՈՐ ԱՇԽԱՏԱՆՔ 8

Իմպուլսի պահպանման օրենքի ուսումնասիրումը



Աշխատանքի նպատակը. փորձով ստուգել իմպուլսի պահպանման օրենքը:

Չափամիջոցներ. ուսումնական կշեռք, միլիմետրական բաժանումներով քանոն (50 սմ երկարությամբ):

Նյութեր և սարքեր. իմպուլսի պահպանման օրենքի ուսումնասիրման սարք (սարքի պատյան՝ փոսիկով, ամրակալանին ամրացվող հարմարանքով, հարթաչափով, երկու արկ, զսպանակ, գնդիկներ), գրելու թուղթ, պատճենաթուղթ, ամրակալան՝ կցորդիչով:

Փորձի կատարման ընթացքը

1. Իմպուլսի պահպանման օրենքի ուսումնասիրման սարքն ամրակալանի հարթաչափի միջոցով տեղադրեք հորիզոնական դիրքով՝ սեղանի մակերևույթից 20-30 սմ բարձրությամբ:
2. Արկերին ամրացրեք հավասար զանգվածներով գնդիկներ և կշռեք դրանք:
3. Գրելու թուղթը և պատճենաթուղթը դրեք սեղանին՝ սարքի երկու կողմերում:
4. Սեղմեք արկերի արձակման ստեղնը և նշեք նրանց անկման տեղերը:
5. Քանի որ արկերի արձակման ժամանակ երկուսն էլ հորիզոնական ուղղությամբ իմպուլս են ստանում, ապա ըստ իմպուլսի պահպանման օրենքի, $m_1v_1 = m_2v_2$, որտեղ v_1-ը և v_2-ն արկերի սկզբնական արագությունների մոդուլներն են: Մյուս կողմից՝ քանի որ հորիզոնական ուղղությամբ արկերի շարժումը հավասարաչափ է և, բացի այդ, նրանց անկման ժամանակները նույն են, ապա արկերի թռիչքների հեռավորությունները որոշվում են $s_1 = v_1t$, $s_2 = v_2t$ բանաձևերով:
6. Այսպիսով՝ իմպուլսի պահպանման օրենքը համարժեք է հետևյալ առնչությանը՝ $m_1s_1 = m_2s_2$:
7. Փորձը կատարեք 3 անգամ՝ ամեն անգամ աղյուսակում նշելով s_1-ի և s_2-ի, ինչպես նաև m_1s_1 և m_2s_2 արտադրյալների արժեքները:

s_1	s_2	m_1s_1	m_2s_2

8. Փոխեք արկերից մեկին ամրացված գնդիկը և փորձը կրկնեք:
9. Հաշվեք m_1s_1 և m_2s_2 արժեքների թվաբանական միջինը և համոզվեք իմպուլսի պահպանման օրենքի ճշմարտացիության մեջ:

Խնդիրների լուծման օրինակներ

1. Հորիզոնական ճանապարհով $v_1 = 0{,}2$ մ/վ արագությամբ շարժվող $m_1 = 800$ կգ զանգվածով վագոնի մեջ վերևից լցնում են $m_2 = 200$ կգ խճաքար: Որքա՞ն կփոքրացավ վագոնի արագությունը խճաքար լցնելու հետևանքով:

Լուծում: Խճաքարը լցնելուց հետո վագոնի արագությունը նշանակենք v_2-ով: Հորիզոնական ուղղությամբ «վագոն-խճաքար» համակարգի իմպուլսի պրոյեկցիան պահպանվում է, ուստի՝ $m_1 v_1 = (m_1 + m_2) v_2$, որտեղից՝ $v_2 = m_1 v_1 / (m_1 + m_2)$: Խճաքարը լցնելու հետևանքով վագոնի արագությունը փոքրանում է $\Delta v_2 = v_1 - v_2 = m_2 v_1 / (m_1 + m_2) = 0{,}04$ մ/վ-ով:

Պատասխան՝ 0,04 մ/վ

2. $u_0 = 1$ մ/վ արագությամբ շարժվող $M = 200$ կգ զանգվածով նավակից հորիզոնական ուղղությամբ դուրս է ցատկում $m = 50$ կգ զանգվածով տղան: Որոշել նավակի արագությունը տղայի ցատկելուց անմիջապես հետո, եթե նա ցատկում է. ա) նավակի քթամասից՝ $v = 2$ մ/վ արագությամբ, բ) նավակի քթամասից 6 մ/վ արագությամբ, գ) նավակի վերջնամասից՝ 4 մ/վ արագությամբ: Տղայի արագությունը տրված է ափի նկատմամբ:

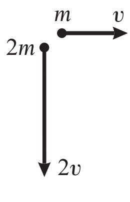
Լուծում: Ցատկի կարճ տևողության հետևանքով, անտեսելով ջրի դիմադրության ուժի իմպուլսը, կարող ենք կիրառել համակարգի իմպուլսի հորիզոնական պրոյեկցիայի պահպանման օրենքը: Եթե X առանցքն ուղղենք նավակի շարժման սկզբնական ուղղությամբ, ապա $(M + m) u_{0x} = M u_x + m v_x$, որտեղից՝ $u_x = [(M + m) u_{0x} - m v_x] / M$: Ստացված արտահայտությունը քննարկենք v-ի որոշակի արժեքների դեպքում:

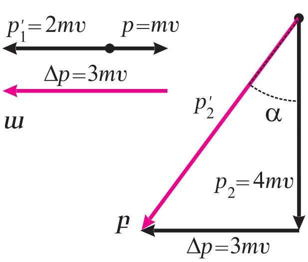
ա) Երբ $v_x = 2$ մ/վ, ստանում ենք՝ $u_x = 0{,}75$ մ/վ (նավակը շարունակում է ավելի փոքր արագությամբ շարժվել նույն ուղղությամբ):

բ) Երբ $v_x = 6$ մ/վ, ստանում ենք՝ $u_x = -0{,}25$ մ/վ (նավակն այդ արագությամբ շարժվում է հակառակ ուղղությամբ):

գ) Երբ $v_x = -4$ մ/վ (տղան ցատկում է նավակի շարժմանը հակառակ), ստանում ենք՝ $u_x = 2{,}25$ մ/վ (նավակը շարունակում է ավելի մեծ արագությամբ շարժվել նույն ուղղությամբ):

3. m և $2m$ զանգվածներով մասնիկները շարժվում են, համապատասխանաբար, v և $2v$ արագություններով, փոխուղղահայաց ուղղություններով: Ժամանակի ինչ-որ պահից մասնիկների վրա սկսում են ազդել նույն ուժերը, որոնց վերացումից հետո պարզվում է, որ m զանգվածով մասնիկը շարժվում է $2v$ արագությամբ՝ իր սկզբնական արագությանը հակառակ: Ի՞նչ արագությամբ և ո՞ր ուղղությամբ է շարժվում երկրորդ մասնիկը:





Լուծում: Մասնիկների վրա ազդում են նույն ուժերը, նույն ժամանակում, ուստի՝ դրանց վրա ազդող ուժերի $\vec{F}\Delta t$ իմպուլսները, հետևաբար՝ իմպուլսների $\Delta\vec{p}$ փոփոխությունները հավասար են: Առաջին մասնիկի իմպուլսի փոփոխությունը մոդուլով $3mv$ է և ուղղված է դեպի ձախ (նկ. ա): Երկրորդ մասնիկի իմպուլսը կլինի՝ $\vec{p}_2' = \vec{p}_2 + \Delta\vec{p}$: բ նկարից՝ երկրորդ մասնիկի իմպուլսի մոդուլը՝ $p_2' = 5mv$, հետևաբար՝ նրա արագությունը մոդուլով հավասար է $v_2' = 5mv/2m = 2,5v$ և սկզբնական ուղղության հետ կազմում է $\alpha = \mathrm{arctg}(3/4)$ անկյուն:

Պատասխան` $v_2' = 2,5v$, $\alpha = \mathrm{arctg}(3/4)$:

4. **$m_1 = 1$ կգ և $m_2 = 2$ կգ զանգվածներով երկու գնդեր, համապատասխանաբար, $v_1 = 7$ մ/վ և $v_2 = 1$ մ/վ արագություններով, հորիզոնական ուղղի երկայնքով շարժվում են իրար ընդառաջ: Ժամանակի ինչ-որ պահի նրանց միջև տեղի է ունենում բացարձակ առաձգական կենտրոնական բախում: Որոշել գնդերի արագությունների մոդուլները հարվածից հետո:**

Լուծում: Գնդերի համակարգի համար կիրառելով իմպուլսի և էներգիայի պահպանման օրենքները, կստանանք`

$$m_1 v_{1x} + m_2 v_{2x} = m_1 u_{1x} + m_2 u_{2x} \qquad (1)$$
$$\frac{m_1 v_{1x}^2}{2} + \frac{m_2 v_{2x}^2}{2} = \frac{m_1 u_{1x}^2}{2} + \frac{m_2 u_{2x}^2}{2}, \qquad (2)$$

որտեղ v_{1x}-ը և v_{2x}-ը գնդերի արագություններն են բախումից առաջ, իսկ u_{1x}-ը և u_{2x}-ը` բախումից հետո: (1) և (2) հավասարումները ներկայացնենք հետևյալ կերպ`

$$\begin{cases} m_1(v_{1x} - u_{1x}) = m_2(u_{2x} - v_{2x}), \\ m_1(v_{1x}^2 - u_{1x}^2) = m_2(u_{2x}^2 - v_{2x}^2), \end{cases}$$

և բաժանենք իրար: Կստանանք` $v_{1x} + u_{1x} = u_{2x} + v_{2x}$: Այս և (1) հավասարումից`

$$u_{1x} = \frac{(m_1 - m_2)v_{1x} + 2m_2 v_{2x}}{m_1 + m_2}, \quad u_{2x} = \frac{(m_2 - m_1)v_{2x} + 2m_1 v_{1x}}{m_1 + m_2}:$$

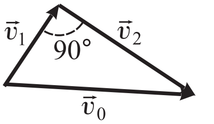
Հիշելով, որ $v_{1x} = 7$ մ/վ, $v_{2x} = -1$ մ/վ, կստանանք`, $u_{1x} = -11/3$ մ/վ, $u_{2x} = 13/3$ մ/վ (բախումից հետո գնդերը փոխում են իրենց շարժման ուղղությունները):

Պատասխան` 11/3 մ/վ, 13/3 մ/վ:

5. **Շարժվող գունդը հարվածում է նույն զանգվածով անշարժ գնդին: Հարվածը բացարձակ առաձգական է և ոչ կենտրոնական (շարժվող գնդի արագության ուղղությունը որոշակի անկյուն է կազմում գնդերի կենտրոնները միացնող ուղղի հետ): Ի՞նչ անկյուն են կազմում հարվածից հետո գնդերի շարժման ուղղությունները:**

Լուծում: Համաձայն իմպուլսի և մեխանիկական էներգիայի պահպանման օրենքների`

$$\begin{cases} m\vec{v}_0 = m\vec{v}_1 + m\vec{v}_2 \\ \dfrac{mv_0^2}{2} = \dfrac{mv_1^2}{2} + \dfrac{mv_2^2}{2}, \end{cases} \quad \text{կամ} \quad \begin{cases} \vec{v}_0 = \vec{v}_1 + \vec{v}_2, \\ v_0^2 = v_1^2 + v_2^2, \end{cases}$$



որտեղ v_0-ն շարժվող գնդի արագությունն է մինչև բախումը, իսկ v_1-ը և v_2-ը գնդերի արագություններն են բախումից հետո: (1) հավասարումից հետևում է, որ $\vec{v}_0$ վեկտորը հավասար է $\vec{v}_1$ և $\vec{v}_2$ վեկտորների գումարին, իսկ (2) հավասարումից հետևում է, որ այդ վեկտորներով կազմված եռանկյունը ուղղանկյուն է, այսինքն` հարվածից հետո գնդերի շարժման ուղղությունները կազմում են 90° անկյուն: Նույն արդյունքը կարելի է ստանալ նաև հետևյալ կերպ: Եթե (1) հավասարման երկու կողմերը բարձրացնենք քառակուսի և դրանից հանենք (2) հավասարումը, կստանանք` $2v_1v_2\cos\alpha = 0$, որտեղ α-ն հարվածից հետո գնդերի արագությունների վեկտորների կազմած անկյունն է: Քանի որ $v_1 \neq 0$, $v_2 \neq 0$, ապա $\alpha = 90°$:

Պատասխան՝ 90°:

6. v_1 և v_2 արագություններով շարժվող m_1 և m_2 զանգվածներով գնդերի միջև տեղի է ունենում բացարձակ ոչ առաձգական բախում: Որոշել բախման հետևանքով գնդերի համակարգի կինետիկ էներգիայի փոփոխությունը:

Լուծում: Բախումից հետո գնդերի համատեղ շարժման $\vec{u}$ արագությունը որոշվում է իմպուլսի պահպանման օրենքից՝

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = (m_1 + m_2)\vec{u}, \quad \vec{u} = \frac{m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2}{(m_1 + m_2)}:$$

Գնդերի համակարգի կինետիկ էներգիայի փոփոխությունը՝

$$\Delta E = \frac{(m_1 + m_2)u^2}{2} - \left(\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2}\right):$$

Տեղադրելով u-ի արժեքը և կատարելով որոշ ձևափոխություններ, կստանանք՝

$$\Delta E = -\frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}\left(\vec{v}_1 - \vec{v}_2\right)^2:$$

Քանի որ $\Delta E < 0$, ապա գնդերի կինետիկ էներգիան փոքրանում է: Այդ կորուստը կախված է գնդերի $\vec{v}_1 - \vec{v}_2$ հարաբերական արագությունից: Բախվող մարմինների կինետիկ էներգիաները կախված են հաշվարկման համակարգից: Մեխանիկական էներգիայի կորուստը (որը փոխարկվում է ներքին էներգիայի) պետք է նույնը լինի հաշվարկման բոլոր համակարգերում, ուստի՝ այն կախված է մարմինների հարաբերական արագությունից:

ԳԼՈՒԽ X

ՄԵԽԱՆԻԿԱԿԱՆ ՏԱՏԱՆՈՒՄՆԵՐ ԵՎ ԱԼԻՔՆԵՐ

ՆԵՐԱԾՈՒԹՅՈՒՆ

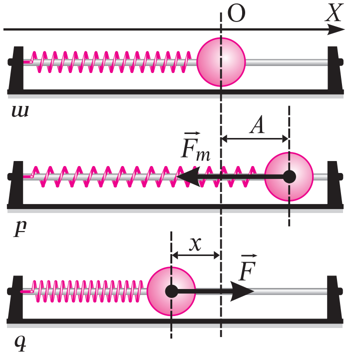
Ինչպես գիտեք հիմնական դպրոցի ֆիզիկայի դասընթացից, մեխանիկական տատանումներն այն շարժումներն են, որոնք կատարվում են հերթականորեն՝ հակադիր ուղղություններով, որոնք պարբերաբար, որոշակի ժամանակամիջոցներից հետո նույնությամբ կրկնվում են: Օրինակ՝ եթե զսպանակավոր ճոճանակի ծայրին ամրացված գնդիկը, թեթևակի ներքև քաշելով, հանենք հավասարակշռության դիրքից և բաց թողնենք, ապա այն կսկսի տատանվել վերև-ներքև ուղղությամբ: Թելավոր ճոճանակի գնդիկը, շեղելով հավասարակշռության դիրքից և բաց թողնելով, կտեսնենք, որ այն ճոճվում է ուղղաձիգ հարթության մեջ՝ աջից ձախ և հակառակ ուղղություններով: Երկու գնդիկների տատանումներն էլ շարունակվում են երկար ժամանակ, եթե «գնդիկ-զսպանակ», «գնդիկ-թել» համակարգերում շփման, ինչպես նաև միջավայրի դիմադրության ուժերն աննշան են: Նշանակում է՝ երկու ճոճանակների գնդիկներն էլ կատարում են գրեթե պարբերական շարժումներ. իսկ դիտարկման փոքր ժամանակահատվածում այդ շարժումները կարելի է համարել պարբերական: Ուստի՝ մեխանիկական տատանումները, պարբերական շարժումների նման, նույնպես կարելի է բնութագրել պարբերությամբ և հաճախությամբ, քանի որ յուրաքանչյուր ճոճանակի գնդիկի շարժում որոշակի ժամանակամիջոցներից հետո նույնությամբ կրկնվում է:

Կրկնման ժամանակամիջոցներից ամենափոքրն անվանում են **տատանումների պարբերություն** և նշանակում են T տառով: Տատանումների պարբերությունը յուրաքանչյուր տատանման տևողությունն է: Հետևաբար՝ պարբերության հակադարձ մեծությունը ցույց կտա միավոր ժամանակամիջոցում տատանումների թիվը, որն անվանում են **տատանումների հաճախություն** և սովորաբար նշանակում են ν տառով՝ $\nu = 1/T$: Քանի որ տատանումների պարբերությունն արտահայտվում է վայրկյանով, ապա տատանումների հաճախությունը կարտահայտվի $վ^{-1}$ միավորով, որը, ինչպես գիտեք, կոչվում է հերց (Հց):

Ստորև ավելի խորը կուսումնասիրենք տատանողական շարժման օրինաչափությունները և կտանք մեխանիկայի հիմնական խնդրի լուծումը տատանվող մարմնի համար, այն է՝ նրա կոորդինատի՝ ժամանակից կախման արտահայտությունը: Կծանոթանանք նաև մեխանիկական ալիքների ֆիզիկական բնութագրերին և մաթեմատիկական նկարագրությանը:

§ 66. ԱԶԱՏ ՏԱՏԱՆՈՒՄՆԵՐ: ՆԵՐԴԱՇՆԱԿ ՏԱՏԱՆՈՒՄՆԵՐ

Այն փաստը, որ զսպանակավոր կամ թելավոր ճոճանակի գնդիկը տատանվելիս շարժվում է մերթ մի ուղղությամբ, մերթ՝ հակառակ, ապացուցում է, որ տատանողական շարժումը փոփոխական արագացմամբ շարժում է: Տատանման պրոցեսում փոփոխվում է գնդիկի արագացման ոչ միայն ուղղությունը, այլև մոդուլը: Նյուտոնի առաջին օրենքից հետևում է, որ առանձնացված (ազատ) մարմինը չի կարող շարժվել արագացմամբ: Նշանակում է՝ տատանումներ հնարավոր են միայն այլ մարմինների հետ տատանվող մարմնի փոխազդեցության հետևանքով: Այն մարմինների համակարգը, որոնց փոխազդեցության հետևանքով առաջանում են տատանումներ, կոչվում է **տատանողական համակարգ**, իսկ փոխազդեցության ուժերը՝ **ներքին ուժեր**: Օրինակ՝ զսպանակավոր ճոճանակի գնդիկը տատանվում է զսպանակի առաձգականության ուժի ազդեցությամբ, երբ այն շեղում ենք հավասարակշռության դիրքից և ապա բաց թողնում (նկ. 165):



Նկ. 165. *Գնդիկի տատանումները զսպանակի առաձգական ուժի ազդեցությամբ*

Այն տատանումները, որոնք առաջանում են համակարգում ներքին ուժերի ազդեցությամբ, երբ համակարգը դուրս է բերվում հավասարակշռության դիրքից, կոչվում են ազատ տատանումներ:

Թելավոր ճոճանակի տատանումները, երբ թելից կախված գնդիկը շեղում ենք հավասարակշռության դիրքից, տեղի են ունենում գնդիկի և Երկրի փոխազդեցության հետևանքով (մեկ ամրացված ծայրով թելը, գնդիկը և Երկիրը միասին «թելավոր ճոճանակ» տատանողական համակարգն է):

Ուրեմն՝ առաձգականության ուժը՝ զսպանակավոր ճոճանակի, իսկ ծանրության և թելի ձգման ուժերը թելավոր ճոճանակի ներքին ուժերն են:

Զսպանակավոր կամ թելավոր ճոճանակի տատանումներն ազատ մեխանիկական տատանումների օրինակներ են: Հանվելով հավասարակշռության դիրքից՝ ճոճանակը տատանվում է միայն ներքին ուժերի ազդեցությամբ:

Իսկ ի՞նչ պայմանների առկայությամբ են հնարավոր ճոճանակի (այսինքն՝ տատանողական համակարգի) ազատ մեխանիկական տատանումները:

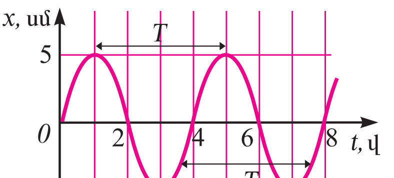
Նախ՝ ճոճանակի մի դիրքում գնդիկին կիրառված ուժերի համազորը պետք է լինի զրո: Այդ դիրքը ճոճանակի կայուն հավասարակշռության դիրքն է: Երբ ճոճանակը շեղում են կայուն հավասարակշռության դիրքից, այլ կերպ ասած՝ ճոճանակին հաղորդում են էներգիայի որոշ պաշար, գնդիկի վրա ազդող ուժերը փոփոխվում են և, որպեսզի ծագեն տատանումներ, այդ ուժերի համազորը պետք է ուղղված լինի դեպի կայուն հավասարակշռության դիրքը:

Օրինակ՝ 165,ա նկարում ցույց է տրված զսպանակավոր ճոճանակի գնդիկի կայուն հավասարակշռության դիրքը: Գնդիկն այդ դիրքից *A* հատվածով դեպի աջ տեղաշարժելիս (նկ. 165, բ) նրա վրա սկսում է ազդել զսպանակի առաձգականության ուժը: Հուկի օրենքի համաձայն՝ այդ ուժը համեմատական է զսպանակի երկարացմանը և ուղղված է դեպի ձախ: Հետևաբար՝ ազատ թողնելուց հետո գնդիկը շարժվում է դեպի հավասարակշռության դիրք՝ աստիճանաբար մեծացնելով արագությունը: Հավասարակշռության դիրքում, առաձգականության ուժը դառնում է զրո, իսկ արագությունը հասնում է իր առավելագույն արժեքին: Իներտության շնորհիվ գնդիկը շարունակում է շարժվել դեպի ձախ, և զսպանակը սեղմվում է: Դրա հետևանքով ի հայտ է գալիս արդեն դեպի աջ ուղղված և գնդիկի շարժումն արգելակող ուժ (նկ. 165, գ): Գնդիկի արագությունն աստիճանաբար փոքրանում է և ձախ սահմանային դիրքում դառնում է զրո: Գնդիկի շեղումն այդ դիրքում $-A$ է: Դրանից հետո գնդիկն սկսում է արագացմամբ շարժվել դեպի հավասարակշռության դիրք, որտեղ առաձգականության ուժը նորից դառնում է զրո, բայց գնդիկը, շնորհիվ ձեռք բերած արագության, շարունակում է շարժվել դեպի աջ: Ուստի՝ զսպանակն սկսում է ձգվել, և դեպի ձախ ուղղված առաձգականության ուժ է առաջանում, որն արգելակում է գնդիկի շարժումը մինչև վերջինիս՝ աջ սահմանային դիրքում մի պահ «կանգ առնելը»: Դրանից հետո գնդիկի շարժումը նույնությամբ կրկնվում է: Տատանումների ընթացքում գնդիկը հավասարակշռության դիրքից շեղվում է առավելագույնը A-ով, որն անվանում են **տատանումների լայնույթ**:

Ճոճանակի ազատ տատանողական շարժման ժամանակ, շփման ուժերի ազդեցությամբ գնդիկին հաղորդված սկզբնական մեխանիկական էներգիան աստիճանաբար նվազում է՝ փոխակերպվելով ճոճանակի և այն շրջապատող միջավայրի ներքին էներգիայի: Գնդիկի շեղումը հավասարակշռության դիրքից հետզհետե փոքրանում է, և որոշ ժամանակ անց ճոճանակի տատանումները դադարում են: Ժամանակի ընթացքում հավասարակշռության դիրքից ճոճանակի տատանումների շեղման նվազումն անվանում են տատանումների մարում: Ուրեմն՝ **ազատ մեխանիկական տատանումները մարող տատանումներ են**:

Եթե շփում չլիներ, գնդիկի տատանողական շարժումը երբեք չէր դադարի, և ազատ տատանումները կլինեին չմարող: Չմարող ազատ տատանումներն անվանում են **սեփական տատանումներ**, իսկ դրանց հաճախությունը՝ **սեփական հաճախություն**:

Տատանումները նկարագրելիս հարմար է կոորդինատների սկզբնակետը համատեղել մարմնի հավասարակշռության դիրքի հետ, քանի որ այդ դեպքում հավասարակշռության դիրքից մարմնի շեղումը և կոորդինատը կհամընկնեն:



Նկ. 166. *Զսպանակավոր ճոճանակի տատանագիրը*

Տատանողական շարժման կինեմատիկական բնութագրերը հեշտությամբ կարող ենք որոշել **տատանագրի**՝ կոորդինատի կախումը ժամանակից պատկերող գրաֆիկի միջոցով (նկ. 166): Թե ինչպես են կառուցում տատանվող մարմնի տատանագիրը, գիտեք 8-րդ դասարանի ֆիզիկայի դասընթացից:

166-րդ նկարում պատկերված է զսպանակավոր ճոճանակի՝ փորձնական եղանակով ստացված տատանագիրը: Տատանագրից երևում է, որ շարժման ընթացքում զսպանակին ամրացված գնդիկը հավասարակշռության դիրքից հեռանում է մինչև $A = 5$ սմ կոորդինատով կետը, այնուհետև շարժվում հակառակ ուղղությամբ՝ մինչև –5 սմ կոորդինատով կետը և վերադառնում հավասարակշռության դիրք: Դրանից հետո նրա շարժումը կրկնվում է:

166-րդ նկարից երևում է նաև, որ գնդիկի շարժումը նույնությամբ կրկնվում է 4 վ անց, հետևաբար՝ ճոճանակի տատանումների պարբերությունը՝ $T = 4$ վ, իսկ հաճախությունը՝ $\nu = 0{,}25$ Հց: Տատանագրի մանրակրկիտ ուսումնասիրությունը ցույց է տալիս, որ այն **սինուսոիդ** է: Այսինքն՝ գնդիկի կոորդինատը ժամանակի ընթացքում փոփոխվում է սինուսի կամ կոսինուսի օրենքով: **Տատանվող մարմնի կոորդինատի՝ ժամանակից կախված պարբերական փոփոխությունները, որոնք տեղի են ունենում սինուսի կամ կոսինուսի օրենքով, կոչվում են ներդաշնակ տատանումներ:**

Հարցեր և առաջադրանքներ

1. Ի՞նչ է փափանողական շարժումը: **2.** Ո՞ր փափանումներն են կոչվում պարբերական: **3.** Ո՞ր մեծություններն են անվանում փափանումների պարբերություն, փափանումների հաճախություն: **4.** Ի՞նչ է փափանումների լայնույթը: **5.** Մարմինը t ժամանակում կափարում է N փափանում: Որքա՞ն է փափանումների՝ ա) պարբերությունը, բ) հաճախությունը: **6.** Ո՞ր փափանումներն են կոչվում ազափ: Ի՞նչ պայմաններում են առաջանում ազափ փափանումները: **7.** Ո՞ր փափանումներն են անվանում մարող: Մարո՞ղ են արդյոք ազափ փափանումները: **8.** Ո՞ր փափանումներն են անվանում սեփական: **9.** Ի՞նչ է փափանագիրը: **10.** Ո՞ր փափանումներն են կոչվում ներդաշնակ:

§67. ՆԵՐԴԱՇՆԱԿՈՐԵՆ ՏԱՏԱՆՎՈՂ ՄԱՐՄՆԻ ԿՈՈՐԴԻՆԱՏԻ, ԱՐԱԳՈՒԹՅԱՆ ԵՎ ԱՐԱԳԱՑՄԱՆ ԿԱԽՈՒՄԸ ԺԱՄԱՆԱԿԻՑ ԱՐՏԱՀԱՅՏՈՂ ՀԱՎԱՍԱՐՈՒՄՆԵՐԸ ԵՎ ԳՐԱՖԻԿՆԵՐԸ

Եթե մարմնի կոորդինատը նշանակենք x-ով, ապա կոորդինատի ժամանակային փոփոխությունները մաթեմատիկորեն կարելի է ներկայացնել

$$x(t) = A\sin\varphi(t) \qquad (10.1)$$

ներդաշնակ ֆունկցիայով, որտեղ $\varphi(t)$-ն՝ ներդաշնակ ֆունկցիայի արգումենտը, կոչվում է **տատանումների փուլ**: $\varphi(t)$-ն արտահայտվում է ռադիանով և կախումը ժամանակից գծային է՝

$$\varphi(t) = 2\pi\nu t + \varphi_0, \qquad (10.2)$$

φ_0-ն անվանում են **սկզբնական փուլ**՝ $\varphi_0 = \varphi(0)$: (10.2) հավասարման մեջ ν-ի փոխարեն օգտագործում են նաև **շրջանային հաճախությունը**՝

$$\omega_0 = 2\pi\nu, \qquad (10.3)$$

որը կարելի է մեկնաբանել որպես 2π վայրկյանում տատանումների թիվ: (10.2) և (10.3) առնչությունների հաշվառմամբ (10.1) ֆունկցիան կարելի է ներկայացնել

$$x(t) = A\sin(2\pi\nu t + \varphi_0) = A\sin(\omega_0 t + \varphi_0) \qquad (10.4)$$

տեսքով: Քանի որ $\nu = 1/T$, ապա շրջանային հաճախության համար կստանանք՝

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T}: \qquad (10.5)$$

(10.4) հավասարումը մեխանիկայի հիմնական խնդրի լուծումն է ներդաշնակորեն տատանվող մարմնի համար: Եթե հայտնի են տատանումները բնութագրող հիմնական կինեմատիկական մեծությունները՝ տատանումների A լայնույթը, ω_0 շրջանային հաճախությունը (հետևաբար՝ նաև T պարբերությունն ու ν հաճախությունը) և սկզբնական պայմանները (φ_0 սկզբնական փուլը), ապա այդ հավասարմամբ միարժեքորեն որոշվում է մարմնի դիրքը (կոորդինատը) ժամանակի կամայական պահի: (10.4) հավասարման միջոցով որոշվում են նաև մարմնի ակնթարթային արագության և արագացման արժեքները ժամանակի յուրաքանչյուր պահի:

Այսպես, օրինակ, ակնթարթային արագությունը՝

$$v_x = A\omega_0\cos(\omega_0 t + \varphi_0) = v_0\cos(\omega_0 t + \varphi_0), \qquad (10.6)$$

իսկ ակնթարթային արագացումը՝

$$a_x = -A\omega_0^2\sin(\omega_0 t + \varphi_0) = -a_0\sin(\omega_0 t + \varphi_0), \qquad (10.7)$$

որտեղ

$$v_0 = A\omega_0 \text{ և } a_0 = A\omega_0^2 \qquad (10.8)$$

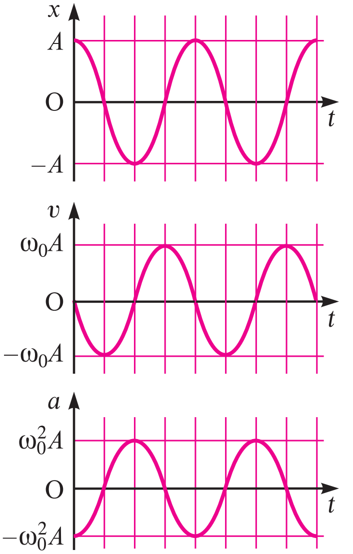
մեծություններն արագության և արագացման առավելագույն (կամ լայնութային) արժեքներն են:

(10.6) և (10.7) բանաձևերը կարող ենք գրել նաև հետևյալ կերպ՝

$$v_x = A\omega_0\sin\left(\omega_0 t + \varphi_0 + \frac{\pi}{2}\right), \qquad (10.9)$$

$$a_x = A\omega_0^2\sin(\omega_0 t + \varphi_0 + \pi): \qquad (10.10)$$

(10.6) բանաձևից երևում է, որ ներդաշնակորեն տատանվող մարմնի արագությունը նույնպես փոփոխվում է ներդաշնակության օրենքով: (10.4) և (10.9) հավասարությունների համեմատությունից պարզվում է, որ արագության տատանումները $\pi/2$ փուլով առաջ են ընկնում կոորդինատի տատանումներից: Սա նշանակում է, որ երբ կոորդինատը զրո է, արագությունն առավելագույնն է, իսկ երբ կոորդինատն է առավելագույնը, արագությունը զրո է (նկ. 167): Իրոք, զսպանակավոր ճոճանակի տատանումներն ուսումնասիրելիս տեսանք, որ հավասարակշռության դիրքում գնդիկի արագությունն առավելագույնն է, իսկ առավելագույն շեղման դիրքում գնդիկը մի պահ «կանգ է առնում»:



Նկ. 167. *Ներդաշնակային տատանվող մարմնի կոորդինատի, արագության և արագացման տատանագրերը*

(10.10) բանաձևից երևում է, որ արագացման տատանումների փուլը π-ով առաջ է ընկնում կոորդինատի տատանումների փուլից: Նման դեպքում ասում են, որ արագացումը և կոորդինատը հակափուլերում են (նկ. 167): Սա նշանակում է, որ երբ կոորդինատի արժեքը հասնում է ամենամեծ դրական արժեքին, արագացումը հասնում է մոդուլով ամենամեծ և բացասական արժեքին և հակառակը:

(10.9) և (10.10) բանաձևերը ներդաշնակորեն տատանվող մարմնի արագության և արագացման կախումները ժամանակից արտահայտող հավասարումներն են, իսկ 167-րդ նկարում պատկերված են մարմնի կոորդինատի, արագության և արագացման տատանագրերը (կոորդինատի տատանման սկզբնական փուլը՝ $\varphi_0 = \pi/2$):

խորացված

Տատանվող մարմնի միջին արագությունը ժամանակի t, $t + \Delta t$ բավականաչափ փոքր միջակայքում կարող ենք որոշել հետևյալ կերպ.

$$\bar{v}_x = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x(t+\Delta t) - x(t)}{\Delta t} = \frac{A\sin\left(\omega_0(t+\Delta t) + \varphi_0\right) - A\sin\left(\omega_0 t + \varphi_0\right)}{\Delta t} =$$

$$= \frac{2A\sin\frac{\omega_0\Delta t}{2}\cos\left(\omega_0 t + \frac{\omega_0\Delta t}{2} + \varphi_0\right)}{\Delta t}: \qquad (10.11)$$

Եռանկյունաչափությունից հայտնի է, որ փոքր՝ $\alpha \ll 1$ անկյունների համար $\sin\alpha \approx \alpha$, ընդ որում, որքան փոքր է α-ն, այնքան ավելի ճշգրիտ է այս հավասարությունը: Երբ Δt-ն բավականաչափ փոքր է, կոսինուս ֆունկցիայի արգումենտում 2-րդ անդամը, որպես շատ փոքր մեծություն, կարելի է հաշվի չառնել, ուստի՝ կստանանք՝ $\sin(\omega_0 t/2) \approx \omega_0 t/2$, $\cos(\omega_0 t + \Delta t/2 + \varphi_0) \approx \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$ և $\bar{v}_x \approx A\omega_0\cos(\omega_0 t + \varphi_0)$: Եթե $\Delta t \to 0$, ապա $\bar{v}_x$ միջին արագությունը հավասար կլինի t պահին տատանվող մարմնի ակնթարթային արագությանը՝ $\bar{v}_x = v_x = A\omega_0\cos(\omega_0 t + \varphi_0)$:

Գրելով տատանվող մարմնի միջին արագացումը t, $t + \Delta t$ բավականաչափ փոքր միջակայքում՝

$$\bar{a}_x = \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = \frac{v_x(t+\Delta t) - v_x(t)}{\Delta t},$$

օգտվելով (6) առնչությունից և կոսինուսների տարբերության բանաձևից, $\Delta t \to 0$ սահմանում կստանանք (10.7) բանաձևն ակնթարթային արագացման համար:

Հարցեր և առաջադրանքներ

1. Ո՞ր մեծությունն են անվանում տատանումների փուլ, ի՞նչ միավորով է այն արտահայտվում: **2.** Ո՞ր մեծությունն են անվանում շրջանային հաճախություն, և ի՞նչ է ցույց տալիս այն: **3.** Գրե՛ք ներդաշնակորեն տատանվող մարմնի կոորդինատի, արագության և արագացման կախումը ժամանակից արտահայտող բանաձևերը: **4.** Որքա՞ն է ներդաշնակ տատանումների սկզբնական φ_0 փուլը, եթե $t = 0$ պահին մասնիկի շեղումը՝ ա) $x = A$, բ) $x = 0$, գ) $x = -A$, դ) $x = A/2$: **5.** Ո՞ր դիրքերում են զրո դառնում ներդաշնակորեն տատանվող մարմնի՝ ա) արագությունը, բ) արագացումը: **6.** Ինչպե՞ս կարելի է կրկնապատկել ներդաշնակորեն տատանվող մարմնի առավելագույն արագությունը: **7.** Որքա՞ն է մեկ պարբերության ընթացքում ներդաշնակ տատանումներ կատարող մարմնի՝ ա) տեղափոխությունը, բ) անցած ճանապարհը, եթե տատանումների լայնույթն A է:

§ 68. ԶՍՊԱՆԱԿԻՆ ԱՄՐԱՑՎԱԾ ՄԱՐՄՆԻ ՏԱՏԱՆՈՒՄՆԵՐԻ ՊԱՐԲԵՐՈՒԹՅԱՆ ԲԱՆԱՁԵՎԸ: ԷՆԵՐԳԻԱՅԻ ՓՈԽԱԿԵՐՊՈՒՄՆԵՐԸ ՏԱՏԱՆՈՒՄՆԵՐԻ ՊՐՈՑԵՍՈՒՄ

Ինչպես տեսանք, զսպանակավոր ճոճանակի սեփական տատանումները ներդաշնակ տատանումներ են: Զսպանակին ամրացված գնդիկն այդ տատանումների ընթացքում շարժվում է փոփոխական արագացմամբ, որի ակնթարթային արժեքը ժամանակի որևէ t պահի որոշվում է (10.7) բանաձևով: Նշանակում է՝ t պահին գնդիկին կիրառված ուժի պրոյեկցիան՝

$$F_x = ma_x = -m\omega_0^2 A\sin(\omega_0 t + \varphi_0): \tag{10.12}$$

Նկատի ունենալով (10.4) բանաձևը՝ (10.12) բանաձևից կստանանք՝

$$F_x = -m\omega_0^2 x: \tag{10.13}$$

Հուկի օրենքի համաձայն ՝ $F_x = -kx$, որտեղ k-ն զսպանակի կոշտությունն է, հետևաբար՝

$$k = m\omega_0^2: \tag{10.14}$$

(10.14) բանաձևից կարող ենք որոշել զսպանակավոր ճոճանակի սեփական տատանումների շրջանային հաճախությունը՝

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}, \tag{10.15}$$

որի համաձայն զսպանակավոր ճոճանակի սեփական հաճախությունը կախված է միայն այդ տատանողական համակարգի k և m բնութագրերից:

Ըստ (10.13) բանաձևի՝ զսպանակավոր ճոճանակի գնդիկի վրա ազդող ուժն ուղիղ համեմատական է հավասարակշռության դիրքից գնդիկի շեղմանը: «–» նշանը ցույց է տալիս, որ այդ ուժն ուղղված է շեղման ուղղությանը հակառակ, այսինքն՝ դեպի հավասարակշռության դիրք: Այդ պատճառով այն անվանում են նաև **վերադարձնող ուժ**: Այս պայմանները, մասնավորապես, բավարարում է զսպանակի առաձգականության ուժը, որը որոշվում է Հուկի օրենքով: Ուստի՝ $F_x = -kx$ տեսքի ուժերը, անկախ դրանց բնույթից, անվանում են **քվազիառաձգական** («քվազի»՝ լատիներեն «կարծես թե» բառից) ուժեր, իսկ k-ն՝ **քվազիկոշտություն**:

Այսպիսով՝ զսպանակավոր ճոճանակի գնդիկը կատարում է ներդաշնակ տատանումներ միայն այն դեպքում, երբ նրա վրա քվազիառաձգական վերադարձնող ուժ է ազդում: Ընդ որում, ինչպես հետևում է (10.5) և (10.15) հավասարություններից, այդ տատանումների պարբերությունը՝

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}: \tag{10.16}$$

Տատանողական համակարգի սեփական տատանումների ներդաշնակությունը ցույց տալու և պարբերությունը որոշելու համար, անհրաժեշտ է՝

1. համոզվել, որ մարմինը հավասարակշռության դիրքից շեղելուց և ազատ թողնելուց հետո նրա վրա ազդող ներքին ուժերի համազորն ուղղված է դեպի հավասարակշռության դիրք,

2. ապացուցել, որ այդ ուժը կամ նրա որևէ բաղադրիչ ուղիղ համեմատական է շեղմանը, և գտնել k քվազիկոշտությունը,

3. քվազիկոշտությունը տեղադրել ներդաշնակ տատանումների պարբերության (10.16) բանաձևի մեջ և որոշել տատանումների պարբերությունը:

Հաճախ, բարդ տատանողական համակարգեր դիտարկելիս, նույնպես հաջողվում է վերադարձնող ուժը ներկայացնել $F_x = -kx$ քվազիառաձգական ուժի տեսքով, որտեղ k-ն կախված է համակարգի պարամետրերից: Իմանալով նաև տատանվող մարմնի m զանգվածը՝ (10.16) բանաձևից հեշտ է գտնել համակարգի սեփական տատանումների պարբերությունը:

Զսպանակավոր ճոճանակի սեփական տատանումները տեղի են ունենում միայն զսպանակի առաձգականության ուժի ազդեցությամբ, ուստի՝ (10.16) բանաձևով որոշվող պարբերությունը նույնն է ինչպես Երկրի տարբեր վայրերում, այնպես էլ այլ մոլորակների վրա և նույնիսկ՝ անկշռության պայմաններում: Հետևաբար, չափելով զսպանակավոր ճոճանակի սեփական տատանումների պարբերությունը և իմանալով զսպանակի կոշտությունը, (10.16) բանաձևից կարելի է որոշել զսպանակին ամրացված մարմնի զանգվածը: Զանգվածի որոշման այդ եղանակը կարող է օգտագործվել նաև անկշռության պայմաններում, երբ սովորական կշեռքները կամ պիտանի չեն, կամ էլ հարմար չեն զանգվածը չափելու համար:

Էներգիայի փոխակերպումները տատանումների պրոցեսում: Տատանողական համակարգը կարող է ազատ տատանումներ կատարել, եթե այն հանենք կայուն հավասարակշռության դիրքից՝ նրան էներգիայի որոշ պաշար հաղորդելով:

165-րդ նկարում, օրինակ, գնդիկը տեղաշարժելով դեպի աջ A հեռավորությամբ՝ տատանողական համակարգին հաղորդում ենք առաձգականության ուժով պայմանավորված պոտենցիալ էներգիայի որոշ պաշար: Գնդիկը դեպի ձախ շարժվելիս զսպանակի դեֆորմացիան փոքրանում է, ուստի՝ նվազում է համակարգի պոտենցիալ էներգիան: Բայց միաժամանակ մեծանում է գնդիկի շարժման արագությունը և, հետևաբար՝ կինետիկ էներգիան: Հավասարակշռության դիրքով անցնելու պահին համակարգի պոտենցիալ էներգիան դառնում է զրո, իսկ գնդիկի կինետիկ էներգիան հասնում է իր առավելագույն արժեքին:

Հավասարակշռության դիրքն անցնելուց հետո գնդիկի արագությունը նվազում է, ուստի՝ նվազում է նաև կինետիկ էներգիան: Իսկ ճոճանակի պոտենցիալ էներգիան կրկին աճում է: Ձախ սահմանային դիրքում վերջինս հասնում է իր առավելագույն արժեքին, իսկ գնդիկի կինետիկ էներգիան դառնում է զրո: Այսպիսով՝ տատանումների ժամանակ տեղի է ունենում պոտենցիալ էներգիայի պարբերաբար փոխակերպում կինետիկի և հակառակը:

Քանի որ գնդիկի ներդաշնակ տատանումները տեղի են ունենում առաձգականության ուժի ազդեցությամբ, ապա գնդիկի շարժման հետագծի յուրաքանչյուր կետում համակարգն օժտված է պոտենցիալ էներգիայով՝

$$E_{\text{պ}} = \frac{kx^2}{2},$$

ուստի ներդաշնակորեն տատանվող գնդիկի լրիվ մեխանիկական էներգիան՝

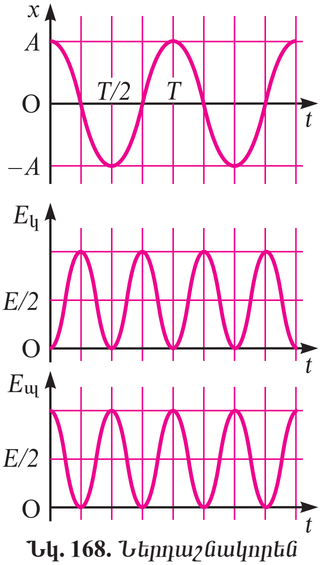
$$E = \frac{kx^2}{2} + \frac{m\upsilon^2}{2}:$$

Գնդիկի կոորդինատը և արագությունը ժամանակի ընթացքում փոխվում են համաձայն (10.4) և (10.7) բանաձևերի, ուստի՝ գնդիկի կինետիկ և պոտենցիալ էներգիաների կախումները ժամանակից կարտահայտվեն հետևյալ բանաձևերով՝

$$E_{\text{կ}}(t) = \frac{1}{2}m\omega_0^2 A^2 \cos^2(\omega_0 t + \varphi_0), \quad (10.17)$$

$$E_{\text{պ}}(t) = \frac{1}{2}kA^2 \sin^2(\omega_0 t + \varphi_0): \quad (10.18)$$

168-րդ նկարում պատկերված են զսպանակավոր ճոճանակի գնդիկի կոորդինատի, կինետիկ և պոտենցիալ էներգիաների կախումները ժամանակից արտահայտող գրաֆիկները (երբ $\varphi_0 = \pi/2$): Գրաֆիկներից պարզ երևում է, որ կինետիկ էներգիան առավելագույնն է, երբ պոտենցիալ էներգիան դառնում է զրո, և հակառակը, երբ պոտենցիալ էներգիան է առավելագույնը, կինետիկ էներգիան դառնում է զրո, և որ կինետիկ ու պոտենցիալ էներգիաների «տատանումների» պարբերությունը երկու անգամ փոքր է համակարգի տատանումների պարբերությունից:



Նկ. 168. *Ներդաշնակորեն տատանվող մարմնի կոորդինատի, կինետիկ և պոտենցիալ էներգիաների կախումները ժամանակից*

Լրիվ մեխանիկական էներգիայի արտահայտության մեջ տեղադրելով կինետիկ ու պոտենցիալ էներգիաների (10.17) և (10.18) արտահայտությունները՝ կստանանք՝

$$E = \frac{kA^2 \sin^2(\omega_0 t + \varphi_0)}{2} + \frac{m\omega_0^2 A^2 \cos^2(\omega_0 t + \varphi_0)}{2}:$$

Հաշվի առնելով (10.14) առնչությունը՝ կստանանք՝

$$E = \frac{kA^2}{2}\left[\sin^2(\omega_0 t + \varphi_0) + \cos^2(\omega_0 t + \varphi_0)\right] = \frac{kA^2}{2} = \frac{m\upsilon_0^2}{2}: \quad (10.19)$$

Այսպիսով՝ ժամանակի ընթացքում զսպանակին ամրացված գնդիկի կինետիկ և զսպանակ-գնդիկ համակարգի պոտենցիալ էներգիաները պարբերաբար փոփոխվում են, բայց կամայական պահի համակարգի լրիվ մեխանիկական էներգիան նույնն է և հավասար գնդիկի առավելագույն շեղման դիրքում համակարգի պոտենցիալ էներգիային (երբ գնդիկի կինետիկ էներգիան զրո է) կամ գնդիկի կինետիկ էներգիային հավասարակշռության դիրքով անցնելու պահին (երբ համակարգի պոտենցիալ էներգիան զրո է): Սա էներգիայի պահպանման և փոխակերպման օրենքն է ներդաշնակ տատանումների դեպքում:

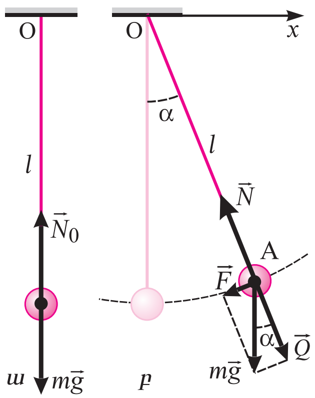
(10.19) հավասարությունից երևում է, որ ներդաշնակ տատանումներ կատարող մարմնի լրիվ մեխանիկական էներգիան ուղիղ համեմատական է կոորդինատի տատանումների լայնույթի քառակուսուն կամ արագության տատանումների լայնույթի քառակուսուն: Էներգիայի պահպանման օրենքը կապ է հաստատում տատանման լայնույթի և տատանվող մարմնի առավելագույն արագության միջև: Իրոք, (10.19) և (10.15) բանաձևերից հետևում է, որ

$$\upsilon_0 = A\sqrt{\frac{k}{m}} = A\omega_0: \quad (10.20)$$

Հարցեր և առաջադրանքներ

1. Ինչպիսի՞ն են զսպանակավոր ճոճանակի սեփական տատանումները: **2.** Ի՞նչ ուժի ազդեցությամբ է զսպանակին ամրացված գնդիկը կատարում ներդաշնակ տատանումներ: **3.** Ինչո՞վ է պայմանավորված տատանողական համակարգի սեփական հաճախությունը: **4.** Ո՞ր ուժերն են անվանում քվազիառաձգական: Ի՞նչ է քվազիկոշտությունը, և ինչի՞ց է այն կախված: **5.** Գրե՛ք զսպանակավոր ճոճանակի ներդաշնակ տատանումների հաճախության և պարբերության բանաձևերը: **6.** Ինչպե՞ս կփոխվի զսպանակավոր ճոճանակի տատանումների պարբերությունը, եթե հաշվի առնենք նաև զսպանակի զանգվածը: **7.** Ի՞նչ ընթացակարգով է որոշվում տատանողական համակարգի ներդաշնակ տատանումների պարբերությունը: **8.** Ինչպե՞ս կարելի է չափել մարմնի զանգվածը զսպանակավոր ճոճանակի միջոցով: **9.** m զանգվածով բեռը կախված է k կոշտությամբ զսպանակից: Զսպանակը, մեջտեղից կտրելով, բաժանեցին երկու մասի և դարձյալ կախեցին նույն բեռը: Քանի՞ անգամ փոխվեց տատանումների հաճախությունը: **10.** Գրե՛ք տատանողական շարժման լրիվ մեխանիկական էներգիայի արտահայտությունը: **11.** Որքա՞ն է ներդաշնակ տատանումներ կատարող մարմնի մեխանիկական էներգիան՝ ա) հավասարակշռության դիրքով անցնելու պահին, բ) եզրային դիրքերում: **12.** Ո՞ր դիրքերում է առավելագույնը՝ ա) կինետիկ էներգիան, բ) պոտենցիալ էներգիան, գ) լրիվ մեխանիկական էներգիան: **13.** Ո՞ր դիրքերում է նվազագույնը՝ ա) կինետիկ էներգիան, բ) պոտենցիալ էներգիան, գ) լրիվ մեխանիկական էներգիան: **14.** Եթե կրկնապատկենք ներդաշնակորեն տատանվող մարմնի տատանումների լայնույթը, ապա ինչպե՞ս կփոխվի. ա) հաճախությունը, բ) առավելագույն արագությունը, գ) առավելագույն արագացումը, դ) լրիվ մեխանիկական էներգիան: **15.** Ի՞նչ պայմաններում են ազատ տատանումները չմարող:

§ 69. ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱԿԱՆ ՃՈՃԱՆԱԿ: ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱԿԱՆ ՃՈՃԱՆԱԿԻ ՏԱՏԱՆՈՒՄՆԵՐԻ ՊԱՐԲԵՐՈՒԹՅԱՆ ԲԱՆԱՁԵՎԸ



Նկ. 169. *Մաթեմատիկական ճոճանակը ա.հավասարակշռության դիրքում, բ. երբ այն շեղված է α անկյունով:*

Մաթեմատիկական ճոճանակին ծանոթ եք 8-րդ դասարանի ֆիզիկայի դասընթացից: Այն տատանողական համակարգ է, որտեղ փոխազդում են մի ծայրով ամրացված թելը, նրանից կախված գնդիկը և Երկիրը (նկ. 169): Կքննարկենք միայն ճոճանակի սեփական տատանումները՝ անտեսելով կախման կետում թելի և հենարանի միջև շփումը, ինչպես նաև օդի դիմադրությունը: Բացի այդ՝ ենթադրենք, որ թելն անկշիռ է, չձգվող ու այնքան երկար, որ գնդիկի շառավիղը թելի երկարության համեմատությամբ կարելի է անտեսել և գնդիկը դիտարկել որպես նյութական կետ:

Ճոճանակը փոքր α անկյունով շեղենք հավասարակշռության դիրքից և բաց թողնենք (նկ. 169,բ): Տատանումների ընթացքում գնդիկի վրա ազդում են միայն թելի լարման $\vec{N}$ ուժը և ծանրության $m\vec{g}$ ուժը:

Ծանրության ուժը վերածենք $\vec{F}$ և $\vec{Q}$ բաղադրիչների այնպես, որ $\vec{F}$ ուժն ուղղված լինի շրջանագծի աղեղին տարված շոշափողով, դեպի հավասարակշռության դիրք, իսկ $\vec{Q}$-ն՝ թելի երկայնքով ($\vec{Q}$ + $\vec{N}$ արդյունարար ուժով պայմանավորված է մարմնի շարժման կենտրոնաձիգ արագացումը): Կոորդինատային X առանցքն ուղղենք հորիզոնական ուղղությամբ՝ O սկզբնակետը համատեղելով թելի կախման կետի հետ (նկ. 169): Քանի որ ճոճանակի հավասարակշռության դիրքն անցնում է O կետով, ապա այդ դիրքից գնդիկի հորիզոնական շեղումը և x կոորդինատը կհամընկնեն: Ինչպես երևում է 169, բ նկարից, $\sin\alpha = |x|/l$ (l-ը թելի երկարությունն է), իսկ $\vec{F}$ ուժի մոդուլը՝ $F = mg\sin\alpha = mg|x|/l$:Փոքր α անկյունների դեպքում կարող ենք համարել, որ X առանցքը գրեթե զուգահեռ է շոշափողին, այնպես որ $|x| = x$, իսկ X առանցքի վրա $\vec{F}$ ուժի պրոյեկցիան՝ $F_x = -F$, երբ մարմինը հավասարակշռության դիրքից աջ է (նկ. 5, բ), և $|x| = -x$, $F_x = F$, երբ մարմինը ձախ դիրքում է: Երկու դեպքում էլ

$$F_x = -\frac{mg}{l}x\ l\ -kx: \tag{10.21}$$

Այսինքն՝ մարմինը հավասարակշռության դիրք վերադարձնող ուժի պրոյեկցիան ուղիղ համեմատական է շեղմանը՝ հակառակ նշանով, իսկ քվազիկոշտությունը՝ $k = mg/l$, հետևաբար՝ ճոճանակը կատարում է ներդաշնակ տատանումներ, որոնց պարբերությունը [(10.16) բանաձևի համաձայն]՝

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}: \tag{10.22}$$

(10.22) բանաձևն առաջին անգամ ստացել և փորձով ստուգել է հոլանդացի գիտնական Քրիստիան Հյույգենսը, ուստի՝ կոչվում է Հյույգենսի բանաձև:

Հյույգենսի բանաձևը հաստատում է մաթեմատիկական ճոճանակի տատանումների չորս փորձառական օրենքները:

1. Տատանումների պարբերությունը կախված չէ գնդիկի զանգվածից: Այս հատկությունը բնորոշ է գրավիտացիոն ուժերի, մասնավորապես Երկրի ձգողության ուժի ազդեցությամբ տատանվող բոլոր ճոճանակներին:

2. Տատանումների պարբերությունը կախված չէ լայնույթից: Ճոճանակի (ոչ միայն մաթեմատիկական) տատանումների այս հատկությունը կոչվում է իզոխրոնություն (հավասարատևություն) և հնարավորություն է տալիս կառուցելու ժամանակակից ժամացույցների մի ամբողջ շարք (ճոճանակային, զսպանակավոր, կամերտոնային և այլն):

3. Տատանումների պարբերությունն ուղիղ համեմատական է ճոճանակի երկարության քառակուսի արմատին: Հաշվի առնելով այս փաստը և համապատասխան ձևով փոխելով ճոճանակի երկարությունը՝ կարգավորում են ճոճանակային ժամացույցների (պատի և սեղանի) ընթացքը:

4. Տատանումների պարբերությունը հակադարձ համեմատական է ազատ անկման արագացման քառակուսի արմատին: Վերջին օրենքը հնարավորություն է տալիս առավել ճշգրիտ որոշելու ազատ անկման արագացումը Երկրի տարբեր կետերում և նույնիսկ փորձով հաստատել նրա կախումը մինչև Երկրի կենտրոն հեռավորությունից: Չափումներով հաջողվում է որոշել ազատ անկման արագացման տեղային աղավաղումները, որոնք հաճախ կապված են օգտակար հանածոների առկայության հետ:

Հարցեր և առաջադրանքներ

1. Ո՞ր ճոճանակն է կոչվում մաթեմատիկական: **2.** Ե՞րբ կարելի է թելավոր ճոճանակը համարել մաթեմատիկական ճոճանակ: **3.** Գրե՛ք մաթեմատիկական ճոճանակի ներդաշնակ տատանումների պարբերության բանաձևը (Հյույգենսի բանաձևը): **4.** Թվարկե՛ք մաթեմատիկական ճոճանակի չորս փորձառական օրենքները: **5.** Ճոճանակավոր ժամացույցը ճշգրիտ աշխատում է ծովափին: Առա՞ջ, թե՞ հետ կընկնի նույն ժամացույցը սարի գագաթին:

§70. ԼԱԲՈՐԱՏՈՐ ԱՇԽԱՏԱՆՔ 9

Ազատ անկման արագացման որոշումը մաթեմատիկական ճոճանակով

Աշխատանքի նպատակը. փորձով որոշել ազատ անկման արագացումը:

Անհրաժեշտ պարագաներ. վայրկենաչափ, չափերիզ, անցքով կամ կեռիկով գնդիկ, թել, ամրակալան՝կցորդիչով և թաթով:

Փորձի կատարման ընթացքը

1. Սեղանին դրեք ամրակալանը և նրա վերևի ծայրին կցորդիչով ամրացրեք թաթը՝ դրանից թելով կախելով գնդիկը, որը պետք է կախված լինի մոտ 50 սմ երկարությամբ բարակ, կոշտ թելից՝ սեղանից 1÷3 սմ բարձրությամբ:
2. Չափերիզով չափեք ճոճանակի երկարությունը՝ l:
3. Գնդիկը շեղեք հավասարակշռության դիրքից 5÷8 սմ և բաց թողեք:
4. Չափեք 40 լրիվ տատանումների ժամանակը՝ t:
5. Տատանումների պարբերությունը հաշվեք $T = t/40$ բանաձևով:
6. Ազատ անկման արագացումը հաշվեք մաթեմատիկական ճոճանակի տատանումների պարբերության բանաձևից՝

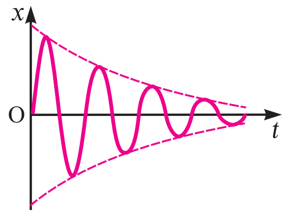
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}, \quad g = \frac{4\pi^2 l}{T^2}:$$

§71. ՄԱՐՈՂ ԵՎ ՀԱՐԿԱԴՐԱԿԱՆ ՏԱՏԱՆՈՒՄՆԵՐ: ՌԵԶՈՆԱՆՍԻ ԵՐԵՎՈՒՅԹԸ

Զսպանակին ամրացված բեռի կամ ճոճանակի ազատ տատանումները ներդաշնակ են միայն այն դեպքում, երբ չկան դիմադրության ուժեր: Բայց այդ ուժերը, շատ փոքր լինելով, այնուամենայնիվ, ազդում են տատանվող մարմնի վրա:

Դիմադրության ուժերը կատարում են բացասական աշխատանք՝ նվազեցնելով համակարգի մեխանիկական էներգիան: Այդ պատճառով ժամանակի ընթացքում տատանումների լայնույթը դառնում է ավելի ու ավելի փոքր: Վերջ ի վերջո, երբ մեխանիկական էներգիայի պաշարը սպառվում է, տատանումները դադարում են. մարում են: Ուրեմն՝ դիմադրության ուժերի առկայությամբ ազատ տատանումները մարող են: Գնդիկի կոորդինատի կախումը ժամանակից արտահայտող տատանագիրը մարող տատանումների դեպքում պատկերված է 170-րդ նկարում:

Չմարող տատանումներ ստանալու համար անհրաժեշտ է, որ ճոճանակի տատանվող գնդիկի վրա ազդեն արտաքին ուժեր, որոնք ժամանակից կախված փոփոխվում են որոշակի պարբերությամբ: Այդպիսի ուժերի ազդեցությամբ կատարվող տատանումներն անվանում են **հարկադրական տատանումներ**:



Նկ.170. *Մարող տատանումների տատանագիր*

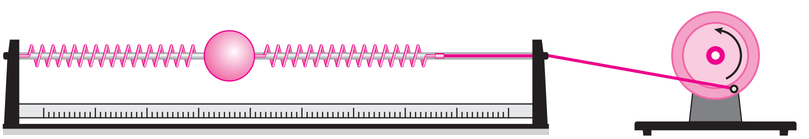
Հարկադրական տատանումների ժամանակ ճոճանակի (կամ կամայական տատանողական համակարգի) մեխանիկական էներգիայի կորուստներն անընդհատ լրացվում են պարբերաբար փոփոխվող արտաքին ուժերի աշխատանքի հաշվին: Ուստի՝ հարկադրական տատանումները, դիմադրության ուժերի առկայությամբ, չմարող (պարբերական) են և շարունակվում են այնքան ժամանակ, քանի դեռ ճոճանակի գնդիկի վրա արտաքին, պարբերական ուժ է ազդում:

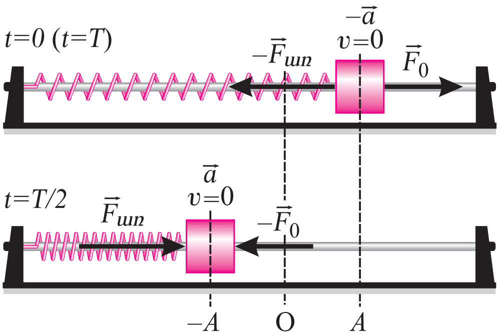
Հարկադրական տատանումները փորձնականորեն ուսումնասիրում են տարբեր սարքերի օգնությամբ: Այդպիսի մի սարք ձեզ ծանոթ է 8-րդ դասարանի ֆիզիկայի դասընթացից:

Հարկադրական տատանումները կարելի է ուսումնասիրել նաև 171-րդ նկարում պատկերված՝ սեփական տատանումների հաճախություն ունեցող մեկ այլ սարքի օգնությամբ: Զսպանակներին ամրացված է գնդիկ, և զսպանակներից մեկի ծայրն ամրացված է ճախարակի վրայով գցված թելի ծայրին: Թելի մյուս ծայրը միացված է սկավառակի վրայի ձողիկին: Եթե սկավառակը պտտենք էլեկտրաշարժիչի միջոցով, ապա գնդիկի վրա կսկսի ազդել արտաքին պարբերական ուժ: Գնդիկն աստիճանաբար կսկսի ճոճվել: Տատանումների լայնույթը կաճի: Որոշ ժամանակ անց տատանումները **կկայունանան**. նրանց լայնույթը ժամանակի ընթացքում կդադարի փոփոխվել: Ուշադիր դիտելով՝ կնկատենք, որ գնդիկի տատանումների հաճախությունը հավասար է զսպանակի ծայրի տատանումների հաճախությանը, այսինքն՝ արտաքին ուժի փոփոխման հաճախությանը, որը հավասար է մեկ վայրկյանում սկավառակի պտույտների թվին:

Այսպիսով՝ երբ ճոճանակի գնդիկի վրա ազդում է ժամանակի ընթացքում պարբերաբար փոփոխվող արտաքին ուժ, ճոճանակը կատարում է կայունացված պարբերական շարժում: Այդպիսի պարբերական շարժումներն էլ հենց հարկադրական տատանումներն են: **Հարկադրական տատանումների պարբերությունը հավասար է արտաքին ուժի փոփոխման պարբերությանը:**

Այժմ դիտարկենք k կոշտությամբ հորիզոնական զսպանակից և նրա ծայրին ամրացված m զանգվածով չորսուից կազմված համակարգ, որի սեփական տատանումների շրջանային հաճախությունը ω_0 է: Ենթադրենք նաև, որ չորսուի վրա, Ox


Նկ. 171. *Զսպանակին ամրացված գնդիկի հարկադրական տատանումները ցուցադրող սարք*



Նկ. 172. *Զսպանակավոր ճոճանակի հարկադրական տատանումները արտաքին ուժի ազդեցությամբ*

առանցքին զուգահեռ, ազդում է ներդաշնակորեն փոփոխվող արտաքին ուժ ω շրջանային հաճախությամբ և F_0 լայնույթով՝ $F_x = F_0 \cos\omega t$ (նկ. 172):

Դիցուք՝ ժամանակի $t = 0$ սկզբնական պահին զսպանակը ձգված է առավելագույն՝ $x(0)$ չափով և անշարժ է՝ $v(0) = 0$: Այդ պահին զսպանակի առաձգականության ուժի մոդուլը՝ $F > F_0$: Եթե չորսուն բաց թողնենք, այն արագացմամբ կշարժվի դեպի ձախ: Հավասարակշռության դիրքից անցնելով՝ չորսուն կսկսի սեղմել զսպանակը և, հասնելով ամենածախ դիրքին, որտեղ զսպանակը սեղմված է առավելագույն չափով, այնուհետև կվերադառնա սկզբնական դիրք: Դրանից հետո չորսուի շարժումը կկրկնվի. չորսուն կկատարի ներդաշնակ հարկադրական տատանումներ արտաքին ուժի փոփոխման ω շրջանային հաճախությամբ և A լայնույթով՝

$$x = A\cos\omega t: \qquad (10.23)$$

Չորսուի վրա կիրառված են զսպանակի $F = -kx$ ուժը և արտաքին, պարբերաբար փոփոխվող F_x ուժը: Համաձայն Նյուտոնի 2-րդ օրենքի՝

$$ma_x = -kx + F_0\cos\omega t: \qquad (10.24)$$

(10.24) հավասարումն անվանում են հարկադրական տատանումների հավասարում:

Եթե (10.23) արտահայտությունը ներկայացնենք $x = A\sin(\omega t + \pi/2)$ տեսքով, ապա, վերջինս համադրելով (10.4) բանաձևի հետ և նկատի ունենալով (10.7) բանաձևը՝ չորսուի տատանողական շարժման արագացման համար կունենանք

$$a_x = -\omega^2 A\cos\omega t \qquad (10.25)$$

արտահայտությունը: Հետևաբար, հաշվի առնելով (10.23) և (10.25) բանաձևերը, (10.24) հավասարումը կարող ենք գրել հետևյալ կերպ՝

$$-m\omega^2 A\cos\omega t = -kA\cos\omega t + F_0\cos\omega t: \qquad (10.26)$$

Կրճատելով (10.26) հավասարությունը $\cos\omega t$-ով և նկատի ունենալով, որ $k = m\omega_0^2$, կունենանք՝ $-m\omega^2 A = -m\omega_0^2 A + F_0$, որտեղից էլ կստանանք հարկադրական տատանումների լայնույթի արտահայտությունը՝

$$A = \left|\frac{F_0}{m(\omega_0^2 - \omega^2)}\right|: \qquad (10.27)$$

(10.27) բանաձևի համաձայն՝ հարկադրական տատանումների լայնույթը կախված է արտաքին ուժի F_0 լայնույթից և փոփոխման ω հաճախությունից: $A(\omega)$ կախման գրաֆիկը կառուցելու համար դիտարկենք հետևյալ սահմանային դեպքերը:

1. Երբ $\omega = 0$, ապա $F_x = F_0$, այսինքն՝ ճոճանակի վրա ազդում է հաստատուն ուժ: Այդ դեպքում, համաձայն (10.23) բանաձևի, $x = A$, իսկ (10.27) բանաձևից հետևում է, որ $A = F_0/m\omega_0^2$:

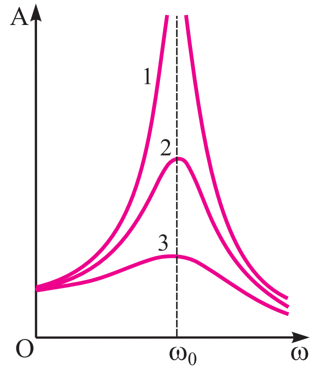
2. Եթե ω-ն փոքր է ω_0 սեփական հաճախությունից՝ $0 < \omega < \omega_0$, ապա ω-ն մեծանալիս $\omega_0^2 - \omega^2$ տարբերությունը փոքրանում է, ուստի՝ A-ն մեծանում է:

3. Եթե ω-ն զգալիորեն գերազանցում է ω_0-ն՝ $\omega \gg \omega_0$, ապա (10.27) բանաձևում ω_0^2-ն անտեսելով ω^2-ու նկատմամբ, կստանանք՝ $A \approx F_0/m\omega^2$: Այսինքն՝ արտաքին ուժի փոփոխման մեծ հաճախությունների դեպքում ω-ի աճին զուգընթաց հարկադրական տատանումների լայնույթը նվազում է:

4. Երբ ω-ն մոտենում է ω_0 սեփական հաճախությանը, (10.27) արտահայտության հայտարարը ձգտում է զրոյի: Հետևաբար՝ տատանումների A լայնույթը կտրուկ աճում է՝ ընդունելով որքան ասես մեծ արժեքներ:

Հարկադրական տատանումների լայնույթի կտրուկ աճը, երբ արտաքին ուժի փոփոխման հաճախությունը համընկնում է տատանողական համակարգի սեփական հաճախությանը, անվանում են ռեզոնանս (լատիներեն «ռեզոնանս»՝ արձագանք տալ բառերից):

$A(\omega)$ ֆունկցիայի գրաֆիկն անվանում են **ռեզոնանսային կոր**: Զսպանակավոր ճոճանակի ռեզոնանսային կորը, շփման բացակայությամբ, պատկերված է 173-րդ նկարում (1-ին կորը): Սակայն շփման առկայությամբ ω-ն ω_0-ին ձգտելիս հարկադրական տատանումների լայնույթը ձգտում է վերջավոր արժեքի, ընդ որում, որքան մեծ է շփման ուժը, այնքան փոքր է այդ արժեքը (2-րդ և 3-րդ կորեր):



*Նկ. 173. Հարկադրական տատանումների լայնույթի կախումը հաճախությունից պատկերող ռեզոնանսային կորերը. **1**՝ շփումը բացակայում է, **2** կորը համապատասխանում է փոքր, **3** կորը՝ մեծ շփման ուժի:*

171-րդ նկարում պատկերված սարքի միջոցով կարելի է փորձով պարզել, որ արտաքին ուժի հաճախությունը սահուն կերպով մեծացնելիս տատանումների լայնույթն աճում է: Այն հասնում է առավելագույնի, երբ արտաքին ուժի փոփոխման հաճախությունը հավասարվում է գնդիկի սեփական տատանումների հաճախությանը, իսկ հաճախությունը մեծացնելիս կայունացված տատանումների լայնույթը նորից փոքրանում է:

Այժմ բացատրենք ռեզոնանսի երևույթը՝ էներգիական տեսանկյունից:

Ռեզոնանսի դեպքում հարկադրական տատանումների լայնույթն առավելագույնն է այն պատճառով, որ ստեղծվում են նպաստավոր պայմաններ արտաքին պարբերական ուժի աղբյուրից համակարգին էներգիա հաղորդելու համար: Արտաքին ուժը ռեզոնանսի դեպքում փոփոխվում է ազատ տատանումներին համընթաց: Ամբողջ պարբերության ընթացքում նրա ուղղությունը համընկնում է տատանվող մարմնի արագության (շարժման) ուղղությանը, ուստի՝ այդ ուժը կատարում է դրական աշխատանք: Կայունացված տատանումների ժամանակ արտաքին ուժի դրական աշխատանքը բացարձակ արժեքով հավասար է դիմադրության ուժի բացասական աշխատանքին և ամբողջությամբ ծախսվում է մեխանիկական էներգիայի կորուստները լրացնելու համար: Ուստի՝ որքան փոքր է շփման գործակիցը, այնքան մեծ է կայունացված տատանումների լայնույթը:

Եթե արտաքին ուժի փոփոխման ω հաճախությունը հավասար չէ համակարգի տատանումների ω_0 սեփական հաճախությանը, ապա արտաքին ուժը պարբերության միայն մի մասի ընթացքում է դրական աշխատանք կատարում: Իսկ պարբերության մյուս մասի ընթացքում ուժի ուղղությունը հակադիր է արագության ուղղությանը, և արտաքին ուժի աշխատանքը բացասական է:

Փոքր շփման դեպքում ռեզոնանսի ժամանակ տատանումների լայնույթը կարող է շատ մեծ լինել նույնիսկ այն դեպքում, երբ արտաքին ուժը փոքր է, սակայն դա տեղի կունենա միայն արտաքին ուժի երկարատև ազդեցությամբ: Ըստ էներգիայի պահպանման օրենքի՝ համակարգին փոքր արտաքին ուժով կարելի է տատանումների մեծ լայնույթ, հետևապես՝ նաև մեծ էներգիա հաղորդել միայն երկար ժամանակի ընթացքում: Եթե շփումը մեծ է, ապա տատանումների լայնույթը կլինի փոքր և տատանումների կայունացման համար շատ ժամանակ չի պահանջվի:

Ռեզոնանսի մասին իմաստ ունի խոսել, եթե համակարգում ազատ տատանումների մարումը փոքր է: Մեծ դիմադրության առկայությամբ հարկադրական տատանումների լայնույթը ռեզոնանսի դեպքում քիչ է տարբերվում այլ հաճախություններին համապատասխանող տատանումների լայնույթից:

Հարցեր և առաջադրանքներ

1. Ո՞ր տատանումներն են կոչվում հարկադրական: **2.** Բերե՛ք հարկադրական տատանումների օրինակներ: **3.** Գրե՛ք հարկադրական տատանումների հավասարումը: **4.** Ի՞նչ բանաձևով են հաշվում հարկադրական տատանումների լայնույթը: **5.** Ո՞ր երևույթն են անվանում ռեզոնանս: **6.** Բերե՛ք ռեզոնանսի մի քանի օրինակ առօրյա կյանքից: **7.** Բացատրեք ռեզոնանսի առաջացումը՝ ելնելով էներգիական նկատառումներից: Ռեզոնանսի ժամանակ համակարգում տատանումների լայնույթի աճն ինչո՞վ է պայմանավորված: Ե՞րբ է այն մեծ և ե՞րբ՝ փոքր:

§72. ԻՆՔՆԱՏԱՏԱՆՈՒՄՆԵՐ

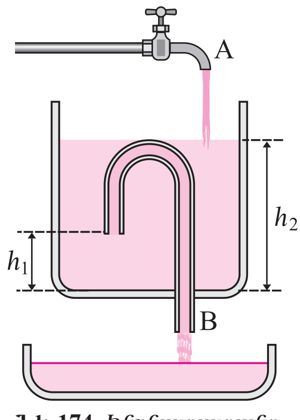
Խորացված

Ազատ տատանումները կայուն հավասարակշռության դիրքի շուրջը տեղի ունեցող տատանողական շարժումներ են: Այդ տատանումների լայնույթը, ինչպես գիտեք, որոշվում է հավասարակշռության դիրքից տատանվող մարմնի սկզբնական շեղմամբ և սկզբնական արագությամբ, այսինքն՝ այն էներգիայով, որ հաղորդվում է մարմնին սկզբնական պահին: Շփման ուժերի դեմ աշխատանք կատարելու հետևանքով էներգիայի այդ պաշարը հետզհետե ծախսվում է, և ազատ տատանումներն աստիճանաբար մարում են: Տատանումների պահպանման համար անհրաժեշտ է էներգիայի աղբյուր՝ լրացնելու համար համակարգի մեխանիկական էներգիայի կորուստները: Այսպիսով՝ որպեսզի տատանումները չմարեն, տատանողական համակարգը, օրինակ, մեկ պարբերության ընթացքում, աղբյուրից պետք է վերցնի այնքան էներգիա, որքան ծախսվում է այդ նույն ժամանակամիջոցում: Հարկադրական տատանումների ժամանակ, ինչպես տեսանք, դրսից համակարգին էներգիա է հաղորդվում արտաքին՝ պարբերաբար փոփոխվող ուժի դրական աշխատանքի շնորհիվ, ընդ որում, էներգիայի «մատույցը» համակարգին «կարգավորվում է» արտաքին ուժի փոփոխման հաճախությամբ: Ռեզոնանսի ժամանակ, տատանումների մեկ պարբերության ընթացքում այդ էներգիան ճիշտ այնքան է, որքան այդ ժամանակամիջոցում համակարգը «վատնել» է:

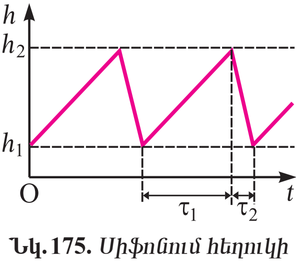
Սակայն չմարող տատանումներ կարելի է ստանալ նաև, երբ տատանողական համակարգն ինքն է «կարգավորում» աղբյուրից «մատուցվող» էներգիայի քանակը: Այդպիսի համակարգերն անվանում են **ինքնատատանողական համակարգեր**, իսկ դրանց չմարող տատանումները՝ **ինքնատատանումներ**: Ինքնատատանողական համակարգերն, օրինակ, կարող են պարբերաբար ընդհատել կամ փոփոխել արտաքին հաստատուն ուժի ազդեցությունն այնպես, որ դրա արդյունարար աշխատանքը լինի դրական: Այդ դեպքում տատանվող մարմնից արտաքին աղբյուրին էներգիա չի փոխանցվում: Որոշ տատանողական համակարգերում, սակայն, հնարավոր է միայն մասամբ փոքրացնել բացասական աշխատանքի արժեքը դրականի համեմատությամբ: Ինքնատատանումներ կարող են կատարվել նաև, եթե արտաքին ուժի ազդման ուղղությունը և տատանվող մարմնի շարժման ուղղությունը փոփոխվեն այնպես, որ տատանումների երկու կիսապարբերությունների ընթացքում էլ արտաքին ուժի աշխատանքը լինի դրական:

Վերը թվարկված եղանակների օգնությամբ հաջողվում է ոչ միայն ապահովել էներգիայի մատակարարում դրսից, այլև կարգավորել ստացված էներգիայի քանակն այնպես, որ ճշտորեն փոխհատուցվեն էներգիայի կորուստները շփմամբ և առաջանան հաստատուն լայնույթով չմարող տատանումներ:

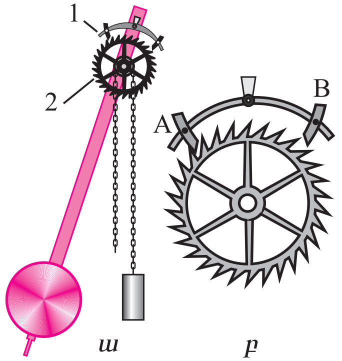
Որպես ինքնատատանողական համակարգի օրինակ դիտարկենք սիֆոնը (նկ.174): Ջուրը A խողովակով հավասարաչափ լցվում է անոթի մեջ, նրա մակարդակն աստիճանաբար բարձրանում է h_1-ից մինչև h_2, իսկ B խողովակը մնում է փակված օդային «խցանով»: Հասնելով h_2 բարձրությամբ մակարդակի՝ հիդրոստատիկ ճնշումը դուրս է մղում օդային «խցանը» B խողովակից, և ջուրն անոթից թափվում է՝ իջնելով մինչև h_1 բարձրությամբ մակարդակը, որի դեպքում խողովակի մեջ օդ է թափանցում՝ չթողնելով որ այլևս ջուրը թափվի: Նրա մակարդակը նորից է սկսում բարձրանալ, և այսպես շարունակ: Ջրի մակարդակի տատանումների կախումը ժամանակից արտահայտող գրաֆիկը պատկերված է 175-րդ նկարում: Այստեղ τ_1-ը ջրի



Նկ.174. *Ինքնատատանողական համակարգի օրինակ. սիֆոն*



Նկ.175. *Սիֆոնում հեղուկի մակարդակի տատանումների ժամանակային կախման գրաֆիկը*



Նկ. 176. ա. *Ինքնատատանումներ ապահովող սարք ճոճանակավոր ժամացույցում.*
1. խարիսխ, 2. ատամնանիվ
բ. *ճոճանակավոր ժամացույցի խարսխային մեխանիզմը*

(էներգիայի) կուտակման ժամանակն է, իսկ τ_2-ը՝ թափվելու ժամանակը: $\tau_1 + \tau_2$ գումարն այդ տատանումների պարբերությունն է:

Ինքնատատանումներ են կատարվում նաև սովորական պատի ժամացույցների ճոճանակներում (նկ.176, ա): Բարձրացրած ծանրակը, որը կապված է ատամնանիվից գցած շղթային, էներգիայի աղբյուրն է: Բուն տատանվող մասը մի ճոճանակ է, որն ինքն իրեն կկատարեր միայն մարող տատանումներ:

Բայց ճոճանակը կապված է փականի հետ, որը տվյալ դեպքում խարիսխային (անկերային) մեխանիզմն է (նկ.176, բ): AB կեռը տատանվում է իրեն ամրացված ճոճանակի հետ մեկտեղ: Ամեն մի ճոճումից A թիթեղը բաց է թողնում ատամնանիվի մի ատամ, իսկ B թիթեղը պահում է հերթական ատամը: Այդ դեպքում ծանրոցի էներգիայի մի մասը փոխանցվում է խարիսխային կեռին և, հետևաբար, ճոճանակին: Ծանրակը դանդաղ իջնում է, և ճոճանակը տատանվում է առանց մարման (հիշենք, որ տատանումների պարբերությունը լայնույթից կախված չէ): Ատամնանիվները պտույտը փոխանցում են ժամացույցի սլաքներին:

Ինքնատատանողական համակարգը պարբերաբար վերցնում է իրեն անհրաժեշտ էներգիայի բաժինները այնպիսի հաճախությամբ, որը հավասար է տատանողական համակարգի սեփական հաճախությանը: Դրանով ինքնատատանողական համակարգը տարբերվում է հարկադրական տատանողական համակարգից:

?

Հարցեր և առաջադրանքներ

1. Ո՞ր տատանումներն են կոչվում ինքնատատանումներ: **2.** Ինչո՞վ են տարբերվում ինքնատատանումները հարկադրական տատանումներից: **3.** Բերե՛ք ինքնատատանողական համակարգերի օրինակներ:

§73. ԳԱՂԱՓԱՐ ՈՉ ՆԵՐԴԱՇՆԱԿ ՏԱՏԱՆՈՒՄՆԵՐԻ ՄԱՍԻՆ

Հարկադրական տատանումներն ուսումնասիրելիս ենթադրեցինք, որ արտաքին ուժը ժամանակի ընթացքում փոփոխվում է ներդաշնակության օրենքով: Սակայն հաճախ արտաքին ազդեցությունները պարբերական են, բայց ոչ ներդաշնակ: Ինչպիսի՞ն կլինի տատանողական համակարգի «արձագանքն» այդպիսի արտաքին ազդեցություններին:

Օրինակ՝ երբ ճոճանակի գնդիկը պարբերաբար հրվում է, ապա, ինչպես ցույց է տալիս փորձը, ռեզոնանսային երևույթներ նկատվում են ոչ միայն ուժի մեկ որոշակի պարբերության դեպքում: Դիցուք՝ հարվածում ենք ճոճանակի

Խորացված

ցնդիկին յուրաքանչյուր պարբերությունը մեկ անգամ: Բնականաբար, ինչպես ներդաշնակորեն փոփոխվող ուժի դեպքում, կդիտվի ռեզոնանս: Բայց ռեզոնանս դիտվում է նաև, երբ ճոճանակին հարվածում են երկու անգամ ավելի փոքր հաճախությամբ՝ մեկընդմեջ, կամ երեք անգամ ավելի սակավ՝ յուրաքանչյուր երրորդ տատանումը մեկ, և այլն:

Այսպիսով՝ նկարագրված փորձից երևում է, որ եթե արտաքին ուժը փոփոխվում է պարբերաբար, բայց ոչ ներդաշնակորեն, ապա ռեզոնանս է դիտվում ոչ միայն այն դեպքում, երբ ուժի փոփոխման պարբերությունը համընկնում է համակարգի սեփական տատանումների պարբերությանը, այլ նաև այն դեպքում, երբ մեծ է այդ պարբերությունից ամբողջ թիվ անգամ:

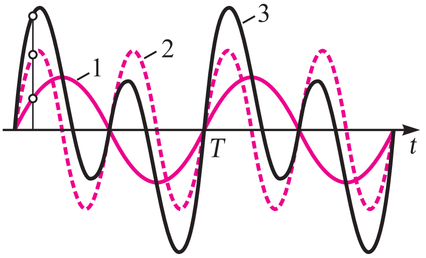
Այժմ պատկերացնենք, թե ունենք տարբեր տատանման պարբերություններով մի քանի ճոճանակ: Դիցուք՝ ճոճանակներից «ամենադանդաղ» տատանվողի պարբերությունը T է (հաճախությունը՝ $\nu = 1/T$): Եթե բոլոր ճոճանակների վրա ազդենք միևնույն՝ T պարբերությամբ փոփոխվող ոչ ներդաշնակ ուժով, ապա ուժեղ կճոճվեն միայն այն ճոճանակները, որոնց տատանումների պարբերություններն են՝ T, $T/2$, $T/3$, $T/4$ և այլն (հաճախությունները՝ ν, 2ν, 3ν, 4ν և այլն): Այսինքն՝ **T պարբերությամբ ոչ ներդաշնակ պարբերական ազդեցությունը համարժեք է $\nu = 1/T$-ին բազմապատիկ հաճախություններով ներդաշնակորեն փոփոխվող ուժերի միաժամանակյա ազդեցությանը:**

Պարզվում է, որ այս եզրակացությունը մասնավոր հետևանքն է ընդհանուր մաթեմատիկական այն թեորեմի, որը 1822 թվականին ապացուցել է ֆրանսիացի մաթեմատիկոս Ժան Բատիստ Ֆուրիեն: Համաձայն Ֆուրիեի թեորեմի՝ T պարբերությամբ յուրաքանչյուր պարբերական տատանման շեղում կարելի է ներկայացնել որպես այնպիսի ներդաշնակ տատանումների շեղումների գումար, որոնց պարբերություններն են՝ T, $T/2$, $T/3$, $T/4$ և այլն (հաճախությունները՝ ν, 2ν, 3ν, 4ν և այլն): Այս հաճախություններից ամենացածրը՝ ν-ն, անվանում են **հիմնական հաճախություն**, հիմնական ν հաճախությամբ տատանումը՝ **առաջին հարմոնիկ** կամ **հիմնական տոն**, իսկ 2ν, 3ν, 4ν և այլ հաճախություններով տատանումները՝ **բարձր կարգի հարմոնիկներ** կամ **օբերտոններ** (գերմաներեն «օբեր»՝ բարձր, վերին բառից):

Ֆուրիեի թեորեմը հնարավորություն է տալիս կամայական պարբերական մեծություն ներկայացնել ներդաշնակորեն փոփոխվող մեծությունների գումարով:

Օգտվելով Ֆուրիեի թեորեմից՝ կարող ենք բացատրել, թե ինչու է ռեզոնանս առաջանում ոչ միայն ճոճանակի սեփական հաճախությամբ փոփոխվող պարբերական ուժի դեպքում, այլ նաև, երբ ուժի փոփոխման հաճախությունը 2, 3, 4, ... անգամ գերազանցում է այդ հաճախությունը: Մասնավորապես, երբ ուժի փոփոխման պարբերությունը $2T$ է, ապա հիմնական հարմոնիկի (հիմնական տոնի) հաճախությունը կլինի $1/2T = \nu/2$, իսկ հաջորդ՝ բարձր հարմոնիկինը (առաջին օբերտոնինը)՝ $2 \cdot \nu/2 = \nu$: Հետևաբար՝ այս դեպքում ռեզոնանս է առաջանում, երբ առաջին օբերտոնի հաճախությունն է համընկնում ճոճանակի սեփական հաճախությանը:

Այսպիսով՝ պարբերաբար, բայց ոչ ներդաշնակորեն փոփոխվող ուժը ռեզոնանս է առաջացնում այն դեպքերում, երբ ուժի փոփոխման կա՛մ հիմնական հարմոնիկի, կա՛մ որևիցե օբերտոնի հաճախությունը համընկնում է տատանողական համակարգի սեփական հաճախության հետ:



Նկ.177. *Ներդաշնակ տատանումների՝ առաջին հարմոնիկի (հիմնական տոնի) և առաջին օբերտոնի գումար արդյունարար տատանման տատանագիրը. 1. առաջին հարմոնիկ, 2. առաջին օբերտոն, 3. արդյունարար տատանում*

177-րդ նկարում պատկերված են երկու ներդաշնակ տատանումների՝ առաջին հարմոնիկի (հիմնական տոնի) և առաջին օբերտոնի տատանագրերը (կետագծերով նշված գրաֆիկներ): Այդ տատանումների հաճախությունները իրարից տարբերվում են երկու անգամ: Տատանումների գումար արդյունարար տատանման գրաֆիկը պատկերված է հոծ գծով: Արդյունարար տատանման պարբերությունը հավասար է առաջին հարմոնիկի (հիմնական տոնի) պարբերությունը, բայց այդ տատանումը, ինչպես երևում է նկարից, ոչ ներդաշնակ է:

Հարցեր և առաջադրանքներ

1. Ե՞րբ է դիտվում ռեզոնանս ճոճանակի գնդիկին ոչ ներդաշնակ, բայց պարբերաբար փոփոխվող ուժով ազդելիս: **2.** Ճոճանակի գնդիկի վրա ազդում է $\nu = 1/T$ հաճախությամբ պարբերական, ոչ ներդաշնակորեն փոփոխվող ուժ: Կդիտվի՞ արդյոք ռեզոնանս, երբ ճոճանակի սեփական տատանումների պարբերությունը՝ ա) $2T$ է, բ) $T/2$ է: **3.** Պարբերական, ոչ ներդաշնակ տատանումները ներկայացնող ներդաշնակ տատանումներից ո՞րն է կոչվում առաջին հարմոնիկ (հիմնական տոն), և որո՞նք՝ բարձր հարմոնիկներ (օբերտոններ): **4.** Հիմնվելով Ֆուրիեի թեորեմի վրա՝ բացատրեք ռեզոնանսի առաջացումը, երբ T սեփական պարբերությամբ տատանողական համակարգի վրա ազդում է ոչ ներդաշնակ, $2T$ պարբերությամբ փոփոխվող ուժ:

§74. ԱՌԱՁԳԱԿԱՆ ԴԵՖՈՐՄԱՑԻԱՅԻ ՏԱՐԱԾՈՒՄԸ ՄԻՋԱՎԱՅՐՈՒՄ: ԱԼԻՔՆԵՐ: ԵՐԿԱՅՆԱԿԱՆ ԵՎ ԼԱՅՆԱԿԱՆ ԱԼԻՔՆԵՐ: ԱԼԻՔԻ ՀԱՎԱՍԱՐՈՒՄԸ

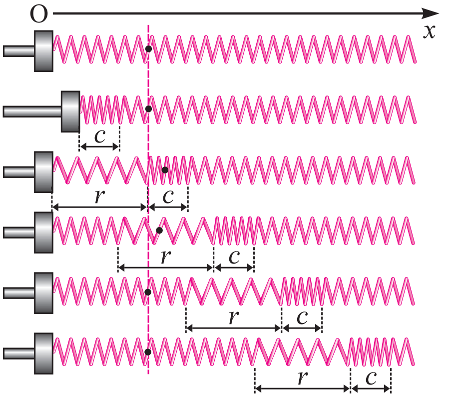
Մեխանիկական ալիքների մասին նախնական պատկերացումներ ստացել եք 8-րդ դասարանի ֆիզիկայի դասընթացն ուսումնասիրելիս: Բայց «ի՞նչ է ալիքը» հարցին պատասխանելուց առաջ վերհիշեք, թե ի՞նչ է ձեզ արդեն հայտնի ալիքների մասին: Գիտեք, որ ալիք կարող է առաջանալ միայն նյութական (պինդ, հեղուկ կամ գազային) միջավայրում, ընդ որում, ալիքի հետ «տեղափոխվում» է և՛ էներգիա, և՛ իմպուլս: Հայտնի է, որ տարածության մեջ, մի տեղից մյուսը, էներգիան և իմպուլսը կարող են «տեղափոխվել» երկու եղանակով.

ա) միջավայրի մասնիկների (նյութի) տեղափոխմամբ,

բ) միջավայրի մասնիկների փոխազդեցության հետևանքով. այս դեպքում ալիքի հետ մասնիկներ չեն տեղափոխվում: Պարզապես արտաքին ուժերի ազդեցությամբ միջավայրի մասնիկները շեղվում են իրենց սկզբնական (հավասարակշռության) դիրքերից, որի հետևանքով միջավայրը դեֆորմացվում է: Միջավայրի դեֆորմացված տեղամասն օժտվում է պոտենցիալ էներգիայով: Բայց դեֆորմացիան «չի մնում» իր տեղում, այլ փոխանցվում է տեղամասից տեղամաս՝ իր հետ «տեղափոխելով» էներգիա:

Միջավայրում առաձգական դեֆորմացիայի տարածման պրոցեսն անվանում են ալիքային պրոցես կամ, պարզապես, ալիք:

Թեև ալիքային պրոցեսին մասնակցում են միջավայրի բոլոր մասնիկները՝ տատանվելով տարբեր փուլերով, բայց հաճախ ասում են նաև, որ «միջավայրում տարածվում են տատանումներ», կամ «միջավայրում տարածվում է ալիք»: Այսպես արտահայտվելով, սակայն, միշտ պետք է նկատի ունենալ, որ տարածվում է ոչ թե տատանումը կամ ալիքը, այլ դեֆորմացիան:



Նկ. 178. *Սեղմման և ձգման դեֆորմացիաների տարածումը զսպանակում: Զսպանակի 7-րդ գալարին արված նշանը (կետը) հնարավորություն է տալիս հետևելու նրա շարժմանը:*

Եթե միջավայրի մասնիկների տատանումները տեղի են ունենում դեֆորմացիայի տարածման ուղղությամբ, ապա ալիքն անվանում են **երկայնական ալիք**: Երկայնական ալիքներ դիտվում են պինդ, հեղուկ կամ գազային միջավայրերում: 178-րդ նկարում, օրինակ, պատկերված է սեղմման (c) և ձգման (r) դեֆորմացիաների տարածման պրոցեսը (երկայնական ալիք) զսպանակում, երբ վերջինս մի ծայրից սեղմում և ապա բաց են թողնում:

Լայնական ալիքում մասնիկները տատանվում են միջավայրի դեֆորմացիայի տարածման ուղղությանն ուղղահայաց: Լայնական ալիքներ կարող են տարածվել միայն պինդ մարմնում:

Ալիքային պրոցեսում միջավայրի դեֆորմացիան «տեղափոխվում» է ոչ թե ակնթարթորեն, այլ որոշակի արագությամբ:

Դարձյալ դիտարկենք 178-րդ նկարում պատկերված զսպանակում «սեղմում-ձգումների» տարածման պրոցեսը՝ ենթադրելով, սակայն, որ զսպանակի O ծայրը զսպանակի երկայնքով ուղղված Ox առանցքով տատանում ենք ներդաշնակորեն՝

$$y_0 = A\sin\omega t$$

օրենքով, որտեղ y_0-ն զսպանակի O ծայրի շեղումն է:

Զսպանակում կծագեն երկայնական ալիքներ՝ «սեղմման-ձգման» դեֆորմացիան կհաղորդվի զսպանակի երկայնքով: Զսպանակի այն գալարը, որը նրա ծայրից ունի x հեռավորություն, կկատարի նույնպիսի տատանումներ՝ սակայն ժամանակի մեջ հետ մնալով: Այդ ուշացումը պայմանավորված է այն անհրաժեշտ ժամանակով, որ դեֆորմացիան անցնի x հեռավորությունը: Ուշացման ժամանակը x/υ է, որտեղ υ-ն Ox առանցքի երկայնքով դեֆորմացիայի տարածման ալիքի արագությունն է: x հեռավորությամբ կետը ժամանակի t պահին կունենա այնպիսի շեղում, ինչպիսին ուներ O սկզբնակետը x/v ժամանակ առաջ, այսինքն՝ $t - x/v$ պահին: Այսպիսով՝ O սկզբնակետից x հեռավորությամբ կետը կտատանվի

$$y = A\sin\left[\omega\left(t - \frac{x}{v}\right)\right] \qquad (10.28)$$

օրենքով: (10.28) բանաձևն անվանում են **ալիքի հավասարում**: Քանի որ $\omega = 2\pi/T$, որտեղ T-ն տատանումների պարբերությունն է, ապա (10.28) բանաձևի փոխարեն կարող ենք գրել՝

$$y = A\sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{vT}\right)\right]: \qquad (10.29)$$

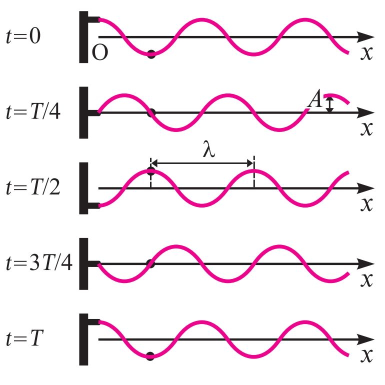
(10.29) բանաձևից հետևում է, որ ժամանակի միևնույն՝ t պահին զսպանակի տարբեր մասնիկներ, ընդհանրապես ասած, ունեն տարբեր y շեղումներ: Բայց զսպանակի այն մասնիկները, որոնց միջև հեռավորությունը vT է, ժամանակի յուրաքանչյուր պահի կունենան միևնույն շեղումը, քանի որ «սինուս» ֆունկցիայի արգումենտները կտարբերվեն 2π-ով: vT հեռավորությունն անվանում են ալիքի երկարություն և նշանակում են λ տառով՝

$$\lambda = vT: \qquad (10.30)$$

Ըստ (10.30) բանաձևի՝ ալիքի երկարությունն այն ճանապարհն է, որն անցնում է զսպանակի ձգման-սեղմման դեֆորմացիան մեկ պարբերության ընթացքում: Նկատի ունենալով (10.30) բանաձևը՝ (10.29) առնչությունից կստանանք՝

$$y = A\sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)\right]: \qquad (10.31)$$

Զսպանակի բոլոր մասնիկները տատանվում են միևնույն լայնույթով, բայց, ընդհանրապես, տարբեր փուլերով: Զսպանակի յուրաքանչյուր կետ կատարում է ներդաշնակ տատանումներ: Եթե զսպանակի երկայնքով շարժվենք v արագությամբ, ապա ոչ մի տատանում չենք նկատի: Զսպանակի բոլոր այն մասնիկները, որոնք յուրաքանչյուր պահի մեր դիմաց են, կունենան միևնույն շեղումը:



Նկ.179. *Հարկադրող ուժի ազդեցությամբ լարի $x = 0$ կոորդինատով ծայրը (ալիքի աղբյուրը) կատարում է T պարբերությամբ վերև-ներքև ուղղված ներդաշնակ տատանումներ: A-ն տատանումների լայնույթն է, λ-ն՝ ալիքի երկարությունը:*

Եթե մասնիկի շեղումը փոփոխվում է (10.31) բանաձևով արտահայտվող օրենքով, ապա այդ մասնիկի արագությունը, համաձայն (10.6) առնչության, կփոփոխվի

$$v_x = A\omega\cos\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)\right] \qquad (10.32)$$

օրենքով: Դիտարկվող մասնիկի արագությունը կետից կետ փոփոխվում է նույն օրենքով, ինչ շեղումը, բայց մասնիկի շեղման և արագության փոփոխությունները (տատանումները), ըստ փուլի, տարբերվում են $\pi/2$-ով: Օրինակ՝ երբ այդ մասնիկի արագությունը դառնում է առավելագույնը, շեղումը հավասարվում է զրոյի:

Զսպանակի դեֆորմացիայի տարածմանը զուգընթաց տարածվում է նաև մասնիկների արագությունը: Դեֆորմացիայով պայմանավորված է զսպանակի պոտենցիալ էներգիան, իսկ մասնիկների արագություններով՝ կինետիկ էներգիան: Կարող ենք ասել, որ զսպանակի դեֆորմացված տարրերն իրենց պոտենցիալ և կինետիկ էներգիաները փոխանցում են հարևան տարրերին և այդպես շարունակ: Էներգիան «տեղափոխվում» է զսպանակի երկայնքով նույն արագությամբ, ինչ արագությամբ տարածվում է ալիքը:

179-րդ նկարում պատկերված է առաձգական լարում առաջացող ալիքը, երբ լարի մի ծայրը, հարկադրող ուժի ազդեցությամբ, կատարում է ներդաշնակ տատանումներ: Նկարում պատկերված են լարի դիրքերը $t = 0$, $T/4$, $T/2$, $3T/4$ և T պահերին: Նկարից պարզորոշ երևում է, որ $t = T/2$ պահին ալիքային պրոցեսով ընդգրկված լարի մասնիկների շարժումները կրկնում են $t = 0$ պահին նույն մասնիկների շարժումները՝ միայն հակառակ ընթացքով:

Հարցեր և առաջադրանքներ

1. Ի՞նչ եղանակներով կարող են փարածվել էներգիան և իմպուլսը փարածության մեջ: **2.** Ո՞ր պրոցեսն են անվանում ալիք: **3.** Ո՞ր ալիքն են անվանում երկայնական: Ինչպիսի՞ միջավայրերում է դիտվում երկայնական ալիքը: **4.** Ո՞ր ալիքն են անվանում լայնական: Ինչպիսի՞ միջավայրերում է դիտվում լայնական ալիքը: **5.** Ո՞ր ալիքն է կոչվում ներդաշնակ: **6.** Գրե՛ք ալիքի աղբյուրից X հեռավորությամբ միջավայրի մասնիկի փափանումների շեղման բանաձևը (ալիքի հավասարումը): **7.** Ի՞նչ է ալիքի երկարությունը: Ո՞ր բանաձևով են այն հաշվում: **8.** Ի՞նչ բանաձևով է նկարագրվում միջավայրի մասնիկների արագությունը, երբ միջավայրում փարածվում է ներդաշնակ ալիք: **9.** Որքա՞ն է առաձգական միջավայրի մասնիկների շեղման և արագության փափանումների փուլերի փարբերությունը: Ի՞նչ է դա նշանակում:

Խորացված

§75. ԱԼԻՔՆԵՐԸ ՀՈԾ ՄԻՋԱՎԱՅՐՈՒՄ: ՀԱՐԹ ԵՎ ԳՆԴԱՅԻՆ ԱԼԻՔՆԵՐ

Զսպանակում կամ նմանօրինակ այլ միջավայրում՝ ճողում կամ լարում, դեֆորմացիան կարող է տարածվել միայն մեկ՝ որոշակի ուղղությամբ: Իսկ մեծ չափերի առաձգական մարմնում, օրինակ, ջրում կամ օդում, դեֆորմացիան տարածվում է բոլոր ուղղություններով՝ ընդգրկելով տարածության ավելի ու ավելի մեծ տիրույթներ: Ալիքով «տեղափոխվող» էներգիայի ծավալային խտությունը, բնականաբար, նվազում է: Ակներև է, որ այդ դեպքում փոքրանում է միջավայրի մասնիկների պարբերական տատանումների լայնույթը:

Միայն առանձին դեպքերում, երբ միջավայրն ընդգրկված է այսպես կոչված **հարթ ալիքային պրոցեսով** (այլ կերպ ասած՝ միջավայրում տարածվում է հարթ ալիք), ալիքի լայնույթը մնում է անփոփոխ: Այդպիսի հարթ ալիք կստանանք, եթե առաձգական միջավայրում տեղադրենք մեծ չափերով հարթ առաձգական թիթեղ, որը տատանվում է թիթեղի հարթությանն ուղղահայաց ուղղի երկայնքով: Միջավայրի՝ թիթեղին հպվող բոլոր մասնիկները կկատարեն միևնույն լայնույթով և փուլով տատանումներ: Այդ տատանումների հետևանքով միջավայրում առաջացող դեֆորմացիան տարածվում է թիթեղին ուղղահայաց ուղղությամբ: Միջավայրի այն մասնիկները, որոնք թիթեղին զուգահեռ կամայական հարթության մեջ են, տատանվում են միևնույն փուլով:

Թիթեղին զուգահեռ այդ հարթությունները, հետևաբար, կոչվում են **հավասար փուլի** կամ **ալիքային մակերևույթներ**: Երկու ալիքային մակերևույթների միջև պարփակված՝ ալիքի հետ տարածվող էներգիան միշտ զբաղեցնում է միևնույն ծավալը: Ուստի՝ էներգիայի խտությունը հարթ ալիքում մնում է անփոփոխ, հետևաբար՝ անփոփոխ է մնում նաև ալիքի լայնույթը: Այդ է պատճառը, որ հարթ ալիքի և զսպանակի երկայնքով տարածվող ալիքի հավասարումներն արտահայտվում են նույն կերպ.

$$y = A\sin\left[\omega\left(t - \frac{x}{v}\right)\right],$$

որտեղ x-ը հեռավորությունն է թիթեղից (ալիքի աղբյուրից), իսկ v-ն՝ ալիքի արագությունը:

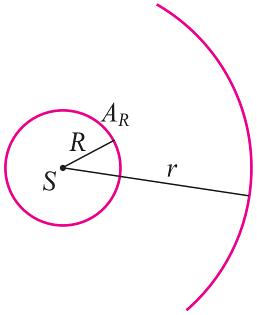
Պարզելու համար, թե ինչպես է ալիքի լայնույթը փոփոխվում միջավայրում դեֆորմացիայի տարածման ժամանակ, կարելի է օգտվել ալիքի լայնույթի և էներգիայի խտության կապն արտահայտող առնչությունից: Առաձգական դեֆորմացիայի պոտենցիալ էներգիայի խտությունը համեմատական է դեֆորմացիայի չափի (օրինակ՝ երկարացման) քառակուսուն, իսկ կինետիկ էներգիայի խտությունը՝ արագության քառակուսուն, ուստի՝ ալիքով տարածվող էներգիայի խտությունը համեմատական է ալիքի լայնույթի քառակուսուն, քանի որ մասնիկների շեղումների լայնույթները և մասնիկների արագությունների լայնույթներն իրար համեմատական են: Ուրեմն՝ գիտենալով, թե ինչպես է փոփոխվում ալիքի էներգիայի խտությունը, կարելի է ասել, թե ինչպես է փոփոխվում ալիքի լայնույթը:

Դիցուք՝ տարածության ուսումնասիրվող տիրույթը բավականաչափ հեռու է ալիքի աղբյուրից: Այդ դեպքում կարելի է անտեսել աղբյուրի չափերը վերջինիս և ուսումնասիրվող տիրույթի r հեռավորության համեմատությամբ: Այդպիսի աղբյուրն անվանում են **կետային**:

Ենթադրենք՝ կետային աղբյուրից առաձգական դեֆորմացիան տարածվում է բոլոր ուղղություններով: Այլ կերպ ասած՝ միջավայրն ընդգրկված է կետային աղբյուրից սկիզբ առնող ալիքային պրոցեսով: Միջավայրի բոլոր այն մասնիկները, որոնք ալիքի կետային աղբյուրից ունեն նույն հեռավորությունը, ժամանակի յուրաքանչյուր պահի կունենան տատանումների միևնույն փուլը: Ուրեմն՝ ամեն մի գնդային մակերևույթ, որի կենտրոնում ալիքի կետային աղբյուրն է, ալիքային մակերևույթ է: Այդպիսի ալիքային մակերևույթ ունեցող ալիքներն անվանում են **գնդային**: Հետևաբար՝ կետային աղբյուրից սկիզբ առնող ալիքները գնդային ալիքներ են:

Ընտրենք երկու՝ իրարից որոշակի հեռավորությամբ ալիքային մակերևույթներ, և հետևենք, թե ինչպես է «տեղափոխվում» այդ մակերևույթների միջև պարփակված ալիքի էներգիան: Այդ էներգիան, ինչպես տեսանք, տարածվում է ալիքի հետ մեկտեղ, հետևաբար՝ միշտ զբաղեցնում է ալիքային մակերևույթներով սահմանափակված՝ անփոփոխ հաստությամբ գնդային քաղանթի ծավալ, որը ալիքի տարածմանը զուգընթաց, աճում է r^2-ուն համեմատականորեն: Ուստի՝ ալիքի էներգիայի խտությունը նվազում է հակադարձ համեմատական r^2-ուն: Քանի որ ալիքի էներգիան համեմատական է

Խորացված



Նկ. 180. *S կետային աղբյուրից տարածվող ալիքի լայնույթը R շառավղով գնդային մակերևույթի բոլոր կետերում A_R է, $r > R$ շառավղով գնդային մակերևույթին՝ $A_R R/r$:*

ալիքի լայնույթի քառակուսուն, ապա ալիքի լայնույթը կնվազի $1/r$ օրենքով: Հետևաբար՝ եթե ալիքի կետային աղբյուրից միավոր հեռավորությամբ կետերում ալիքի լայնույթը A է, ապա r հեռավորությամբ կետերում այն կլինի A/r, այսինքն՝ միջավայրի մասնիկների տատանումները տեղի կունենան

$$y = A_R \frac{R}{r} \sin\left[\omega\left(t - \frac{r}{v}\right)\right] \qquad (10.33)$$

օրենքով: (10.33) արտահայտությունը գնդային ալիքի հավասարումն է: Գնդային ալիքներ կարող են առաջանալ նաև այն դեպքում, երբ առաձգական միջավայրում զետեղենք գունդ, որը համաչափորեն պարբերաբար սեղմվում-ընդարձակվում է: Միջավայրի՝ գնդի մակերևույթին հարող մասնիկներն այդ դեպքում կատարում են միատեսակ տատանողական շարժումներ՝ գնդի շառավիղներն ընդգրկող ուղղություններով: Այդ տատանողական շարժումներով պայմանավորված՝ միջավայրի սեղմում-ընդարձակումներն էլ կտարածվեն՝ առաջացնելով գնդային ալիքներ:

Հարցեր և առաջադրանքներ

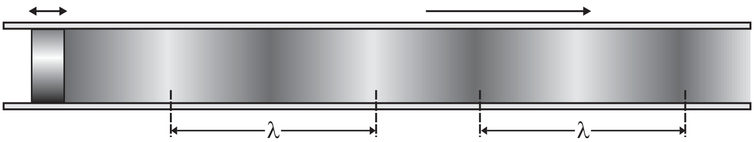
1. Ո՞ր ալիքն են անվանում հարթ: Ինչպե՞ս կարելի է առաձգական միջավայրում առաջացնել հարթ ալիք: **2.** Ի՞նչ է ալիքային մակերևույթը: **3.** Գրե՛ք հարթ ալիքի հավասարումը: **4.** Ո՞ր ալիքի աղբյուրն է կոչվում կետային: **5.** Ո՞ր ալիքն են անվանում գնդային: Ինչպե՞ս կարելի է առաջացնել գնդային ալիքներ: **6.** Հիմնավորե՛ք, թե աղբյուրից հեռանալիս ինչու՞ է նվազում գնդային ալիքի լայնույթը: **7.** Գրե՛ք գնդային ալիքի հավասարումը:

§76. ՁԱՅՆԱՅԻՆ ԱԼԻՔՆԵՐ: ՁԱՅՆԻ ԱՐԱԳՈՒԹՅՈՒՆ: ՁԱՅՆԻ ՈՒԺԳՆՈՒԹՅՈՒՆ, ՏՈՆԻ ԲԱՐՁՐՈՒԹՅՈՒՆ: ԵՆԹԱՁԱՅՆ ԵՎ ԱՆԴՐԱՁԱՅՆ: ԱՐՁԱԳԱՆՔ

8-րդ դասարանի ֆիզիկայի դասընթացից գիտեք, որ եթե հոծ առաձգական միջավայրում (օրինակ՝ օդում) մեխանիկական ալիքի աղբյուրը տատանվում է 16 Հց-ից մինչև 20 կՀց հաճախությամբ, ապա այդ միջավայրում առաջացող ալիքն անվանում են ձայնային ալիք, իսկ ալիքի աղբյուրը՝ **ձայնի աղբյուր**: Նշված միջակայքին պատկանող հաճախությունները անվանում են ձայնային:

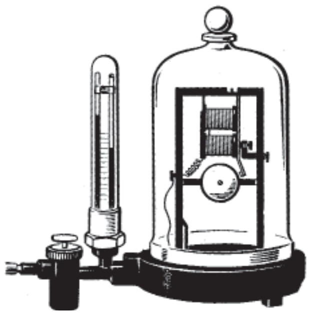
Ձայնի աղբյուր կարող է լինել ձայնային հաճախությամբ տատանվող կամայական մարմին: Եթե, օրինակ, մուրճիկով հարվածենք կամերտոնին և նրա ոտիկին մոտեցնենք թելից կախված փոքրիկ գնդիկը, ապա կամերտոնի արձակած ձայնը կլսենք այնքան ժամանակ, քանի դեռ գնդիկը, դիպչելով կամերտոնին, հետ է «ցատկում»: Դիտվող երևույթը խոսում է կամերտոնի տատանումների մասին:

Ձայնի աղբյուրի ազդեցությամբ աղբյուրին հպվող օդի շերտերը դեֆորմացվում են, որի հետևանքով փոխվում է այդ շերտերում օդի ճնշումը (բնականաբար՝ նաև խտությունը): Եթե մինչև դեֆորմացիան օդի ճնշումը p_0 էր, ապա դեֆորմացվելիս նրա ճնշումը փոփոխվում է՝ կախված ինչպես ժամանակից, այն-



Նկ. 181. *Օդում առաջացող ձայնային ալիքում խտացումների և նոսրացումների տարածման պատկերը*

պես էլ կոորդինատներից: Հետևաբար՝ օդում լրիվ ճնշումը՝ $p = p_0 + \Delta p$, որտեղ Δp-ն այն լրացուցիչ ճնշումն է, որն առաջանում է օդում ձայնային ալիք տարածվելիս: Ճնշման փոփոխությունն այդ շերտերում առաջացնում է հարակից շերտերի դեֆորմացիա, ապա՝ ճնշման (խտության) փոփոխություն, և այդպես շարունակ: Օդի դեֆորմացիան՝ խտացումներ-նոսրացումները, տարածվում է ձայնի աղբյուրից ավելի ու ավելի հեռու՝ ընդգրկելով օդի նորանոր շերտեր (նկ. 181): Հասնելով մեր ականջին՝ օդի դեֆորմացիայի ալիքը թմբկաթաղանթին առաջացնում է օդի ճնշման փոփոխություն. թմբկաթաղանթն սկսում է տատանվել ձայնի աղբյուրի տատանումների հաճախությամբ, և մենք լսում ենք աղբյուրի արձակած ձայնը:



Նկ. 182. *Օդահան պոմպի մեջ դրված զանգի փորձի (Բոյլի փորձ) սխեման*

Վակուումում ձայնային ալիքները չեն կարող տարածվել: Դրանում համոզվելու համար կարելի է էլեկտրական զանգը տեղավորել օդահան պոմպի զանգի տակ (նկ. 182): Զանգի տակ օդի ճնշման փոքրացմանը զուգընթաց ձայնը թուլանում է մինչև ամբողջությամբ մարելը:

Թաղիքը, ծակոտկեն պանելները, մամլած խցանը և այլն ձայնի վատ են հաղորդիչներ են: Այդ նյութերն օգտագործում են շենքերի ձայնամեկուսացման համար:

Ձայնի արագություն: Ձայնային ալիքները, լինելով երկայնական մեխանիկական ալիքներ, նույնպես տարածվում են վերջավոր արագությամբ:

Օգտվելով չափայնությունների մեթոդից՝ գնահատենք այդ արագությունը:

Որևէ ֆիզիկական մեծության չափայնությունն այդ մեծության միավորի արտահայտությունն է հիմնական ֆիզիկական մեծությունների միավորներով: Միավորների ՄՀ-ում հիմնական ֆիզիկական մեծությունները յոթն են, որոնցից մեխանիկայում գործածվում են երեքը՝ երկարություն (l), զանգված (m) և ժամանակ (t): Հիմնական ֆիզիկական մեծությունների միավորները, սովորաբար, արտահայտում են պայմանանշաններով՝ $[l] = L$, $[m] = M$, $[t] = T$ և այլն: 2-րդ աղյուսակում ներկայացված են մի քանի մեխանիկական մեծությունների չափայնությունները:

Փորձերից հայտնի է, որ ձայնի υ արագությունը կախված է գազի p ճնշումից և ρ խտությունից: Հետևաբար՝ կարելի է գրել

$$\upsilon + p^x \$ \rho^y, \qquad (10.34)$$

որտեղ x-ը և y-ն անհայտ ցուցիչներ են, որոնք հարկավոր է որոշել: Ակներև է, որ (10.34) առնչության ձախ և աջ մասերի չափայնությունները պետք է լինեն նույնը, *Աղյուսակ 2*

Մեխանիկական մեծությունների չափայնությունները

Ֆիզիկական մեծություն	**Հիմնական մեծությունների միավորներով արտահայտված չափայնությունը**	**Պայմանանշաններով արտահայտված չափայնությունը**
Արագություն, υ	մ/վ	LT^{-1}
Մակերես, S	$մ^2$	L^2
Խտություն, ρ	կգ/$մ^3$	ML^{-3}
Ուժ, F	Ն = կգ մ/$վ^2$	MLT^{-2}
Ճնշում, p	Ն/$մ^2$ = կգ/($մվ^2$)	$ML^{-1}T^{-2}$

այսինքն՝ $[\upsilon] = [p^x \$ \rho^y] = [p]^x \$ [\rho^y]$: Օգտվելով 2-րդ աղյուսակից, կունենանք՝

$$LT^{-1} = M^{x+y}L^{-x-3y}T^{-2x},$$

որտեղից $x + y = 0$, $-2x = -1$, $-x - 3y = 1$: Առաջին և երկրորդ հավասարումներից $x = 1/2$, $y = -1/2$, որոնք բավարարում են նաև երրորդ հավասարումը: Այսպիսով՝ $\upsilon + p^{1/2} \$ \rho^{-1/2}$, հետևաբար՝ կարող ենք գրել՝

$$\upsilon = C\sqrt{\frac{P}{\rho}}, \qquad (10.35)$$

որտեղ C անորոշ չափազուրկ գործակիցը որոշվում է փորձով: Օրինակ՝ օդի համար 0°C ջերմաստիճանում $C \,.\, 1{,}2$, այնպես որ ձայնի արագությունն օդում 0°C-ում մոտավորապես 331 մ/վ է:

Ձայնի ուժգնություն, տոնի բարձրություն: Ձայնային ալիքի կարևոր բնութագրերից է **ձայնի ուժգնությունը**, որը ձայնի տարածմանն ուղղահայաց, միավոր մակերեսով հարթակով միավոր ժամանակում անցնող ձայնային ալիքի էներգիան է: Ձայնի ուժգնությունը նշանակելով I տառով՝ կարող ենք գրել՝

$$I = \frac{E}{St}, \qquad (10.36)$$

որտեղ E-ն t ժամանակում S մակերեսով հարթակով անցնող ձայնային ալիքի ուժգնությունն է, որ արտահայտվում է Վտ/$մ^2$ միավորով: Ձայնի ուժգնությունը ձայնային ալիքի օբյեկտիվ բնութագիր է և կախված է ձայնի աղբյուրի տատանումների լայնույթից:

Հասնելով լսողության օրգանին և ազդելով նրա վրա՝ ձայնային ալիքն առաջ է բերում լսելիության սուբյեկտիվ զգայողություն: Առանձին մարդիկ և նույնիսկ նույն մարդը տարբեր պայմաններում տարբեր կերպ են ընկալում միևնույն ուժգնության ձայնը: Ձայնային ալիքի այն ուժգնությունը, որ գնահատում է մարդու լսողության օրգանը, անվանում են **ձայնի սաստկություն**:

Եթե ձայնի աղբյուրը տատանվում է մեկ որոշակի հաճախությամբ, ապա նրա արձակած ձայնը կոչվում է **պարզ** *ձայն* կամ **երաժշտական տոն**: Տարբեր հաճախությամբ տոներ տարբեր ազդեցություն են ունենում մեր լսողության օրգանի վրա: Որքան մեծ է տոնի հաճախությունը, այնքան այդ տոնը բարձր ենք անվանում: Ընդհակառակը, փոքր հաճախությամբ տոներն առաջ են բերում ցածր ձայնի զգայողություն: Ձայնի սաստկությունը և տոնի բարձրությունը մարդու ընկալած ձայնի բնութագրերն են, այլ կերպ ասած՝ ձայնի սուբյեկտիվ բնութագրերը:

(10.35) բանաձևից հետևում է, որ գազում ձայնի արագությունը հակադարձ համեմատական է գազի մոլային զանգվածի քառակուսի արմատին: Հետևաբար՝ ձայնի արագությունն առավել մեծ է ջրածնում: 0 °C-ում այն 1270 մ/վ է, իսկ ածխաթթու գազում՝ 258 մ/վ:

Ջրում ձայնի տարածման արագությունը մի քանի անգամ ավելի մեծ է, քան օդում: Այսպես՝ 8 °C-ում այն 1435 մ/վ է:

Որպես կանոն՝ պինդ մարմիններում ձայնի տարածման արագությունն ավելի մեծ է, քան հեղուկներում: Օրինակ՝ պողպատում ձայնի արագությունը 15 °C-ում 4980 մ/վ է: Որ ձայնի արագությունը պինդ մարմնում ավելի մեծ է, քան օդում, կարելի է հայտնաբերել այսպես: Եթե ձեր ընկերը հարվածի ռելսի մի ծայրին, իսկ դուք ականջը դնեք մյուս ծայրին, ապա կլսեք երկու հարվածի ձայն: Սկզբում ձայնը ձեր ականջին է հասնում ռելսով, իսկ հետո՝ օդով:

Ենթաձայն և անդրաձայն: 16 Հց-ից փոքր և 20000 Հց-ից մեծ հաճախության մեխանիկական ալիքները մարդը չի ընկալում որպես ձայն: 16 Հց-ից ցածր հաճախության ալիքներն անվանում են ***ենթաձայն***, իսկ 20000 Հց-ից բարձրը՝ ***անդրաձայն***: Ինչպես ենթաձայնը, այնպես էլ անդրաձայնը բնության մեջ ունեն իրենց դրսևորումները և կիրառությունները:

Ենթաձայնային տատանումների ուսումնասիրությամբ հաստատվել է, որ փոթորկի ժամանակ ծովում առաջանում են 8÷13 Հց հաճախությամբ ենթաձայնային ալիքներ, որոնց արագությունը զգալիորեն գերազանցում է փոթորկի տեղաշարժման (20-30մ/վ) արագությունը, և, հետևաբար, ենթաձայնային ալիքներն առաջ են ընկնում փոթորիկից և դառնում նրա մոտեցման ազդանշան: Զկնորսները, ծովափնյա շրջանների բնակիչները վաղուց ի վեր նկատել են, որ ծովային շատ կենդանիներ և թռչուններ նախօրոք զգում են մոտալուտ փոթորիկը: Դելֆինները, օրինակ, լողալով անցնում են ժայռերի հետևը, կետերը հեռանում են դեպի բաց ծով: Մեդուզաները փոթորկից առաջ շտապում են հեռանալ ափերից և սուզվել մեծ խորությամբ: Ճապոնիայում նույնիսկ տանը՝ ակվարիումներում, պահում են ձկնիկներ, որոնք ծովամրրիկից կամ երկրաշարժից առաջ սկսում են անհանգիստ շարժումներ անել:

Պարզվել է, որ կենդանիների նման անհանգստությունը պայմանավորված է նրանց վրա ենթաձայնային ալիքների ազդեցությամբ:

Իսկ ինչպե՞ս են կենդանիներն ու թռչունները զգում սպասվող փոթորիկը կամ երկրաշարժը: Պարզվում է՝ ենթաձայնի միջոցով: Մեդուզան, օրինակ, ընդունակ է որսալու 8÷13 Հց հաճախության ենթաձայնային ալիքներ: Այդ ալիքները, որոնք լավ տարածվում են ջրում, 10÷15 ժամ առաջ նրանց տեղեկացնում են սպասվող արհավիրքի մասին:

Անդրաձայնի բազմաթիվ կիրառություններից նշենք մի քանիսը: Անդրաձայնային ալիքներն օգտագործում են **ձայնախորաչափ** կոչվող սարքերում՝ ծովի խորությունը չափելու համար: Անդրաձայնի աղբյուրն արձակում է առանձին ազդանշաններ: Անդրադառնալով հատակից՝ դրանք վերադառնում և գրանցվում ընդունիչում: Իմանալով ազդանշանի արձակման և գրանցման միջև ընկած ժամանակամիջոցը, ինչպես նաև ձայնի արագությունը ջրում, կարելի է որոշել ծովի խորությունը:

Անդրաձայնային ալիքների գլխավոր առանձնահատկությունն այն է, որ դրանք կարելի է դարձնել ուղղորդելի, որի շնորհիվ կարելի է կատարել տարբեր մարմինների (օրինակ՝ սառցասար, սուզանավ և այլն) տեղորոշում:

Անդրաձայնային ալիքների անդրադարձման երևույթն օգտագործում են մարդու ներքին օրգաններում հիվանդագին փոփոխություններ հայտնաբերելու համար: Հետազոտվող օրգանի, օրինակ, ստամոքսի առջևի և հետևի պատերն անդրադարձնում են անդրաձայնային ազդանշանները: Եթե ստամոքսի երկու պատերն էլ առողջ են, ապա դրանց անդրադարձրած ալիքների ուժգնությունը նույնն է: Ստամոքսում, ասենք, խոց լինելու դեպքում տարբեր պատերից անդրադարձած ալիքների ուժգնությունները տարբերվում են, որն էլ հնարավորություն է տալիս որոշելու, օրինակ, խոցի դիրքը և չափերը:

Արձագանք: Ձայնի արագության վերջավորությամբ և ձայնի անդրադարձմամբ է պայմանավորված **արձագանքը**, որը որևէ արգելքից (շենքերից, բլուրներից, անտառից և այլն) անդրադարձած և աղբյուրի գրանցած ձայնային ալիքն է:

Իսկ ե՞րբ է անդրադարձած ձայնը լսվում որպես արձագանք:

Հայտնի է, որ մարդու ականջն ընդունակ է պահպանելու ձայնի զգայությունը թմբկաթաղանթի վրա ձայնի ազդեցությունը դադարելուց հետո մոտավորապես 0,06 վայրկյանի ընթացքում: Ուստի, որպեսզի կարողանանք լսել մեր ձայնի արձագանքը, անհրաժեշտ է, որ այն ժամանակը, որը ծախսում է ձայնային ալիքը մինչև արգելք գնալու և վերադառնալու համար, գերազանցի 0,06 վայրկյանը: Իսկ դա հնարավոր է, եթե արգելքը բավական հեռու է:

Եթե մեզ հասնում են ձայնային ալիքներ, որոնք հաջորդականորեն անդրադարձվել են մի քանի արգելքներից, առաջանում է բազմապատիկ արձագանք:

Ենթադրենք՝ արձագանքն աղբյուրին է հասնում մեկ անդրադարձումից հետո: Ձայնի արձակման պահից մինչև արձագանքը գրանցելու պահն ընկած t ժամանակամիջոցում ձայնային ալիքի անցած ճանապարհը $2l$ է, ուստի՝ $t = 2l/\upsilon$, որտեղ υ-ն ձայնի արագությունն է օդում: Իմանալով այն և չափելով ժամանակը՝ ստացված բանաձևից կարող ենք հաշվել արգելքի l հեռավորությունը:

? Հարցեր և առաջադրանքներ

1. Ո՞ր ալիքներն են կոչվում ձայնային: **2.** Ի՞նչ միջավայրում են առաջանում և փարածվում ձայնային ալիքները: **3.** Ձայնը փարածվու՞մ է արդյոք վակուումում: Պափասխանը հիմնավորե՛ք: **4.** Գրե՛ք օդում ձայնի փարածման արագության բանաձևը: **5.** Որքա՞ն է ձայնի փարածման արագությունն օդում 0°C-ում: **6.** Որփե՞ղ է ձայնն ավելի արագ փարածվում՝ օդու՞մ, թե՞ պինդ մարմնում: **7.** Ո՞րն է կոչվում երաժշփական փոն: **8.** Որո՞նք են ձայնի սուբյեկփիվ բնութագրերը: **9.** Ի՞նչ են ենթաձայնը և անդրաձայնը: **10.** Ինչպե՞ս կարելի է չափել ծովի խորությունը: **11.** Ի՞նչ է արձագանքը:

1. **Ox առանցքի երկայնքով ներդաշնակորեն տատանվող մասնիկի շեղումը տրվում է $x(t) = 0{,}24\cos(4\pi t - \pi/6)$ օրենքով: Որոշել՝ ա) տատանումների հաճախությունը և պարբերությունը, բ) մասնիկի շեղումը և արագությունը $t = 0$ պահին, գ) մասնիկի արագությունը և արագացումը $t = 1$վ պահին:**

Լուծում: ա) $x(t)$-ն համեմատելով (10.4) բանաձևի հետ՝ կստանանք, որ հաճախությունը՝ $\nu = 2$Հց, իսկ պարբերությունը՝ $T = 1/\nu = 0{,}5$ վ:

բ) Մասնիկի շեղումը $t = 0$ պահին՝ $x(0) = 0{,}24\cos(\pi/4)$ մ $= 0{,}17$ մ: Մասնիկի տատանողական շարժման արագությունը որոշելու համար նրա շարժման օրենքը ներկայացնենք «սինուս» ֆունկցիայի միջոցով և օգտվենք (10.6) բանաձևից՝

$$x(t) = 0{,}24\sin(4\pi t - \pi/4 + \pi/2) = 0{,}24\sin(4\pi t + \pi/4),$$

$$\upsilon_x(t) = 0{,}24 \cdot 4\pi \cdot \cos(4\pi t + \pi/4) = 0{,}96\pi\cos(4\pi t + \pi/4):$$

Հետևաբար՝ որոնելի արագությունը՝ $\upsilon_x(0) = 0{,}96\pi\cos(\pi/4) = 2{,}13$մ/վ:

գ) Մասնիկի արագությունը $t = 1$ վ պահին՝

$$\upsilon_x(1) = 0{,}96\pi\cos(4\pi + \pi/4) = 0{,}96\pi\cos(\pi/4) = 0{,}68\text{մ/վ}:$$

Մասնիկի արագացումը կարող ենք հաշվարկել (10.7) բանաձևով՝

$$a_x(t) = -0{,}96 \cdot 4\pi^2\sin(4\pi t + \pi/4) = -3{,}84\pi^2\sin(4\pi t + \pi/4),$$

$$a_x(1) = -3{,}84\pi^2\sin(\pi/4) = -26{,}8\text{մ/վ}^2:$$

Պատասխան՝ ա) $\nu = 2$Հց, $T = 0{,}5$վ **բ)** $x(0) = 0{,}17$մ, $\upsilon_x(0) = 2{,}13$մ/վ, **գ)** $\upsilon_x(1) = 0{,}68$ մ/վ, $a_x(1) = 26{,}8$ մ/վ^2:

2. **Գտնել ջրում ուղղաձիգ դիրքով լողացող գլանաձև մարմնի տատանումների պարբերությունը, եթե նրա զանգվածը m է, իսկ լայնական հատույթի մակերեսը՝ S:**

Լուծում: Երբ մարմինն ազատ լողում է, նրա վրա ազդող ծանրության և արքիմեդյան ուժերի համազորը զրո է: Բայց եթե մարմինը հավասարակշռության դիրքից ուղղաձիգ ուղղությամբ շեղենք x չափով (x-ը շատ փոքր է գլանի բարձրությունից), ապա համազոր ուժն արդեն զրո չի լինի: Դրա պրոյեկցիան ուղղաձիգ դեպի վեր ուղղված X առանցքի վրա արտահայտվում է հետևյալ բանաձևով՝ $F_x = -\rho gS \cdot x$, որտեղ ρ-ն ջրի խտությունն է: «–» նշանը ցույց է տալիս, որ համազոր ուժի ուղղությունը հակառակ է գլանաձև մարմնի շեղման ուղղությանը: Ուժի արտահայտությունը համեմատելով վերադարձնող $F = -kx$ ուժի արտահայտության հետ՝ կստանանք քվազիկոշտությունը՝ $k = \rho gS$, ուստի՝ տատանումների պարբերությունը՝

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{\rho gS}}:$$

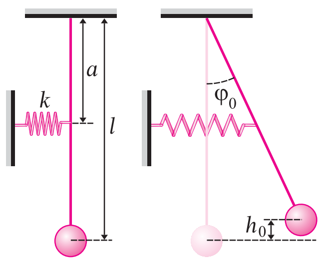
Պատասխան՝ $T = 2\pi\sqrt{m/\rho gS}$:

3. **Տատանումների աղբյուրից $x = 4$ սմ հեռավորությամբ կետի շեղումը հավասարակշռության դիրքից պարբերության 1/6 մասին հավասար պահին հավասար է տատանման լայնույթի կեսին: Գտնել ալիքի երկարությունը:**

Լուծում: $y = A\sin\omega(t - x/\upsilon)$ ալիքային հավասարման մեջ տեղադրելով $\omega = 2\pi/T$ և $\lambda = \upsilon T$ արտահայտությունները՝ կստանանք՝ $y = A\sin(2\pi t/T - 2\pi x/\upsilon T) =$

$= A\sin(2\pi t/T - 2\pi x/\lambda)$: Ըստ պայմանի՝ $A/2 = A\sin(2\pi T/6T - 2\pi x/\lambda)$, կամ $1/2 = \sin(\pi/3 - 2\pi x/\lambda)$, որտեղից՝ $\pi/3 - 2\pi x/\lambda = \pi/6$, այսինքն՝ $\lambda = 12x = 0{,}48$ մ:

Պատասխան՝ $\lambda = 0{,}48$ մ:



4. **Դիցուք՝ m զանգվածով գնդիկն ամրացված է աննշան զանգվածով և l երկարությամբ բարակ ձողի ծայրին: Շեղման փոքր անկյունների դեպքում այդպիսի ճոճանակի շրջանային հաճախությունը կորոշվի $\omega_0 = \sqrt{g/l}$ արտահայտությամբ: Ճոճանակին լրացուցիչ ամրացնենք k կոշտությամբ զսպանակ: Որոշել ստացված «կապված» ճոճանակի տատանումների շրջանային հաճախությունը: Շփումն անտեսել:**

Լուծում: Կապված ճոճանակի հաճախությունը որոշելու համար օգտվենք էներգիայի պահպանման օրենքից: Համակարգի առավելագույն պոտենցիալ էներգիան՝

$$E_{\text{պ}\max} = mgh_0 + \frac{1}{2}kA_1^2 = mgl(1 - \cos\varphi_0) + \frac{1}{2}kA_1^2,$$

որտեղ h_0-ն գնդիկի առավելագույն բարձրությունն է, φ_0-ն՝ ճոճանակի առավելագույն շեղման անկյունը, իսկ A_1-ը՝ զսպանակի առավելագույն ձգման (կամ սեղմման) չափը: Հաշվի առնելով, որ փոքր φ_0 անկյան համար $\sin\varphi_0 \approx \varphi_0$, կստանանք՝ $A_1 \approx a\varphi_0$, որտեղ a-ն հորիզոնական դիրքում զսպանակի հեռավորությունն է ճոճանակի կախման կետից: Քանի որ $1 - \cos\varphi_0 = 2\sin^2\varphi_0/2 \approx 2(\varphi_0/2)^2 = \varphi_0^2/2$, պոտենցիալ էներգիայի առավելագույն արժեքի համար կունենանք՝ $E_{\text{պ}\max} \approx mgl\varphi_0^2/2 + ka^2\varphi_0^2/2$: Ճոճանակի առավելագույն կինետիկ էներգիան՝ $E_{\text{կ}\max} \approx mv_0^2/2 = m\omega^2A_1^2/2 \approx m\omega^2l^2\varphi_0^2/2$, որտեղ ճոճանակի տատանումների լայնույթը՝ $A_1 = l\varphi_0$: Համաձայն (10.19) հավասարության՝ $E_{\text{կ}\max} = E_{\text{պ}\max}$: Հետևաբար՝ տեղադրելով կինետիկ և պոտենցիալ էներգիաների արժեքները՝ տատանումների շրջանային հաճախության համար վերջնականապես կունենանք՝

$$\omega = \omega_0\sqrt{1 + \frac{ka^2}{mgl}}:$$

Պատասխան՝ $\omega = \omega_0\sqrt{1 + ka^2/mgl}$

5. **Որոշել ծանր առաձգական զսպանակից կախված ծանրոցի սեփական տատանումների հաճախությունը:**

Լուծում: Եթե զսպանակի զանգվածը համեմատելի է ծանրոցի զանգվածի հետ, ապա սեփական տատանումների պարբերությունն այլևս չի կարելի որոշել (10.16) բանաձևով, քանի որ վերջինիս ստացման ժամանակ զսպանակի զանգվածն անտեսվել է: Դիցուք՝ ծանրոցը կատարում է ներդաշնակ տատանումներ ω_0 սեփական հաճախությամբ և A լայնույթով: Այդ դեպքում զսպանակի յուրաքանչյուր գալար, որը ճոճանակի դադարի վիճակում կախման կետից x հեռավորությամբ դիրքում է, ունի $a = A(x/l)$ տատանումների լայնույթ, որտեղ l-ն ամբողջ զսպանակի երկարությունն է դադարի վիճակում: Եթե զսպանակն ունի N գալար, ապա i-րդ գալարի տատանումների լայնույթը՝ (հաշված կախման կետից) $a_i = iA/N$: Երբ ծանրոցն անցնում է հավասարակշռության դիրքով, զսպանակի կինետիկ էներգիան առավելագույնն է՝

$$E_{\text{կ}\max} = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N}\frac{m'}{N}\omega_0^2 a_i^2 = \frac{m'}{2N}\frac{\omega_0^2 A^2}{N^2}\sum_{i=1}^{N} i^2 = \frac{m'\omega_0^2 A^2}{2N^3}\frac{N(N+1)(2N+1)}{6},$$

որտեղ m'-ը զսպանակի զանգվածն է: Եթե $N >> 1$, ապա

$$\frac{N(N+1)(2N+1)}{6} \approx \frac{N \cdot N \cdot 2N}{6} = \frac{N^3}{3},$$

իսկ զսպանակի առավելագույն կինետիկ էներգիան՝

$$E'_{\text{կ}\max} \approx \frac{1}{2}\frac{m'}{3}\omega_0^2 A^2:$$

Հետևաբար՝ «բեռ + զսպանակ» համակարգի առավելագույն կինետիկ էներգիան՝

$$E_{\text{կ}\max} = \frac{1}{2}m\omega_0^2 A^2 + \frac{1}{2}\frac{m'}{3}\omega_0^2 A^2 = \frac{1}{2}\omega_0^2 A^2\left(m + \frac{m'}{3}\right):$$

Առավելագույն ձգման (կամ սեղմման) պահին զսպանակի պոտենցիալ էներգիան՝ $E_{\text{պ}\max} = kA^2/2$, որտեղ k-ն զսպանակի կոշտությունն է: $E_{\text{կ}\max} = E_{\text{պ}\max}$ հավասարությունից ստանում ենք՝

$$kA^2 = \left(m + \frac{m'}{3}\right)\omega_0^2 A^2, \text{ կամ՝ } \omega_0^2 = \frac{k}{m + m'/3}:$$

Այսպիսով՝ զսպանակից կախված բեռի սեփական տատանումների հաճախությունն ավելի ճշգրիտ որոշելու համար անհրաժեշտ է ծանրոցի զանգվածին գումարել զսպանակի զանգվածի 1/3-ը: Ակնհայտ է, որ եթե զսպանակի զանգվածը՝ $m' << m$, ապա այս ճշգրտումը նոր արդյունքի չի հանգեցնում, և կարող ենք օգտվել (10.5) բանաձևից:

Պատասխան՝ $\omega_0 = \sqrt{k/(m + m'/3)}$:

ԳԼՈՒԽ XI

ՀԵՂՈՒԿՆԵՐԻ ԵՎ ԳԱԶԵՐԻ ՄԵԽԱՆԻԿԱՅԻ ՏԱՐՐԵՐ

ՆԵՐԱԾՈՒԹՅՈՒՆ

Ինչպես գիտեք, հեղուկները և գազերն իրենց հատկություններով զգալիորեն տարբերվում են պինդ մարմիններից: Եթե պինդ մարմինն անփոփոխ արտաքին պայմաններում ունի որոշակի ձև և ծավալ, ապա հեղուկ մարմինն օժտված է միայն որոշակի ծավալով՝ չունենալով սեփական ձև, իսկ գազերը չունեն ո՛չ սեփական ծավալ, ո՛չ սեփական ձև: Նրանց առաձգական հատկությունները գործնականում դրսևորվում են միայն սեղմման ժամանակ, երբ ծագում են առաձգականության ուժեր, որոնցով հեղուկները և գազերն ազդում են իրենց մեջ ընկղմված պինդ մարմինների, անոթի պատերի և հատակի վրա: Այդ ուժերը միշտ ուղղահայաց են հեղուկի (գազի) և պինդ մարմնի հպման մակերևույթին, հետևապես՝ ճնշման ուժեր են, որոնցով էլ պայմանավորված է հեղուկի և գազի ճնշումը: Նշանակում է՝ հեղուկի շերտերն իրար նկատմամբ զուգահեռ տեղաշարժվելիս չեն առաջանում այդ տեղաշարժերին հակառակ ուղղված առաձգականության ուժեր: Հետևաբար՝ ոչինչ չի խանգարում, որ հեղուկի շերտերն իրար նկատմամբ ազատորեն շարժվեն: Հեղուկների և գազերի այդ հատկությունն անվանում են **հոսունություն**:

Հեղուկների և գազերի մեխանիկան ուսումնասիրում է անշարժ հեղուկում և գազում ճնշման բաշխումը, հեղուկի և գազի ազդեցությունը նրանց մեջ ընկղմված պինդ մարմինների վրա, ինչպես նաև հեղուկի և գազի շարժումով պայմանավորված շատ երևույթներ: Նշված խնդիրները լուծելիս հեղուկները և գազերը համարվում են **հոծ**, այսինքն՝ հաշվի չի առնվում դրանց մոլեկուլային կառուցվածքը:

§77. ՃՆՇՈՒՄԸ ԱՆՇԱՐԺ ՀԵՂՈՒԿՈՒՄ ԵՎ ԳԱԶՈՒՄ

Հիմնական դպրոցի ֆիզիկայի դասընթացից գիտեք, որ երկու հպվող մարմինների, մասնավորապես, հեղուկի և նրա հետ հպվող պինդ մարմնի կամ հեղուկի առանձին մասերի փոխազդեցությունը բնութագրում են «ճնշում» ֆիզիկական մեծությամբ: Երբ պինդ մարմնի հպման հարթ մակերևույթին հեղուկի ճնշման ուժերը մակերևույթով բաշխված են հավասարաչափ, ապա հեղուկի ճնշումը՝

$$p = \frac{F}{S}, \qquad (11.1)$$

որտեղ S-ը հպման մակերևույթի մակերեսն է, F-ը՝ այդ մակերևույթին կիրառված ճնշման ուժերի գումարը:

Եթե ճնշման ուժերը հարթ մակերևույթով բաշխված են անհավասարաչափ, կամ եթե մակերևույթը հարթ չէ, ապա այն մտովի տրոհում են այնքան փոքր մակերեսներով տեղամասերի (**մակերևույթի տարրերի**), որոնք կարելի լինի համարել հարթ, իսկ ճնշման ուժերի բաշխումն այդ տեղամասերից յուրաքանչյուրում՝ հավասարաչափ: Նշանակելով տեղամասի մակերեսը ΔS-ով, իսկ այդ տեղամասին կիրառված գումարային ճնշման ուժը՝ ΔF-ով, տեղամասին հեղուկի գործադրած ճնշումը կարտահայտվի

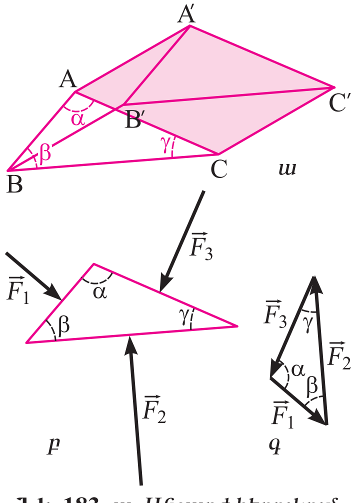
$$p = \frac{\Delta F}{\Delta S}, \tag{11.2}$$

բանաձևով: Քանի որ մակերևույթի տարրի ΔS մակերեսը շատ փոքր է մակերևույթի S մակերեսից՝ $\Delta S \ll S$, ապա կարելի է համարել, որ այդ տարրով ընդգրկված է մակերևույթի ընդամենը մեկ կետ, որն էլ հիմք է տալիս հեղուկի ճնշումը դիտարկվող տարրի վրա սահմանել որպես **ճնշում այդ կետում**:

Երբ ճնշման ուժերը բաշխված են անհավասարաչափ, (11.1) բանաձևով արտահայտվում է հեղուկի **միջին ճնշումը** դիտարկվող մակերևույթին:

Պասկալի օրենքը: Ապացուցենք, որ հեղուկում՝ կամայական կետում, ճնշումը բոլոր ուղղություններով նույնն է: Դրա համար անշարժ հեղուկի ներսում մտովի պատկերացնենք բավականաչափ փոքր ծավալով ուղիղ եռանկյուն պրիզմա (նկ. 183, ա), որը, բնականաբար, հավասարակշռության մեջ է:

Հավասարակշռության պայմանից հետևում է, որ պրիզմայի ABC և $A_1B_1C_1$ հիմքերին ազդող ճնշման ուժերը մոդուլով հավասար են, ուղղությամբ՝ հակադիր:



Նկ. 183. *ա. Անշարժ հեղուկում մտովի առանձնացված պրիզմա. h-ը պրիզմայի բարձրությունն է, բ. պրիզմայի կողմնային նիստերին ազդող $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ և $\vec{F}_3$ ուժերի համակարգը հավասարակշռված է. գ. $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ և $\vec{F}_3$ վեկտորները կազմում են «ուժային» եռանկյուն:*

ABB_1A_1, BCC_1B_1 և ACC_1A_1 կողմնային նիստերին ազդող $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ և $\vec{F}_3$ ճնշման ուժերն ուղղահայաց են այդ նիստերին, հետևաբար՝ նրանց վրա ազդող ճնշման ուժերի մոդուլները՝ $F_1 = p_1S_1$, $F_2 = p_2S_2$, $F_3 = p_3S_3$, որտեղ S_1-ը, S_2-ը և S_3-ն այդ նիստերի մակերեսներն են:

Քանի որ պրիզման հավասարակշռության մեջ է, ապա $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = 0$ (նկ. 183,բ), ուստի, համաձայն վեկտորների գումարման եռանկյան կանոնի, $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ և $\vec{F}_3$ վեկտորները կազմում են եռանկյուն (նկ. 183,գ), որը նման է պրիզմայի ուղղահայաց հատույթին՝ ABC եռանկյանը: Իրոք, $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ և $\vec{F}_3$ վեկտորները, ուղղահայաց լինելով պրիզմայի կողմնային նիստերին, ուղղահայաց են նաև ABC եռանկյան AB, BC և AC կողմերին: Հետևաբար՝ այդ վեկտորներով կազմված «ուժային» եռանկյան անկյունները հավասար են ABC եռանկյան անկյուններին՝ որպես փոխուղղահայաց կողմերով անկյուններ (նկ. 183): Եռանկյունների նմանությունից հետևում է, որ

$$\frac{F_1}{AB} = \frac{F_2}{BC} = \frac{F_3}{CA}:$$

Բայց $AB \cdot h = S_1$, $BC \cdot h = S_2$, $CA \cdot h = S_3$, որտեղ h-ը պրիզմայի բարձրությունն է, ուստի՝ ստացված հավասարությունների փոխարեն կունենանք՝

$$\frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2} = \frac{F_3}{S_3}$$

որտեղից հետևում է, որ $p_1 = p_2 = p_3$

Այսպիսով՝ անշարժ հեղուկի ճնշումը պրիզմայի երեք նիստերին էլ նույնն է: Այս եզրակացությունը ճիշտ է նաև այն դեպքում, երբ հեղուկի կամ գազի վրա ազդում է ծանրության ուժը: Իրոք, վերջինս համեմատական է պրիզմայի ծավալին, իսկ ճնշման ուժերը՝ նիստերի մակերեսներին: Ուստի՝ պրիզմայի չափերը (հետևաբար՝ նաև ծավալը) փոքրացնելով՝ ծանրության ուժը կարելի է դարձնել որքան ասես փոքր և այդ պատճառով՝ անտեսել:

Բայց բավականաչափ փոքր ծավալով պրիզման կարելի է համարել կետային մարմին, և քանի որ պրիզմայի դիրքն ընտրված էր կամայականորեն, ապա կարող ենք պնդել, որ իրոք, **հեղուկի յուրաքանչյուր կետում ճնշումը բոլոր ուղղություններով նույնն է**: Այս պնդումը, որն առաջինը սահմանել է ֆրանսիացի գիտնական Բլեզ Պասկալը 1653 թվականին, կոչվում է Պասկալի օրենք: Հեղուկի ճնշումը պայմանավորված է հեղուկի սեղմման դեֆորմացիայով, ուստի՝ հեղուկի որևէ մասում առաջացած դեֆորմացիան, համաձայն Պասկալի օրենքի, տարածվում է բոլոր ուղղություններով հավասարապես: Այդ պատճառով էլ Պասկալի օրենքը, սովորաբար, ձևակերպում են հետևյալ կերպ. **հեղուկի (գազի) վրա գործադրված ճնշումը հեղուկով (գազով) հաղորդվում է բոլոր ուղղություններով՝ առանց փոփոխության:**

Պասկալի օրենքի վրա է հիմնված ձեզ արդեն ծանոթ **ջրաբաշխական մամլիչի** աշխատանքի սկզբունքը:

Հեղուկի հիդրոստատիկ ճնշումը: Պասկալի օրենքն արտածելիս անտեսել էինք հեղուկի (գազի) կշիռը: Այժմ պարզենք, թե ինչպես է բաշխված ճնշումը հեղուկում, երբ վերջինիս կշիռն անտեսել չենք կարող: Տրված խորությամբ յուրաքանչյուր կետում ճնշումը նույնն է բոլոր ուղղություններով, բայց փոխվում է՝ կախված խորությունից: Եթե հեղուկն անսեղմելի է (այսինքն՝ հեղուկի ծավալի փոփոխությունն արտաքին ճնշման ուժերի ազդեցությամբ այնքան փոքր է, որ կարելի է հաշվի չառնել), ապա ճնշման (ստատիկ ճնշման) կախումը խորությունից արտահայտվում է ձեզ հայտնի

$$p_h = p + \rho g h \tag{11.3}$$

բանաձևով, որտեղ p_h-ը հեղուկի ճնշումն է h խորությամբ մակարդակում, p-ն՝ արտաքին ճնշումը, ρ-ն՝ հեղուկի խտությունը, իսկ $\rho g h$ գումարելին՝ հեղուկի սեփական կշռով պայմանավորված հիդրոստատիկ ճնշումը:

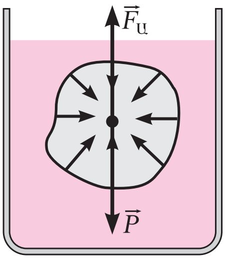
Մթնոլորտային ճնշում: Երկիրը շրջապատող օդային թաղանթը՝ մթնոլորտը, սեղմված լինելով Երկրի ձգողության ազդեցությամբ, ճնշման ուժերով ազդում է նրա մակերևույթի վրա: Դրա հետևանքով առաջացած մթնոլորտային ճնշումը Երկրի (ավելի ճիշտ՝ համաշխարհային օվկիանոսի) մակերևույթին՝ $p_0 = 760$ մմ սնդ. սյան = 101325 Պա։ Այդ ճնշումն անվանում են նաև **ֆիզիկական մթնոլորտ**։ Մարդը, բնակվելով այդ հսկայական օդային օվկիանոսի հատակին, չի զգում այդ ճնշումը։ Դրա պատճառն այն է, որ մարդու բոլոր ներքին օրգանները գործում են բնական ձևով, երբ, սեղմված են մթնոլորտային ճնշմամբ, իսկ օրգանիզմում ստեղծված ճնշումը սնդիկի սյան 670 -760 մմ ճնշման տիրույթում է։ Այդ տիրույթից դուրս ճնշման առկայությամբ մարդու օրգանիզմի բնականոն կենսագործունեությունը խաթարվում է։

Երկրի մակերևույթից վեր բարձրանալիս մթնոլորտային ճնշումը նվազում է (այդ երևույթին հանգամանորեն կծանոթանաք 11-րդ դասարանում՝ բարձրությունից մթնոլորտային ճնշման կախումն ուսումնասիրելիս)։

Հարցեր և առաջադրանքներ

1. Սահմանե՛ք հեղուկի (գազի) ճնշումը նրա հետ պինդ մարմնի հպման մակերևույթի որևէ տեղամասում։ Գրե՛ք ճնշման բանաձևը։ **2.** Ձևակերպե՛ք Պասկալի օրենքը հեղուկների (գազերի) համար։ **3.** Ինչպե՞ս է բաշխված ճնշումը հեղուկի ներսում՝ ըստ խորության։ **4.** Ի՞նչ է մթնոլորտային ճնշումը, և ինչո՞վ է այն պայմանավորված։ Որքա՞ն է մթնոլորտային ճնշումը համաշխարհային օվկիանոսի մակերևույթին։ **5.** Ի՞նչ է ֆիզիկական մթնոլորտը։ Արտահայտե՛ք այն պասկալով։

§78. ԱՐՔԻՄԵԴԻ ՕՐԵՆՔԸ

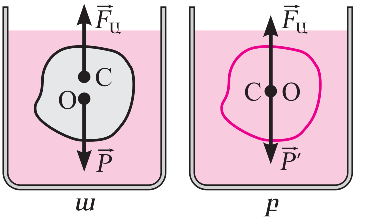


Նկ. 184. *Մարմնի վրա ազդող ճնշման ուժերի $\vec{F}_A$ համազորը. $\vec{P}$-ն մարմնի կշիռն է։*

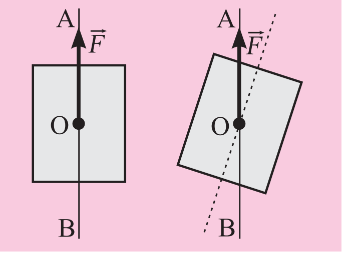
Հեղուկի հիդրոստատիկ ճնշումը, ինչպես հետևում է (11.3) բանաձևից, խորության մեծացմանը զուգընթաց աճում է, ուստի՝ հեղուկի մեջ ընկղմված մարմնի վրա ճնշման ուժը մարմնի մակերևույթի ստորին տեղամասերի վրա ավելի մեծ է, քան վերին տեղամասերին կիրառված ճնշման ուժը։ Թեև կամայական ձև ունեցող մակերևույթի յուրաքանչյուր տարրի վրա ազդող ճնշման ուժն ուղղահայաց է այդ տարրին, այդուհանդերձ բոլոր ճնշման ուժերի համազոր $\vec{F}_A$ ուժն ուղղված է ուղղաձիգ դեպի վեր (նկ. 184)։ $\vec{F}_A$ ուժը, ինչպես գիտեք, անվանում են **արքիմեդյան ուժ**։ Այն մարմնի մակերևույթի տարրերի վրա կիրառված ճնշման ուժերի համազորն է։

Արքիմեդյան ուժի մոդուլը և ուղղությունը որոշելու համար պատկերացնենք, թե մարմինը հեռացված է, և նրա տեղը լցված է հեղուկ, որը, բնականաբար, ունի նույն ծավալը և նույն մակերևույթը (նկ. 185, ա և բ)։ Այդ հեղուկ մարմնի մակերևույթին հիդրոստատիկ ճնշումը բաշխված է նույն կերպ, ինչպես պինդ մարմնի մակերևույթին։ Հետևաբար՝ պինդ մարմնի վրա ազդող արքիմեդյան ուժը հավասար է նրա տեղն զբաղեցնող հեղուկ մարմնի վրա կիրառված արքիմեդյան ուժին։ Քանի որ հեղուկ մարմինը հավասարակշռության մեջ է, ապա նրա վրա ազդող $\vec{F}_A$ արքիմեդյան ուժն ուղղված է ուղղաձիգ դեպի վեր և, բացի այդ, մոդուլով հավասար է $\vec{P}_h$ ծանրության ուժին՝ $F_A = P_h = \rho V g$, որտեղ ρ-ն հեղուկի խտությունն է, V-ն՝ պինդ մարմնի ծավալը (նկ. 185, բ)։ ρV արտադրյալը պինդ մարմնի ծավալով հեղուկ մարմնի զանգվածն է՝ $m_h = \rho V$, ուստի՝ $F_A = m_h g$, այսինքն՝ արքիմեդյան ուժի մղումը համեմատական է մարմնի ծավալն զբաղեցնող հեղուկի զանգվածին:

Արքիմեդյան ուժի կիրառման կետը կարելի է գտնել նույն եղանակով, ինչպես պինդ մարմնի ծանրության կենտրոնը: Դրա համար դիտարկենք հեղուկում ընկղմված պինդ մարմնի ծավալով հեղուկ մարմինը երկու տարբեր դիրքերում (նկ. 186): Այդ երկու դիրքերում էլ հեղուկ մարմինը հավասարակշռության մեջ է, ուստի՝ $\vec{F}_A$ արքիմեդյան ուժի ազդման գիծը համընկնում է հեղուկ մարմնի ծանրության O կենտրոնով անցնող AB ուղղաձիգին: Այստեղից կարելի է եզրակացնել, որ եթե արքիմեդյան ուժի կիրառման կետը միակն է, ապա այն պետք է համընկնի O ծանրության կենտրոնին: Եթե նորից հեղուկ մարմինը փոխարինենք պինդ մարմնով, ապա վերջինիս վրա հեղուկի գործադրած ճնշման ուժերը կմնան նույնը, որն էլ նշանակում է, որ իրոք, **հեղուկի (գազի) մեջ ընկղմված մարմնի վրա ազդող արքիմեդյան ուժը հավասար է մարմնի ծավալով հեղուկի (արտամղված հեղուկի) կշռին, ուղղված է ուղղաձիգ դեպի վեր և կիրառված է արտամղված հեղուկի ծանրության կենտրոնում**: Այս պնդումը Արքիմեդի օրենքն է:



Նկ. 185. *ա. $\vec{F}_A$ արքիմեդյան ուժի C կիրառման կետը կարող է չհամընկնել մարմնի O ծանրության կենտրոնին, բ. $\vec{F}_A$ արքիմեդյան ուժի կիրառման C կետը համընկնում է մարմնի ծավալով հեղուկի O ծանրության կենտրոնին:*

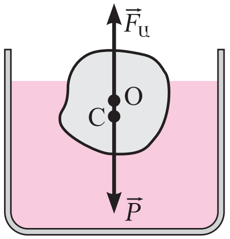


Նկ. 186. *Պինդ մարմնի ծավալով հեղուկ մարմնի կամայական դիրքում $\vec{F}_A$ ուժի ազդման գիծը համընկնում է հեղուկ մարմնի O ծանրության կենտրոնով անցնող AB ուղղաձիգին:*

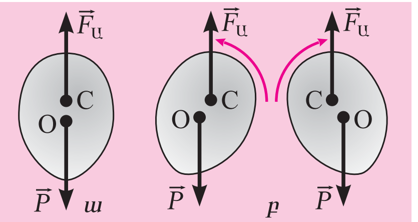
Արքիմեդյան ուժի բանաձևը կարելի է արտածել նաև հետևյալ մտային փորձով: V ծավալով և ρ_0 խտությամբ մարմինը մտովի բարձրացնենք h բարձրությամբ, մեկ անգամ՝ վակուումում, մյուս անգամ՝ ρ խտությամբ հեղուկում: Առաջին դեպքում վերելքի համար պետք է ծախսել $E_1 = mgh = \rho Vgh$ էներգիա, որտեղ m-ը մարմնի զանգվածն է: Երկրորդ դեպքում ծախսված էներգիան, բնականաբար, ավելի փոքր է, քանի որ V ծավալով մարմինը հեղուկում h բարձրությամբ վեր հանելիս նույն բարձրությունից նույն V ծավալով հեղուկ իջնում է ներքև՝ մարմնի նախկին զբաղեցրած տեղը: Ուրեմն՝ այդ դեպքում մարմինը բարձրացնելու համար անհրաժեշտ է ծախսել $E_2 = E_1 - A$ էներգիա, որտեղ A-ն ծանրության ուժի աշխատանքն է՝ հեղուկը h բարձրությամբ իջեցնելիս՝ $A = m_h gh = \rho Vgh$ (m_h-ը մարմնի ծավալով հեղուկի զանգվածն է): Քանի որ $E_2 < E_1$, ապա երկրորդ դեպքում մարմնի վրա ազդում է ուղղաձիգով դեպի վեր ուղղված մի F_A ուժ, որը հեշտացնում է մարմնի վերելքը, և որի աշխատանքը՝ $A = FA \cdot h = \rho Vg \cdot h$, որտեղից՝ $F = \rho Vg$: Այս ուժը, որը հավասար է ընկղմված մարմնի ծավալով հեղուկի կշռին, հենց արքիմեդյան ուժն է:

Արքիմեդի օրենքը երբեմն ձևակերպում են հետևյալ կերպ. **հեղուկի (գազի) մեջ ընկղմված մարմինն իր կշռից կորցնում է այնքան, որքան արտամղված հեղուկի կշիռն է**:

Եթե հեղուկում ամբողջությամբ ընկղմված մարմնի P ծանրության ուժը մեծ է F_A արքիմեդյան ուժից՝ $P > F_A$ ապա մարմինը կխորասուզվի: $P < F_A$ դեպքում մար-



Նկ. 187. *Արքիմեդյան $F_Ա$ ուժը և մարմնի ծանրության P ուժը հավասար են: C-ն արքիմեդյան ուժի կիրառման կետն է, O-ն՝ մարմնի ծանրության կենտրոնը:*



Նկ. 188. *ա. Ձուն կայուն հավասարակշռության դիրքում, բ. ձուն վերադառնում է հավասարակշռության դիրք:*

մինը կբարձրանա հեղուկի մակերևույթ՝ մնալով մասամբ ընկղմված հեղուկում (նկ. 187): Այս դեպքում ասում են, որ մարմինը լողում է հեղուկի մակերևույթին:

Եթե մարմնի կշիռը հավասար է արքիմեդյան ուժին՝ $P = F_A$, ապա այն մնում է հավասարակշռության մեջ հեղուկի կամայական մասում: Այդպիսի հավասարակշռությունը կարելի է ցույց տալ հետևյալ փորձի օգնությամբ: Եթե ջրով լցված անոթի մեջ իջեցնենք հավի ձու, ապա, ջրին աստիճանաբար աղ խառնելով, կարելի է այնպես անել, որ ձուն, ամբողջությամբ ընկղմված լինելով ջրում, լինի հավասարակշռության մեջ, ընդ որում, կայուն հավասարակշռության դիրքում ձվի O ծանրության կենտրոնը և արքիմեդյան ուժի կիրառման C կետը միշտ կլինեն միևնույն ուղղաձիգ ուղղի վրա և միշտ O կետը՝ C կետից ցածր: $\vec{P}$ և $\vec{F}_A$ ուժազույգի մոմենտը ձվի այդպիսի դիրքում զրո է: Այդ դիրքից ձուն շեղելիս $\vec{P}$ և $\vec{F}_A$ ուժազույգի մոմենտը դառնում է զրոյից տարբեր (նկ. 188), որի ազդեցությամբ ձուն վերադառնում է սկզբնական դիրքը:

Հարցեր և առաջադրանքներ

1. Ո՞ր ուժն են անվանում արքիմեդյան ուժ: **2.** Ինչպե՞ս կարելի է փեսականորեն որոշել արքիմեդյան ուժի մոդուլը: Գրե՛ք նրա բանաձևը: **3.** Ինչպե՞ս է ուղղված արքիմեդյան ուժը: Ինչու՞: **4.** Ո՞րն է արքիմեդյան ուժի կիրառման կետը: Հիմնավորե՛ք: **5.** Ձևակերպե՛ք Արքիմեդի օրենքը: **6.** Տանը կատարե՛ք պարագրաֆի վերջում նկարագրված փորձը:

Հետաքրքիր է իմանալ

Ինչու՞ էր Արքիմեդը գոչում՝ «Էվրիկա»

Պատմում են, որ Արքիմեդն իր անունով հանրահայտ օրենքը հայտնագործել է լոգարանում՝ մտորելով այն մասին, թե ինչպես կարելի է պարզել՝ Սիրակուսեի (հին հունական քաղաք-պետություն Սիցիլիա կղզում, ներկայիս Սիրակուզա քաղաքի տեղում) Հիերոն 2-րդ արքայի նորաձույլ թագը զուտ ոսկու՞ց է պատրաստված, թե՞ կեղծված է: Արքիմեդին հայտնի էր ոսկու ρ խտությունը, նա կարող էր որոշել նաև թագի P_0 կշիռը: Մնում էր գտնել թագի V ծավալը, որպեսզի, հաշվելով թագի ρ_1 խտությունը, այն համեմատեր ρ-ի հետ: Բայց ինչպե՞ս որոշեր բարդ ձև ունեցող թագի ծավալը: Այստեղ օգնության հասավ «Արքիմեդի օրենքը». կշռելով թագը և՛ օդում, և՛ ջրում՝ կշիռների P_0-P տարբերությունը նա հավասարեցրեց թագի արտամղած ջրի կշռին՝ $\rho_ջ Vg$-ին՝ $P_0-P = \rho_ջ Vg$, որտեղ $\rho_ջ$-ն ջրի խտությունն է: Այստեղից Արքիմեդը որոշեց թագի ծավալը՝ $V=(P_0-P)/\rho_ջ g$:

Ասում են, որ Արքիմեդը, պարզելով, թե ինչպես կարելի է որոշել թագի խտությունը, լոգարանից անմիջապես դուրս է եկել և վազել Սիրակուսեի փողոցներով՝ գոչելով՝ «Էվրիկա» (այսինքն՝ գտա՜):

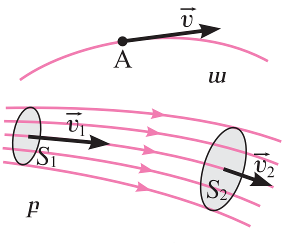
§79. ՀԵՂՈՒԿԻ (ԳԱԶԻ) ԼԱՄԻՆԱՐ ԵՎ ՏՈՒՐԲՈՒԼԵՆՏ ՀՈՍՔ

Այժմ ուսումնասիրենք երևույթներ, որոնք պայմանավորված են հեղուկի շարժմամբ:

Հեղուկը պատկերացնենք որպես հոծ մարմին՝ մտովի տրոհելով այնքան փոքր մասերի՝ **տարրերի** կամ **մասնիկների**, որ նրանցից յուրաքանչյուրի չափերը և ձևը հնարավոր լինի հաշվի չառնել հեղուկի շարժման ժամանակ: Բայց, միևնույն ժամանակ, այդ տարրերի ծավալները պետք է լինեն բավականաչափ մեծ (այսինքն՝ պետք է պարունակեն հսկայական թվով մոլեկուլներ), որպեսզի հեղուկի շարժումը հնարավոր լինի նկարագրել՝ դիտարկելով նրա առանձին մասնիկների շարժումը Նյուտոնի օրենքների հիման վրա:

Շարժվող հեղուկի ուսումնասիրումն այս եղանակով պայմանավորված է մեծածավալ հաշվարկներով: Ուստի՝ դրա փոխարեն, սովորաբար, դիտարկում են տարածության՝ շարժվող հեղուկով ընդգրկված տիրույթը և հետևում, թե ժամանակի տարբեր պահերի ինչպիսի՞ն են այդ տիրույթի յուրաքանչյուր կետով անցնող հեղուկի մասնիկների արագությունները: Եթե ժամանակի որևիցե պահի «լուսանկարենք» դիտարկվող տիրույթը, ապա «լուսանկարում» պատկերված կլինեն հեղուկի մասնիկների արագությունները տիրույթի բոլոր կետերում: Ընդ որում, յուրաքանչյուր կետում նշված կլինի հեղուկի այն մասնիկի արագությունը, որն անցնում է այդ կետով ժամանակի դիտարկվող պահին: Այն գիծը, որի ամեն մի կետով տարված շոշափողի երկայնքով է ուղղված ժամանակի դիտարկվող («լուսանկարման») պահին այդ կետով անցնող հեղուկի մասնիկի արագությունը, անվանում են **հոսանքի գիծ** (նկ. 189, ա):

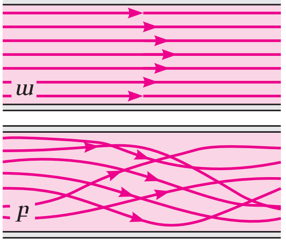
Հեղուկի շարժումն անվանում են **ստացիոնար**, եթե ժամանակի ընթացքում դիտարկվող տիրույթի յուրաքանչյուր կետում արագությունը չի փոխվում: Բնականաբար, այդ դեպքում չեն փոխվի նաև հոսանքի գծերը, որոնք արդեն կհամընկնեն հեղուկի մասնիկների շարժման հետագծերին: Իրոք, դիցուք՝ հեղուկի A մասնիկը ժամանակի t_1 պահին իր հետագծի մի կետում ունի $\vec{v}$ արագություն (նկ. 189, ա): Քանի որ հեղուկի շարժումը ստացիոնար է, ապա ժամանակի t_2 պահին այդ կետով անցնող մեկ այլ՝ B մասնիկի արագությունը նույնպես կլինի $\vec{v}$: Բայց t_1 և t_2 պահերն ընտրել էինք կամայականորեն: Ուրեմն՝ A մասնիկի հետագծի յուրաքանչյուր կետով անցնող բոլոր մասնիկներն ունեն նույն արագությունը, այսինքն՝ այդ հետագիծը նաև հոսանքի գիծ է:



Նկ. 189. *ա. Հեղուկի հոսանքի գիծ, բ. հոսանքի խողովակ: S_1-ը և S_2-ը լայնական հատույթների մակերեսներն են, $\vec{v}_1$-ը և $\vec{v}_2$ -ը՝ այդ հատույթներով անցնող հեղուկի մասնիկների արագությունները:*

Հեղուկի ստացիոնար շարժումն ուսումնասիրելու համար նպատակահարմար է ամբողջ շարժվող հեղուկը մտովի տրոհել այսպես կոչված **հոսանքի խողովակների** և ուսումնասիրել հեղուկի շարժումը յուրաքանչյուր այդպիսի խողովակի ներսում: Հոսանքի խողովակ են անվանում շարժվող հեղուկից մտովի առանձնացված այն մասը, որը սահմանափակված է հոսանքի գծերով (նկ. 189, բ): Սովորաբար հոսանքի խողովակներն ընտրում են այնպես, որ խողովակի յուրաքանչյուր լայնական հատույթի (հոսանքի գծերին ուղղահայաց մակերևույթի տեղամասի) բոլոր կետերում արագությունները հնարավոր լինի համարել նույնը: Ակներև է, որ հեղուկի մասնիկները երբեք չեն հատում հոսանքի խողովակի կողմնային մակերևույթը, քանի որ մասնիկների արագություններն ուղղված են հոսանքի գծերի շոշափողներով:

Հեղուկի շարժումները կարող են տարբերվել նաև այլ հատկանիշներով: Օրինակ՝ երբ հեղուկի շարժումն այնպիսին է, որ հարևան շերտերն իրար նկատմամբ կարծես սահում են, ապա այդպիսի շարժումն անվանում են **լամինար** (*շերտավոր, հարթ*, լատիներեն «լամինա»՝ թիթեղ, շերտ բառից): Լամինար շարժման դեպքում հեղուկի յուրաքանչյուր մասնիկ շարժվում է չխզվող հետագծով, և տարբեր մասնիկների շարժման հետագծերը չեն հատվում (նկ.190,ա):



Նկ.190. *Հեղուկի՝ ա. լամինար, բ. տուրբուլենտ շարժումը պատկերող հոսանքի գծերը*

Հեղուկի այնպիսի շարժումը, որն ուղեկցվում է տարբեր շերտերի՝ իրար խառնվելով, որի հետևանքով առաջանում են փոքրիկ պտտտահոսանքներ (մրրիկներ), անվանում են **տուրբուլենտ** (*մրրկային*, լատիներեն «տուրբուլենտուս»՝ անկանոն բառից): Տուրբուլենտ շարժումն առանձնահատուկ է նրանով, որ հեղուկի մասնիկների շարժման հետագծերը հատվում են, և ունեն բավական բարդ, խճճված գծերի տեսք (նկ. 190,բ):

Հեղուկի տուրբուլենտ շարժումը «տեսանելի» կարելի է դարձնել՝ մի քիչ թանաք խառնելով, օրինակ, հոսող ջրին: Ծխնելույզից դուրս եկող ծուխը «տեսանելի» է դարձնում օդի հոսքը: Ուշադիր զննելով ծխի մասնիկների շարժումը՝ կարելի է հայտնաբերել, թե ինչպես են շարժվող օդի առանձին շիթեր կատարում անկանոն շարժումներ մերթ մեկ, մերթ մյուս կողմ: Դրա հետևանքով շարժվող օդի շիթն անընդհատ լայնանում է, և ծխի մասնիկները տարածվում են տարբեր կողմեր. օդի շերտերն անընդհատ խառնվում են իրար:

Եթե ապակե խողովակով տուրբուլենտ շարժում կատարող ջրի հոսքի արագությունը հետզհետե փոքրացնենք, ապա կնկատենք, որ, որոշակի արագությունից սկսած, ջրի հոսքը խողովակում դառնում է լամինար:

Փորձերը ցույց են տալիս, որ ինչքան նեղ է խողովակը, այնքան ավելի մեծ է արագության այն արժեքը, որից սկսած հեղուկի հոսքը մրրկայինից վերածվում է լամինարի: Շատ նեղ խողովակներում՝ **մազանոթներում**, հեղուկի կամ գազի շարժումը միշտ լամինար է: Ուշագրավ է, որ մարդու համար կենսականորեն կարևոր հեղուկի՝ արյան շարժումը զարկերակներում լամինար է:

Դիտարկենք 190, բ նկարում պատկերված հոսանքի խողովակը, որի լայնական հատույթի մակերեսներն են՝ S_1 և S_2, իսկ այդ հատույթներով անցնող հեղուկի մասնիկների արագությունները՝ $\vec{v}_1$ և $\vec{v}_2$: Δt ժամանակում առաջին հատույթով անցնող հեղուկի զանգվածը՝ $m_1 = \rho_1 v_1 S_1 \Delta t$, իսկ երկրորդով անցնող հեղուկի զանգվածը՝ $m_2 = \rho_2 v_2 S_2 \Delta t$, որտեղ ρ_1-ը և ρ_2-ը առաջին և երկրորդ հատույթներում հեղուկի խտություններն են: Եթե հեղուկի շարժումը ստացիոնար է, ապա $m_1 = m_2$, այլապես առաջին և երկրորդ հատույթների միջև հեղուկի քանակը կաճի (կամ կնվազի) և հեղուկի հոսքն այլևս չի լինի ստացիոնար: $m_1 = m_2$ պայմանից հետևում է, որ

$$\rho_1 \upsilon_1 S_1 = \rho_2 \upsilon_2 S_2:$$

Այս առնչությունն անվանում են հեղուկի (կամ գազի) **անընդհատության հավասարում**:

Եթե հեղուկն **անսեղմելի** է, այսինքն՝ $\rho_1 = \rho_2 = \rho$, ապա

$$\upsilon_1 S_1 = \upsilon_2 S_2: \tag{11.4}$$

Այսպիսով՝ հոսանքի խողովակի նեղ մասերում հոսքի արագությունը մեծ է: (11.4) հավասարումից և 190, բ նկարից կարելի է եզրակացնել, որ **ինչքան խիտ են դասավորված հոսանքի գծերը, այնքան մեծ է հեղուկի հոսքի արագությունը**:

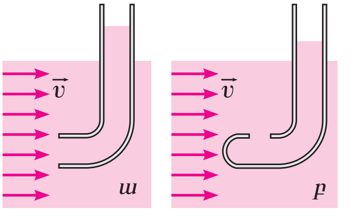
Հարցեր և առաջադրանքներ

1. Ի՞նչ է հոսանքի գիծը: Տարբերվու՞մ է արդյոք հոսանքի գիծը հեղուկի մասնիկի շարժման հետագծից: Ինչու՞: **2.** Հեղուկի ո՞ր շարժումն են անվանում ստացիոնար: **3.** Ապացուցեք, որ ստացիոնար շարժման դեպքում հեղուկի մասնիկի շարժման հետագիծը միաժամանակ նաև հոսանքի գիծ է: **4.** Ի՞նչ է հոսանքի խողովակը: Ինչու՞ հեղուկը չի կարող դուրս հոսել հոսանքի խողովակի կողմնային մակերևույթով: **5.** Հեղուկի ո՞ր շարժումն են անվանում լամինար, և ո՞ր շարժումը՝ տուրբուլենտ: **6.** Գրե՛ք անընդհատության հավասարումն անսեղմելի հեղուկի համար:

§80. ՀԵՂՈՒԿԻ ՃՆՇՄԱՆ ԿԱԽՈՒՄՆ ԱՐԱԳՈՒԹՅՈՒՆԻՑ: ԲԵՌՆՈՒԼԻԻ ՀԱՎԱՍԱՐՈՒՄԸ

Հեղուկի շարժումն ուսումնասիրելիս նախ անհրաժեշտ է ճշտել, թե ինչպե՞ս պետք է չափել հեղուկի ճնշումը (օրինակ՝ ճնշումը խողովակով հոսող ջրում, օդի ճնշումը քամոտ եղանակին):

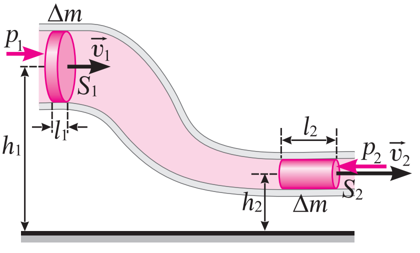
Ինչպես գիտեք, հեղուկի ճնշումը պայմանավորված է նրա սեղմվածությամբ: Անշարժ հեղուկում ճնշումը չափելու համար հարկավոր է երկու կողմից բաց և 90°-ով ծռված խողովակն իջեցնել հեղուկի մեջ: Այդպիսի խողովակն անվանում են Պիտոյի խողովակ: Խողովակի ուղղաձիգ ծնկում հեղուկի սյան բարձրությամբ կարելի է մոտավորապես գնահատել անշարժ հեղուկի ճնշումը: Շարժվող հեղուկում, սակայն, այդ նույն ծնկում հեղուկի սյան բարձրությունը կլինի ավելի մեծ (նկ. 191,ա): Շնորհիվ շարժման՝ հեղուկը հավելյալ ճնշում է ստեղծում խողովակի ներսում: Հետևաբար՝ անշարժ դիրքով Պիտոյի խողովակը մոտավորապես չափում է հեղուկի լրիվ ճնշումը՝ ստատիկ և շարժմամբ պայմանավորված ճնշումների գումարը: Սակայն եթե խողովակը շարժվի հեղուկի հետ մեկտեղ, հեղուկը խողովակի նկատմամբ կլինի անշարժ: Այդ կերպ չափված ճնշումը շարժվող հեղուկի ստատիկ ճնշումն է: Շարժվող հեղուկի ստատիկ ճնշումը կարելի է չափել նաև 191,բ նկարում պատկերված Պիտոյի խողովակի օգնությամբ:



Նկ. 191. *Պիտոյի խողովակներ*

Այժմ արտածենք հոսող հեղուկում արագության և ճնշման կապն արտահայտող հավասարումը ստացիոնար շարժում կատարող անսեղմելի հեղուկի համար, որի շերտերի միջև շփումը բացակայում է: Այդպիսի հեղուկն անվանում են **իդեա-**

լական: Այդ հեղուկից մտովի առանձնացնենք հոսանքի տարրական խողովակ և դիտարկենք այդ խողովակի՝ S_1 և S_2 փոքր մակերեսներ ունեցող լայնական հատույթներով սահմանափակված հեղուկը: Առաջին հատույթի կետերում հեղուկի արագությունը, դիցուք, v_1 է, արտաքին ճնշումը՝ p_1, իսկ երկրորդ հատույթի կետերում՝ v_2 և p_2: Հատույթների բարձրությունները h_1 և h_2 են (նկ. 192): Δt շատ փոքր ժամանակում առաջին հատույթով կանցնի Δm շատ փոքր զանգվածով հեղուկ՝ լցնելով $\Delta V_1 = S_1 l_1 = S_1 v_1 \Delta t$ ծավալով տիրույթ, հետևաբար՝ $\Delta m = \rho S_1 v_1 \Delta t$: Հանգունորեն՝ երկրորդ հատույթով Δt ժամանակում կանցնի նույն Δm զանգվածով հեղուկ՝ $\Delta m = \rho S_1 v_1 \Delta t$:



Նկ. 192. *Բեռնուլիի հավասարման արտածումը լուսաբանող հոսանքի խողովակ*

Առաջին հատույթով անցած հեղուկի Δm զանգվածով տարրի պոտենցիալ էներգիան՝ $E_{պ1} = \Delta m g h_1 = \rho S_1 v_1 \Delta t g h_1$, իսկ կինետիկը՝ $E_{կ1} = \Delta m v_1^2/2 = \rho S_1 v_1^3 \Delta t/2$: Հանգունորեն՝ երկրորդ հատույթով անցած հեղուկի տարրի պոտենցիալ և կինետիկ էներգիաները կլինեն՝ $E_{պ2} = \rho S_2 v_2 \Delta t g h_2$ և $E_{կ2} = \rho S_2 v_2^3 \Delta t/2$:

Առաջին հատույթով անցնող հեղուկի տարրի վրա ազդող արտաքին (այդ հատույթից ձախ տիրույթի հեղուկի) ճնշման ուժերը ուղղված են հեղուկի շարժման ուղղությամբ, և նրանց աշխատանքը դրական է, իսկ երկրորդ հատույթով անցնող հեղուկի տարրին կիրառված արտաքին ուժերը՝ շարժման ուղղությանը հակառակ, և նրանց աշխատանքը բացասական է: Ուստի՝ արտաքին ուժերի գումարային աշխատանքը կլինի՝ $A = p_1 S_1 l_1 - p_2 S_2 l_2 = p_1 S_1 v_1 \Delta t - -p_2 S_2 v_2 \Delta t$: Համաձայն լրիվ մեխանիկական էներգիայի փոփոխության թեորեմի՝ $A = \Delta E$, որտեղ

$$\Delta E = (E_{պ2} + E_{կ2}) - (E_{պ1} + E_{կ1}) =$$
$$= (\rho S_2 v_2 \Delta t g h_2 + \rho S_2 v_2^3 \Delta t/2) - (\rho S_1 v_1 \Delta t g h_1 + \rho S_1 v_1^3 \Delta t/2):$$

Հետևաբար՝

$$(p_1 S_1 v_1 - p_2 S_2 v_2)\Delta t = \rho g \Delta t (S_2 v_2 h_2 - S_1 v_1 h_1) + \rho \Delta t (S_2 v_2^3 - S_1 v_1^3)/2$$

Հաշվի առնելով անընդհատության (11.4) հավասարումը, համաձայն որի՝ $v_1 S_1 = v_2 S_2$, կարող ենք ստացված հավասարումը կրճատել $v_1 S_1$-ով, որից հետո կստանանք՝ $p_1 - p_2 = \rho g (h_2 - h_1) + \rho (v_2^2 - v_1^2)/2$, կամ՝

$$p_1 + \rho g h_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} = p_2 + \rho g h_2 + \frac{\rho v_2^2}{2}: \qquad (11.5)$$

(11.5) հավասարումը, ի պատիվ շվեյցարացի մաթեմատիկոս և մեխանիկոս Դանիել Բեռնուլիի (1700-1782), որ առաջինն է գրել այն, կոչվում է Բեռնուլիի հավասարում: Այն շարժվող հեղուկի հիմնական հավասարումն է:

Հաճախ հարմար է Բեռնուլիի հավասարումը գրել հետևյալ կերպ.

$$p + \rho g h + \frac{\rho v^2}{2} = const: \qquad (11.6)$$

(11.6) հավասարման ձախ մասը կարելի է դիտել նաև որպես ճնշումների գումար. p-ն հեղուկի վրա գործադրված արտաքին ճնշումն է, $\rho g h$-ը՝ հեղուկի հիդրոստատիկ ճնշումը, իսկ $\rho v^2/2$-ը՝ հեղուկի շարժմամբ պայմանավորված ճնշումը՝ **հիդրոդինամիկական** ճնշումը: Այսպիսի մեկնաբանությամբ (11.6) հավասարման ձախ կողմը շարժվող հեղուկի լրիվ ճնշումն է հոսանքի խողովակի կամայական հատույթում: Հետևաբար՝ համաձայն Բեռնուլիի հավասարման, ***շարժվող հեղուկի լրիվ ճնշումը պահպանվում է***:

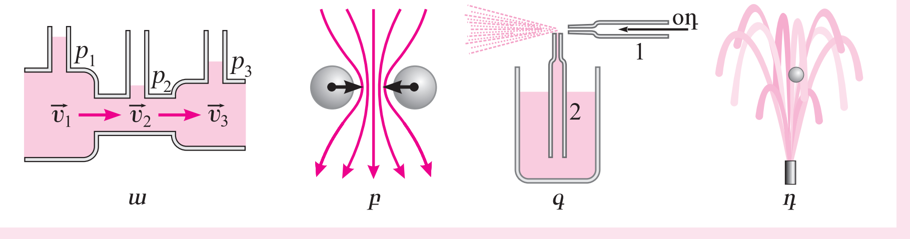
Եթե խողովակը հորիզոնական է, այսինքն՝ խողովակով հոսող հեղուկի մակարդակն անփոփոխ է ($h = const$) ապա (11.6) հավասարումից հետևում է, որ

$$p + \frac{\rho v^2}{2} = const \qquad (11.7)$$

(11.7) առնչությունն արտահայտում է այն փաստը, որ խողովակի այն հատույթներում, որտեղ հեղուկի արագությունը մեծ է, ճնշումը փոքր է, և հակառակը:

Հարցեր և առաջադրանքներ

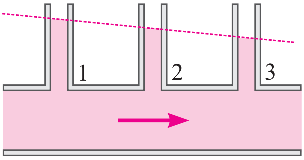
1. Ի՞նչ է շարժվող հեղուկի ստատիկ ճնշումը: Ինչպե՞ս են այն չափում: **2.** Ի՞նչ էներգիական մեկնաբանություն ունի «ճնշում» ֆիզիկական մեծությունը: **3.** Հիմնվելով ճնշման էներգիական մեկնաբանության վրա և օգտվելով էներգիայի պահպանման օրենքից՝ արտածե՛ք Բեռնուլիի հավասարումը: **4.** Ի՞նչ է շարժվող հեղուկի լրիվ ճնշումը: Ճնշումների «լեզվով» մեկնաբանե՛ք Բեռնուլիի հավասարումը: **5.** Նկարում պատկերված է տարբեր մակերեսներով ($S_1>S_3>S_2$) լայնական հատույթներ ունեցող խողովակ, որով հոսում է ջուր: Անընդհատության և Բեռնուլիի հավասարումների հիման վրա բացատրե՛ք, թե ինչու՞ $p_1>p_3>p_2$ (նկ. ա.): **6.** Բացատրե՛ք, թե ինչու՞ են երկու գնդիկներ, նրանց միջև օդային հոսանքի առկայությամբ, «ձգում» իրար (նկ. բ.): **7.** Նկարում (գ) պատկերված է հեղուկացրի (պուլվերիզատոր) աշխատանքը: Երբ փչում ենք (1) խողովակի մեջ, որի ծայրը նեղացրած է, անոթից (2) խողովակով հեղուկը մղվում է դեպի վեր, անցքի մոտ ընկնում է օդի շիթի մեջ և փոշեցրվում է: Բացատրե՛ք այդ երևույթը: **8.** Բացատրե՛ք, թե ինչպես է պահվում թեթև գնդիկը շատրվանից ցայտող ջրի շիթում (նկ. դ.):



§81. ՄԱԾՈՒՑԻԿ ՀԵՂՈՒԿԻ ՀՈՍՔԸ: ՇՐՋՀՈՍԵԼԻՈՒԹՅՈՒՆ

Մենք դիտարկեցինք հեղուկների և գազերի շարժումը՝ առանց հաշվի առնելու նրանց շերտերի միջև առկա այն փոխազդեցության ուժերը, որոնց ազդման գծերն այդ շերտերի շոշափողներ են: Այդ ուժերն անվանում են **ներքին շփման** կամ **մածուցիկության ուժեր**: Համաձայն Նյուտոնի 3-րդ օրենքի՝ երկու հարևան շերտերից յուրաքանչյուրը մյուսի վրա ազդում է մոդուլով հավասար, ուղղությամբ՝ հակադիր մածուցիկության ուժով:

Գործնական շատ խնդիրներում հեղուկների ներքին շփումն անտեսել հնարավոր չէ. բազմաթիվ են այն երևույթները, որոնք կարելի է բացատրել, երբ հաշվի ենք առնում հեղուկների հենց այդ հատկությունը:

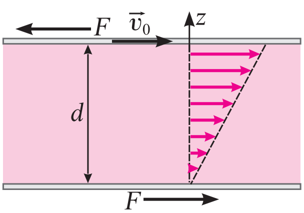


Նկ. 193. *Շարժման ուղղությամբ հեղուկի ճնշման անկումը ցուցադրող փորձ*

Դիտարկենք, օրինակ, հետևյալ փորձը: Անփոփոխ լայնական հատույթով հորիզոնական խողովակի երկայնքով տեղադրենք մի քանի ճնշաչափ: Քանի դեռ խողովակում հեղուկն անշարժ է, ճնշաչափերի ցուցմունքները նույնն են: Բայց երբ հեղուկն սկսում է հոսել խողովակով, շարժման ուղղությամբ ճնշումն ընկնում է, չնայած հեղուկի արագությունը խողովակի բոլոր հատույթներում միևնույնն է (նկ. 193): Այս փաստը կարելի է բացատրել միայն շարժվող հեղուկի շերտերի միջև մածուցիկության ուժերի առկայությամբ: Իրոք, եթե խողովակով հեղուկը շարժվեր միայն ճնշման ուժերի ազդեցությամբ, ապա, օրինակ, (1) և (2) հատույթների միջև հեղուկի շարժումը կլիներ արագացմամբ: Բայց հեղուկի շերտերը խողովակով հոսում են հավասարաչափ: Նշանակում է՝ խողովակի պատերը հեղուկի վրա ազդում են նրա շարժմանը հակառակ ուղղված ուժերով: Այդ ուժերն էլ հենց հավասարակշռում են ճնշման ուժերը: Այդպիսի ուժեր գոյանում են նաև շարժվող հեղուկի առանձին շերտերի միջև, որոնք էլ հենց ներքին շփման կամ մածուցիկության ուժերն են:

Մածուցիկության ուժերի առկայությամբ խողովակին անմիջապես հպվող հեղուկի շերտը շփման ուժով ազդում է իր հարևան շերտի վրա, վերջինս՝ հաջորդ շերտի վրա և այսպես շարունակ: Այսպիսով՝ խողովակի պատերը շփման ուժերի միջոցով ազդում են ամբողջ հեղուկի վրա: Խողովակի պատին հպված հեղուկի շերտը չի շարժվում, իսկ խողովակի պատերից հեռանալուն զուգընթաց մնացած շերտերի շարժման արագություններն աստիճանաբար մեծանում են:

Պարզելու համար հեղուկի շերտերի արագությունների բաշխումը քննարկենք հետևյալ փորձը: Պատկերացնենք երկու զուգահեռ, հարթ թիթեղների միջև պարփակված հեղուկ (նկ. 194): Դիցուք՝ ներքևի թիթեղն անշարժ է, իսկ վերևինը շարժվում է հաստատուն v_0 արագությամբ: Փորձը ցույց է տալիս, որ հեղուկը յուրաքանչյուր թիթեղի վրա ազդում է F ուժով, որը համեմատական է վերևի թիթեղի շարժման v_0 արագությանը, թիթեղի S մակերեսին և հակադարձ համեմատական թիթեղների d հեռավորությանը՝



Նկ. 194. *Երկու հարթ թիթեղների միջև պարփակված մածուցիկ հեղուկ*

$$F = \eta \frac{S v_0}{d}: \qquad (11.8)$$

(11.8) բանաձևն անվանում են Նյուտոնի բանաձև: η գործակիցը բնութագրում է հեղուկի այն հատկությունը, որը դրսևորվում է դանդաղ սահող շերտի՝ արագ սահող շերտին ցույց տրվող դիմադրությամբ, և կոչվում է **մածուցիկություն**: η-ն տարբեր հեղուկների համար տարբեր է, կախված է նաև ջերմաստիճանից:

(11.8) բանաձևից $\eta = Fd/Sv_0$, որը հնարավորություն է տալիս որոշելու մածուցիկության միավորը՝

$$[\eta] = \frac{[F][d]}{[S][v_0]} = \frac{1\,Ն \cdot մ}{1մ^2 \cdot 1\frac{մ}{վ}} = 1\,Պա \cdot վ:$$

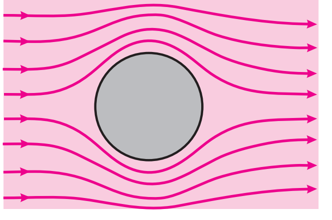
	Ջերմաստիճան, °C	Մածուցիկություն, η, 10^{-3} Պա·վ		Ջերմաստիճան, °C	Մածուցիկություն, η, 10^{-3} Պա·վ
Հեղուկներ			Շարժիչի յուղ	30	200
Ջուր	0 20 100	1,8 1,0 0,3	Գլիցերին	20	1500
			Գազեր		
			Օդ	20	$1{,}8\cdot10^{-2}$
Արյուն	37	4	Ջրածին	0	$0{,}9\cdot10^{-2}$
Էթիլ սպիրտ	20	1,2	Ջրի գոլորշի	100	$1{,}3\cdot10^{-2}$

Այսպիսով՝ միավորների ՄՀ-ում մածուցիկության միավորը 1 Պա·վ է:

3-րդ աղյուսակում ներկայացված են մի քանի հեղուկների և գազերի մածուցիկության տվյալները, ըստ որոնց՝ գազերի մածուցիկությունը հարյուրավոր անգամ փոքր է հեղուկների մածուցիկությունից:

Գործնականում կարևոր այն հարցերը, որոնք վերաբերում են անշարժ հեղուկում կամ գազում շարժվող պինդ մարմնի վրա ազդող ուժերին, որոնք կոչվում են **դիմադրության ուժեր**: Հաճախ, սակայն, ավելի հարմար է դիտարկել անշարժ պինդ մարմնի վրա շարժվող հեղուկի կամ գազի ազդեցությունը. երկու մոտեցումներն էլ, համաձայն Գալիլեյի հարաբերականության սկզբունքի, համարժեք են:

Նախքան նշված հարցերին անդրադառնալը համոզվենք, որ իդեալական հեղուկը դիմադրության ուժով չի ազդում շարժվող պինդ մարմնի վրա: 195-րդ նկարից ակնհայտ է, որ շրջհոսող հեղուկի հոսանքի գծերը համաչափ են դասավորված գնդի նկատմամբ. թե՛ գնդից վերև, թե՛ ներքև հոսանքի գծերի խտությունները, հետևաբար՝ նաև հեղուկի մասնիկների արագությունները նույնն են: Համաձայն Բեռնուլիի օրենքի՝ հեղուկի ճնշումները գնդից ներքև և վերև դարձյալ նույնն են: Ճնշումը նույնն է գնդի ձախ և աջ կողմերում: Հետևաբար՝ մարմնի մակերևույթի առանձին տարրերի վրա ազդող հեղուկի ճնշման ուժերի համազորը զրո է:



Նկ. 195. *Ոչ մածուցիկ հեղուկի հոսանքի գծերը գունդը շրջհոսելիս դասավորված են համաչափ*

Նշանակում է՝ **մարմնի վրա ազդող դիմադրության ուժերը պայմանավորված են հեղուկի մածուցիկությամբ**:

Որպես կանոն՝ տարբերում են հեղուկում պինդ մարմնի վրա ազդող երկու տիպի դիմադրության ուժեր՝ պայմանավորված մածուցիկությամբ (ներքին շփմամբ) և ճնշմամբ: Մածուցիկությամբ պայմանավորված դիմադրության ուժը, ինչպես երևում է (11.8) բանաձևից, կախված է հեղուկի մածուցիկությունից, արագությունից և մարմնի չափերից: Նշանակելով մարմնի բնութագրական չափը l-ով՝ դիմադրության F_υ ուժը կարող ենք ներկայացնել հետևյալ կերպ.

$$F_\upsilon = B\eta^m\upsilon^n l^k, \qquad (11.9)$$

որտեղ B-ն չափազուրկ գործակից է, իսկ m, n և k անհայտ ցուցիչները որոշվում են այն պայմանից, որ (11.9) հավասարության ձախ և աջ մասերի չափայնությունները նույնն են: Դրանք ներկայացնենք մեխանիկական մեծությունների՝ երկարության (L), զանգվածի (M) և ժամանակի (T) չափայնություններով՝ $[F_v] =$ Ն $=$ $=$ կգ$\cdot$մ/վ$^2 = MLT^{-2}$, $[\eta] =$ Պա$\cdot$վ $=$ Ն$\cdot$վ/մ$^2 = ML^{-1}T^{-1}$, $[v] =$ մ/վ $= LT^{-1}$, $[l] =$ մ $= L$, ուրեմն, $MLT^{-2} = (ML^{-1}T^{-1})^m(LT^{-1})^nL^k = M^mL^{-m+n+k}T^{-m-n}$: Հավասարեցնելով ձախ և աջ կողմերում միևնույն միավորների ցուցիչները, կստանանք՝ $m = 1$, $-m+n+k = 1$, $-m-n = -2$, հետևաբար՝ $m = n = k = 1$: Այսպիսով, (11.9) արտահայտությունը կարտահայտվի հետևյալ կերպ.

$$F_v = B\eta v l: \tag{11.10}$$

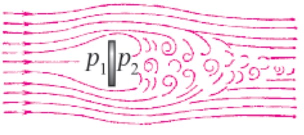
B գործակիցը հաճախ որոշում են փորձնականորեն: Անգլիայի ֆիզիկոս և մաթեմատիկոս Ջորջ Ստոքսը (1819-1903) ցույց է տվել, որ, օրինակ, գնդի համար, որի բնութագրական չափը նրա շառավիղն է՝ $l = R$, $B = 6\pi$: Ուստի՝ հեղուկի մածուցիկությամբ պայմանավորված դիմադրության ուժը գնդի դեպքում արտահայտվում է

$$F_v = 6\pi\eta v R \tag{11.11}$$

բանաձևով, որն անվանում են Ստոքսի բանաձև:

Դիմադրության ուժ կարող է առաջանալ նաև հեղուկում շարժվող մարմնի առջևի և հետևի տիրույթներում ճնշումների տարբերության հետևանքով: Այդ դիմադրության ուժն անվանում են **ճնշման դիմադրության ուժ**, երբեմն **ճակատային դիմադրության ուժ**:

Ճակատային դիմադրության ուժի առաջացման պատճառը մարմնի հետևի տիրույթում առաջացող մրրիկները՝ պտուտահոսանքներն են: Հեղուկի հոսանքն այդ մրրիկները հեռացնում է մարմնից՝ առաջացնելով այսպես կոչված **մրրկաշավիղ** (նկ. 196):



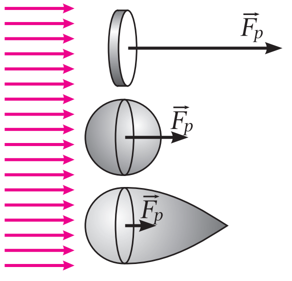
Նկ. 196. *Ճակատային դիմադրության ուժի առաջացումը: Մարմնի հետևի տիրույթում առաջանում է մրրկաշավիղ, որի պատճառով առջևի և հետևի տիրույթներում ճնշումները տարբեր են՝ $p_1 > p_2$:*

Առաջացած մրրիկները խախտում են հեղուկի շրջհոսման համաչափությունը, որի հետևանքով մարմնի առջևում հեղուկի ճնշումը դառնում է ավելի մեծ, քան հետևում՝ $p_1 > p_2$:

Ճակատային դիմադրության ուժը կախված է հեղուկի խտությունից, արագությունից և մարմնի առավելագույն լայնական հատույթի մակերեսից և արտահայտվում է

$$F_p = \gamma S\frac{\rho v^2}{2} \tag{11.12}$$

բանաձևով, որտեղ γ ճակատային դիմադրության գործակիցը կախված է մարմնի ձևից կամ, ինչպես ասում են, մարմնի **շրջհոսելիությունից**: Օրինակ՝ սկավառակի համար $\gamma = 1{,}1 \div 1{,}2$, գնդի համար՝ $\gamma = 0{,}2 \div 0{,}4$, կաթիլաձև մարմնի համար՝ γ . 0,04 (նկ. 197): Այսինքն նույն առավելագույն լայնական հատույթի մակերեսով հոսող հեղուկի՝ կաթիլաձև մարմնի վրա ճակատային դիմադրության ուժը 30 անգամ փոքր է. այս դեպքում ասում են, որ կաթիլն ավելի շրջհոսելի է, քան սկավառակը:



Նկ. 197. *Ճակատային դիմադրության ուժն ամենափոքրն է կաթիլաձև մարմնի համար և ամենամեծը՝ սկավառակի համար:*

Հարցեր և առաջադրանքներ

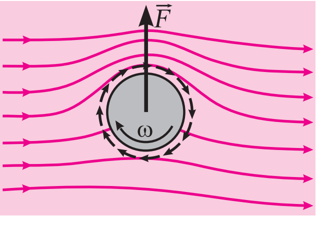
1. Ո՞ր ուժերն են անվանում ներքին շփման կամ մածուցիկության ուժեր: **2.** Ի՞նչ փորձով կարելի է համոզվել, որ հեղուկում առկա են մածուցիկության ուժեր: **3.** Գրե՛ք Նյուտոնի բանաձևը: **4.** Հեղուկի ի՞նչ հատկություն է բնութագրում մածուցիկությունը, և ի՞նչ միավորով է այն արտահայտվում: **5.** Ո՞ր ուժերն են կոչվում դիմադրության ուժեր: **6.** Չափայնությունների մեթոդով արտածե՛ք մածուցիկությամբ պայմանավորված դիմադրության ուժի բանաձևը: Գրե՛ք Ստոքսի բանաձևը: **7.** Որքա՞ն է փոխվում ջրի մածուցիկությունը, երբ ջերմաստիճանը 0 °C-ից դառնում է 100 °C: **8.** Ի՞նչ է ճակատային դիմադրության ուժը: Չափայնությունների մեթոդով ստացե՛ք այդ ուժի բանաձևը: **9.** Ինչի՞ց է կախված ճակատային դիմադրության գործակիցը:

§82. ԻՆՔՆԱԹԻՌԻ ԹԵՎԻ ՎԵՐԱՄԲԱՐՁ ՈՒԺԸ

Հեղուկ կամ գազային միջավայրում շարժվող մարմնի վրա միջավայրի ճնշման ուժերի համազորի՝ շարժման ուղղությանն ուղղահայաց բաղադրիչն անվանում են **վերամբարձ ուժ**:

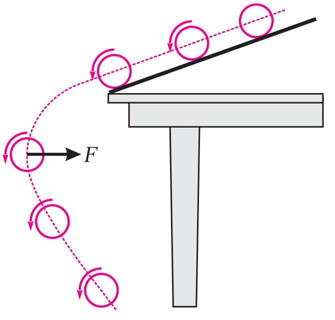
Ինչպես տեսանք (նկ. 196), իդեալական հեղուկում (կամ գազում) շարժվող մարմնի վրա ճնշման ուժ, հետևաբար՝ նաև վերամբարձ ուժ չի առաջանում: Հետևաբար՝ վերամբարձ ուժ կարող է առաջանալ միայն մածուցիկ միջավայրում: Իսկ դրա համար անհրաժեշտ է, որ հեղուկը (գազը) մարմինը շրջհոսի անհամաչափորեն, այսինքն՝ մարմինը շրջհոսող հոսանքի գծերի խտությունը մարմնին ներքևից և վերևից հարող տիրույթներում լինի տարբեր:

Հասկանալու համար, թե ինչպես կարող է հեղուկը (գազը) անհամաչափորեն շրջհոսել մարմինը, դիտարկենք օդում պտտվող գլան, որը միաժամանակ շարժվում է համընթաց: Բայց կարող ենք պատկերացնել, որ գլանը միայն պտտվում է, իսկ օդը շարժվում է ձախից աջ (նկ. 198): Գլանը պտտվելիս մածուցիկ օդը «կպչում» նրա մակերևույթին: Այդ շերտը, ինչպես նաև նրան հարող օդի շերտերը նույնպես շրջապտույտ են կատարում գլանի շուրջը:



Նկ. 198. *Պտտվող գլանի վերամբարձ ուժի առաջացումը (Մագնուսի երևույթը)*

Ինչպես երևում է 198-րդ նկարից, գլանից ներքև օդի հոսանքի (համընթաց շարժվող օդի) և գլանի հետ պտտվող օդի շերտերի արագությունները հակուղղված են: Հետևաբար՝ օդի արդյունարար արագությունը փոքր է օդի հոսանքի արագությունից: Գլանից վերև, ընդհակառակը, այդ արագությունները համուղղված են, և օդի արդյունարար արագությունն ավելի մեծ է, քան գլանից ներքև: Համաձայն Բեռնուլիի օրենքի՝ գլանից ներքև օդի ճնշումն ավելի մեծ է, քան գլանից վերև: Ճնշումների այդ տարբերության շնորհիվ գլանի վրա ազդող համազոր ճնշման F վերամբարձ ուժն ուղղված է դեպի վեր (նկ. 198): Սա էլ

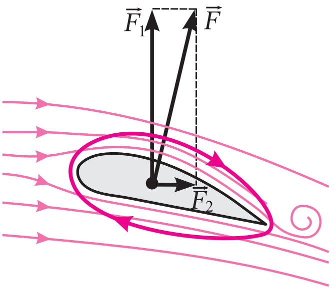


Նկ. 199. *Մագնուսի երևույթը դիտվում է, երբ թեքև գլանը գլորվում է թեք հարթությունից:*

հենց Մագնուսի երևույթն է (Հայնրիխ Մագնուս (1802-1870)՝ գերմանացի ֆիզիկոս և քիմիկոս):

Մագնուսի երևույթը կարելի է դիտել, երբ, օրինակ, ստվարաթղթից պատրաստված թեթև գլանը լած է գլորվում թեք հարթությունից (նկ. 199):

Նման ձևով է առաջանում ինքնաթիռի թևի վերամբարձ ուժը, սակայն ինքնաթիռի թևը շրջհոսող օդի շրջապտույտն ստեղծվում է այլ պատճառներով: Երբ օդը շրջհոսում է ինքնաթիռի թևը, նրա հետևի սուր եզրի մոտ ծագում են մրրիկներ (պտուտահոսանքներ), որոնց մեջ օդի շրջապտույտը տեղի է ունենում ժամսլաքի պտտման հակառակ ուղղությամբ (նկ. 200): Այդ մրրիկները, մեծանալով, այնուհետև պոկվում են թևից: Փոխչեզոքացնելու համար թևից պոկված մրրիկների պտույտը՝ օդի մնացած զանգվածն սկսում է պտտվել հակառակ ուղղությամբ՝ ինքնաթիռի թևի շուրջն առաջացնելով շրջապտույտ ժամսլաքի սլաքների շարժման ուղղությամբ:



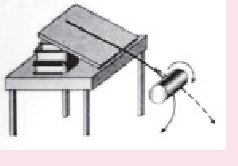
Նկ. 200. *Ինքնաթիռի թևը շրջհոսելիս օդի շրջապտույտի և $\vec{F}_1$ վերամբարձ ուժի առաջացումը. $\vec{F}_2$-ը՝ ճակատային դիմադրության ուժն է:*

Շրջապտույտ կատարող օդի և դեպի թևը շարժվող օդային հոսանքների վերադրման հետևանքով օդի շարժման արագությունը թևից վերև ավելի մեծ է, քան թևից ներքև (նկ. 200):

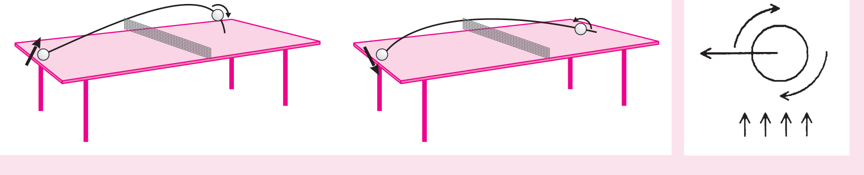
Հետևաբար, համաձայն Բեռնուլիի օրենքի, օդի ճնշումը թևից վերև փոքրանում է, իսկ թևից ներքև՝ մեծանում, որն էլ հանգեցնում է վերամբարձ ուժի առաջացման (նկ. 200):

? Հարցեր և առաջադրանքներ

1. Ո՞ր ուժն է կոչվում վերամբարձ ուժ: **2.** Ինչպիսի՞ հեղուկ կամ գազային միջավայրում է հնարավոր վերամբարձ ուժի առաջացումը: **3.** Ի՞նչ է Մագնուսի երևույթը: Բացատրե՛ք վերամբարձ ուժի առաջացումն այդ երևույթում: **4.** Բացատրե՛ք, թե ինչպես է առաջանում ինքնաթիռի թևի վերամբարձ ուժը: **5.** Սեղանին՝ թեք հարթության վրա, դրեք ստվարաթղթե թեթև գլան (տե՛ս նկարը): Գլորվելով թեք հարթությունից՝ գլանն ընկնում է սեղանից: Պարաբոլաձև հետագծո՞վ է շարժվում արդյոք գլանի ծանրության կենտրոնը: Ինչու՞: **Ցուցում:** *Օգտվելով աջ կողմում պատկերված նկարից՝ համեմատել ընկնող գլանի ձախ և աջ կողմերը շրջհոսող հանդիպակաց օդի շարժման արագությունները և նկատի առնել Բեռնուլիի հավասարումը:*



6. Սեղանի թենիս խաղալիս, երբ թիճակը կտրուկ շարժում են վերև՝ գնդիկը պտտեցնելով 1-ին նկարում պատկերված սլաքի ուղղությամբ, ապա գնդիկի շարժման հետագիծը կտրուկ կորանում է: Ընդհակառակը, թիճակը կտրուկ շարժելով վար՝ գնդիկը պտտեցնելով 2-րդ նկարում պատկերված սլաքի ուղղությամբ՝ գնդիկը շարժման ընթացքում ավելի վեր է բարձրանում, և նրա հետագիծը պակաս թեքավուն է դառնում: Բացատրե՛ք, թե ինչու:



Խնդիրների լուծման օրինակներ

1. $m = 14{,}7$ կգ զանգվածով թագը ջրում կշռում է $P = 131{,}32$ Ն: Ոսկու՞ց է արդյոք թագը, թե՞ ոչ: Ոսկու խտությունը 19300 կգ/մ³ է:

Լուծում: Ջրում թագի P կշիռը օդում թագի P_0 կշռի և ջրում թագի վրա ազդող F_A արքիմեդյան ուժի տարբերությունն է՝ $P = P_0 - F_A = mg - \rho Vg$, որտեղ ρ-ն ջրի խտությունն է: Այստեղից կարող ենք որոշել թագի ծավալը՝ $V = (mg - P)/\rho g$: Թագի խտությունը՝

$$\rho_0 = \frac{m}{V} = \frac{m\rho g}{mg - P} = \frac{1000}{1 - 0{,}91}\frac{\text{կգ}}{\text{մ}^3} \,.\, 11307 \text{ կգ/մ}^3,$$

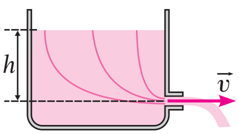
որը համընկնում է կապարի խտությանը:

Պատասխան՝ ակնհայտ է, որ թագը կապարից է:

2. Ինչու՞ է նեղանում խոհանոցի ծորակից դանդաղ հոսող ջրի շիթը:

Լուծում: Համաձայն անընդհատության հավասարման՝ $Sv = const$, որտեղ S-ը ջրի շիթի լայնական հատույթի մակերեսն է, v-ն՝ այդ հատույթով անցնող ջրի հոսքի արագությունը: Քանի որ ընկնելիս ջրի արագությունն աստիճանաբար մեծանում է, ապա, ակներև է, ցած հոսելուն զուգընթաց ջրի շիթի հատույթի մակերեսը պետք է ավելի փոքր դառնա:

3. Լայն անոթում լցված է ջուր, որը, պատին արված նեղ անցքով, ծանրության ուժի ազդեցությամբ, կարող է արտահոսել անոթից: Որոշել ջրի արտահոսման v արագությունը, եթե անցքը ջրի ազատ մակերևույթից h խորությամբ մակարդակում է (նկար): Ջուրը համարել անսեղմելի:



Լուծում: Ըստ խնդրի պայմանի՝ անոթի լայնական հատույթի մակերեսը շատ մեծ է անցքի մակերեսից: Ուստի՝ կարելի է համարել, որ ջրի ազատ մակերևույթի իջնելու արագությունը գրեթե զրո է՝ $v = 0$: Հետևաբար՝ Բեռնուլիի հավասարումը կարտահայտվի հետևյալ կերպ. $\rho gh = \rho v^2/2$, քանի որ ճնշումը ջրի ազատ մակերևույթին և անցքի մոտ նույնն է և հավասար է մթնոլորտային ճնշմանը: Այստեղից ջրի արտահոսման արագությունը՝ $v = \sqrt{2gh}$: Այս բանաձևն անվանում են Տորիչելիի բանաձև:

Պատասխան՝ $v = \sqrt{2gh}$:

4. Գնահատել, թե առնվազն որքա՞ն պետք է լինի ճնշումների պարբերությունը ինքնաթիռի թևի տակ և թևի վրա, որպեսզի ինքնաթիռը մնա օդում:

Լուծում: Ակներև է, որ օդում մնալու համար վերամբարձ ուժը չպետք է փոքր լինի ծանրության ուժից, այսինքն՝ $F \geq mg$, որտեղ m-ն ինքնաթիռի զանգվածն է, F-ը՝ թևի վերամբարձ ուժը՝ $F = \Delta pS$ (S-ը թևերի ընդհանուր մակերեսն է, Δp-ն՝ թևից ներքև և վերև օդի ճնշումների տարբերությունը): Հետևաբար՝ $\Delta pS \geq mg$: Տեղեկատու աղյուսակներից կարելի է գտնել, որ $m \,.\, 200 \cdot 10^3$ կգ, $S \,.\, 300$ մ², հետևաբար՝

$$\Delta p \$ \frac{mg}{S} \,.\, 6{,}7 \$ 10^3 \text{ Պա:}$$

Ինչպես տեսնում ենք, Δp-ն զգալիորեն փոքր է p_0 մթնոլորտային ճնշումից՝ $p_0 \,.\, 10^5$ Պա:

Պատասխան. $6{,}7 \cdot 10^3$ Պա:

ԽՆԴԻՐՆԵՐ

ԳԼՈՒԽ II
ԸՆԴՀԱՆՈՒՐ ՏԵՂԵԿՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ ՇԱՐԺՄԱՆ ՄԱՍԻՆ

1. Շոգենավը հարավային ուղղությամբ անցավ 300 մ, այնուհետև արևմտյան ուղղությամբ՝ 400 մ: Շոգենավի անցած ճանապարհը քանի՞ մետրով է մեծ նրա տեղափոխության մոդուլից:

2. Գնդակն ընկավ 10 մ բարձրությունից, հատակին հարվածելուց հետո հետ թռավ և բռնվեց 5 մ բարձրության վրա: Գնդակի անցած ճանապարհը քանի՞ անգամ է մեծ նրա տեղափոխության մոդուլից:

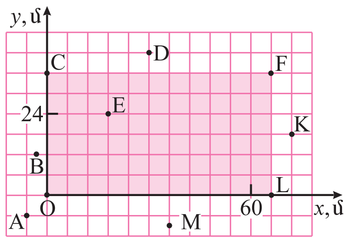
3. Մարմինը հավասարաչափ պտտվում է 10 մ շառավիղ ունեցող շրջանագծով: Հաշվել մարմնի անցած ճանապարհը և տեղափոխության մոդուլը քառորդ պարբերությունից հետո:

4. Ավտոմեքենան շրջադարձ կատարելիս գծում է կիսաշրջանագիծ: Ավտոմեքենայի անցած ճանապարհը քանի՞ անգամ է մեծ այդ նույն ժամանակում նրա տեղափոխության մոդուլից:

5. Նյութական կետի շարժումը ներկայացվում է $x = 2t$ և $y = 8t$ հավասարումներով: Ի՞նչ տեսք ունի նրա շարժման հետագիծը:

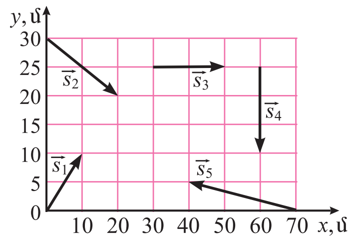
6.* Նյութական կետի շարժումը ներկայացվում է $x = A\sin\omega t$ և $y = A\cos\omega t$ հավասարումներով: Ի՞նչ տեսք ունի նրա շարժման հետագիծը:

7. Նկարում պատկերված է դպրոցամերձ ֆուտբոլի դաշտի պլանը: Որոշեք անկյունային դրոշակների (O, C, F, L), գնդակի (E) և հանդիսատեսների (A, B, D, K, M) կոորդինատները:



Խնդիր 7

8. Նկարում ցույց են տրված հինգ նյութական կետերի տեղափոխությունները: Գտեք տեղափոխությունների վեկտորների պրոյեկցիաները կոորդինատային առանցքների վրա:



Խնդիր 8

9. Մարմինը $x_1 = -1$ մ, $y_1 = 3$ մ կոորդինատներով կետից տեղափոխվում է $x_2 = 4$ մ, $y_2 = -2$ մ կոորդինատներով կետը: Գծեք պարզաբանող գծագիր, ցույց տվեք տեղափոխության վեկտորն ու դրա պրոյեկցիաները կոորդինատային առանցքների վրա:

10. Արշավախումբը շարժվում է՝ կողմնորոշվելով կողմնացույցով: Գնալով 30° ազիմուտով՝ արշավախումբն անցավ 400 մ ճանապարհ, իսկ այնուհետև 0,4 կմ ճանապարհ անցավ 270° ազիմուտով, ապա 200 մ ճանապարհ՝ 0° ազիմուտով: Պատկերեք արշավախմբի շարժման հետագիծը, որոշեք նրա կատարած տեղափոխության մոդուլը և անցած ճանապարհը: (Ազիմուտը դեպի հյուսիս տանող ուղղության ու շարժման ուղղության կազմած անկյունն է՝ հաշված ժամսլաքի պտտման ուղղությամբ):

11. Մարմինը $M_0(x_0, y_0)$ կետից տեղափոխվեց $M(x, y)$ կետը: Որքա՞ն է տեղափոխության մոդուլը՝ արտահայտված M_0 և M կետերի կոորդինատներով:

* Գունավոր թվերով նշված են խորացված հոսքի համար նախատեսված խնդիրները:

12. Հավասարաչափ շարժվող երկու ավտոմեքենաներից մեկը 20 վ-ում անցավ նույն ճանապարհը, ինչ որ երկրորդը՝ 15 վ-ում: Որոշել երկրորդ ավտոմեքենայի արագությունը, եթե առաջինը շարժվում է 24 մ/վ արագությամբ:

13. X առանցքով շարժվող նյութական կետի կոորդինատը ժամանակից կախված փոխվում է $x = 20 - 5t$ օրենքով, որտեղ մեծությունները արտահայտված են ՄՀ-ի համապատասխան միավորներով: Ի՞նչ շարժում է կատարում մարմինը, ո՞ր կետից է սկսել շարժումը, ո՞ր ուղղությամբ է այն շարժվում: Որոշեք մարմնի դիրքը և անցած ճանապարհը շարժումն սկսելուց 4 վ հետո:

14. Երկու մարմինների շարժումները նկարագրվում են $x_1 = 10t$ և $x_2 = 250 - 15t$ հավասարումներով, որտեղ մեծությունները արտահայտված են ՄՀ-ի համապատասխան միավորներով: Ժամանակի ո՞ր պահին կհանդիպեն մարմինները, հաշվարկման սկզբնակետից ի՞նչ հեռավորության վրա: Ժամանակի ո՞ր պահերին նրանց հեռավորությունը կլինի 50 մ:

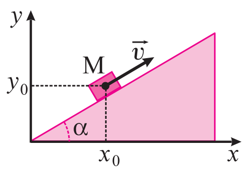
15. Նկարագրեք այն շարժումները, որոնց գրաֆիկները պատկերված են նկարում: Ի՞նչ է նշանակում գրաֆիկների հատման կետը:

16. Նկարում պատկերված են երկու մարմինների շարժման գրաֆիկները: Որքա՞ն է նրանցից յուրաքանչյուրի արագության պրոյեկցիան:

17. Երկու մարմինների շարժման գրաֆիկներից պարզեք, թե ո՞ր մարմնի արագությունն է ավելի մեծ, ի՞նչ են ցույց տալիս x_0-ն և t_0-ն:

18. X առանցքով շարժվող երկու մարմինների շարժման գրաֆիկները պատկերված են նկարում: Մինչև t_0 պահը ո՞ր մարմնի անցած ճանապարհն է ավելի մեծ և ինչու՞: Կհանդիպե՞ն արդյոք մարմինները, եթե շարունակեն շարժումը: Ո՞ր մարմինն ավելի շուտ կհասնի x_0 կետին:

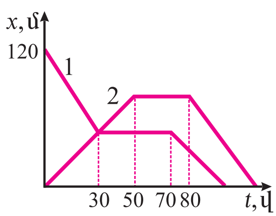
19. Մարմինը $\vec{v}$ հաստատուն արագությամբ M(x_0, y_0) կետից շարժվում է հորիզոնի նկատմամբ α անկյուն կազմող թեք հարթությամբ դեպի վեր: Գտեք մարմնի x և y կոորդինատների՝ ժամանակից կախումն արտահայտող հավասարումները:



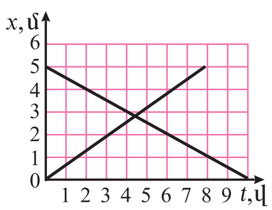
20. 60° անկյան տակ հատվող ճանապարհներով միևնույն 50 կմ/ժ արագությամբ շարժվող ավտոմեքենաների հեռավորությունը խաչմերուկում հանդիպելուց ինչքա՞ն ժամանակ հետո կդառնա 2 կմ:

21. Մի նավահանգստից մյուսը, որոնց հեռավորությունը 120 կմ է, գետի հոսանքի ուղղությամբ ջերմանավն անցնում է 10 ժ-ում և վերադառնում 12 ժ-ում: Որոշեք ջերմանավի և գետի հոսանքի արագությունները:

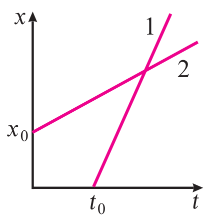
22. Մետրոյի շարժասանդուղքը ուղևորին բարձրացնում է 30 վայրկյանում: Անշարժ շարժասանդուղքով ուղևորը բարձրանում է 1,5 րոպեում: Ինչքա՞ն ժամանակում ուղևորը կբարձրանա շարժվող շարժասանդուղքով:



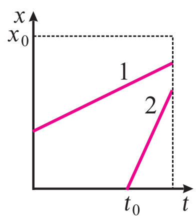
Խնդիր 15



Խնդիր 16



Խնդիր 17



Խնդիր 18

23. Երևանից Ստեփանակերտ ուղղաթիռը համընթաց քամու ուղղությամբ անցնում է 40 ր-ում, իսկ Ստեփանակերտից Երևան՝ 1,6 ժ-ում: Երկու դեպքում էլ քամու արագությունը նույնն է: Որոշեք ուղղաթիռի արագությունը օդի նկատմամբ, եթե քաղաքների հեռավորությունը 200 կմ է:

24. Շոգենավը գետով մի նավահանգստից մյուսն անցնում է 6 օրում, վերադառնում՝ 9 օրում: Քանի՞ օրում կանցնի լաստն այդ հեռավորությունը:

25. Ապացուցե՛ք, որ միևնույն հեռավորությունը գնալն ու վերադառնալը գետով միշտ ավելի երկար է տևում, քան լճով: Երկու դեպքում էլ նավի արագությունը ջրի նկատմամբ նույնն է:

26. Երկու ավտոմեքենա շարժվում են 45° անկյուն կազմող փողոցներով, մեկը 30 մ/վ արագությամբ, մյուսը՝ 20 մ/վ: Որոշեք ավտոմեքենաների հարաբերական արագության մոդուլը:

27. 300 մ երկարությամբ գնացքը շարժվում է ուղղագիծ հավասարաչափ: Ավտոմեքենան գնացքի վերջից մինչև սկիզբը և սկզբից մինչև վերջը գնում և վերադառնում է 37,5 վ-ում՝ 25 մ/վ արագությամբ: Գտեք գնացքի արագությունը:

28. Մոտորանավակը շարժվում է այնպես, որ տեղափոխվում է ափին ուղղահայաց ուղղությամբ: Նավակի արագությունը կանգնած ջրում 1,7 մ/վ է, գետի հոսանքի արագությունը՝ 0,8 մ/վ, գետի լայնությունը՝ 225 մ: Որքա՞ն ժամանակում նավակը կհատի գետը:

29. Մոտորանավակը գետի մի ափից պետք է անցնի մյուս ափը՝ ջրի նկատմամբ մոդուլով հաստատուն արագությամբ: Ի՞նչ ուղղությամբ շարժվելու դեպքում գետանցի ժամանակը կլինի նվազագույնը:

30. Նավամատույցից միաժամանակ շարժվեցին նավակն ու լաստը՝ հակառակ ուղղություններով: 2 ժ անց նավակը հետ դարձավ և հետադարձ ճանապարհին հանդիպեց լաստին: Գտեք հանդիպման վայրի հեռավորությունը նավամատույցից, եթե գետի հոսանքի արագությունը 2 կմ/ժ է:

ԳԼՈՒԽ IV
ՈՒՂՂԱԳԻԾ ԱՆՀԱՎԱՍԱՐԱՉԱՓ ՇԱՐԺՈՒՄ

31. Մինչև նշանակված կետը ձգվող ճանապարհի առաջին կեսն ավտոբուսն անցավ 50 կմ/ժ արագությամբ, իսկ երկրորդ կեսը՝ 60 կմ/ժ արագությամբ: Գտեք ավտոբուսի շարժման միջին ճանապարհային արագությունը:

32. Արշավախումբը երթուղու վրա ծախսված ժամանակի առաջին կեսում շարժվել է 6 կմ/ժ, իսկ երկրորդ կեսում՝ 4 կմ/ժ արագությամբ: Որքա՞ն է արշավախմբի միջին ճանապարհային արագությունն ամբողջ շարժման ընթացքում:

33. Մարմնի շարժման ամբողջ ժամանակը բաժանված է n հավասար ժամանակամիջոցների: Այդ ժամանակամիջոցներում նրա արագությունները, համապատասխանաբար, υ_1, υ_2, ... , υ_n են: Որքա՞ն է մարմնի շարժման միջին ճանապարհային արագությունը:

34. Ավտոբուսը ճանապարհի առաջին 40 մետրն անցավ 4 մ/վ արագությամբ, իսկ հաջորդ 500 մետրը՝ 10 մ/վ արագությամբ: Որքա՞ն է ավտոբուսի միջին ճանապարհային արագությունն ամբողջ ճանապարհին:

35. Գնացքն անցավ 180 կմ ճանապարհ: Այն 1 ժ շարժվել է 80 կմ/ժ արագությամբ, այնուհետև 1,5 ժ ծախսել է կայարանում, իսկ ճանապարհի մնացած մասում շարժվել է 40 կմ/ժ արագությամբ: Որքա՞ն է գնացքի միջին ճանապարհային արագությունն ամբողջ ճանապարհին:

36. Ավտոմեքենան ճանապարհի առաջին կեսում ծախսեց 1,5 անգամ ավելի քիչ ժամանակ, քան երկրորդ կեսում: Ամբողջ ճանապարհին նրա միջին արագությունը 43,2 կմ/ժ է: Որքա՞ն է ավտոմեքենայի միջին արագությունը ճանապարհի յուրաքանչյուր կեսում:

37. Դահուկորդն սկսում է լած սահել սարի գագաթից: Ի՞նչ արագություն ձեռք կբերի նա շարժումն սկսելուց 20 վ անց և ինչքա՞ն ճանապարհ կանցնի այդ ընթացքում, եթե իջնում է 0,5 մ/վ^2 արագացմամբ:

38. Մոտոցիկլավարը, շարժվելով դադարի վիճակից, մայրուղու 1 կմ երկարությամբ հատվածն անցնում է 0,8 մ/վ^2 արագացմամբ: Որոշեք հատվածն անցնելու ժամանակը և արագությունը` հատվածի վերջում:

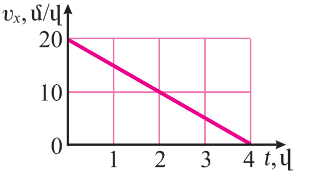
39. Դադարի վիճակից հավասարաչափ արագացող շարժում կատարող մարմինն առաջին վայրկյանում անցավ 10 սմ ճանապարհ: Որքա՞ն ճանապարհ կանցնի մարմինը` ա) առաջին երեք վայրկյանում, բ) երրորդ վայրկյանում:

40. Կայարանից շարժվող գնացքի առաջին վագոնը դիտորդի մոտով անցավ 12 վայրկյանում: Մինչ շարժումը նա այդ վագոնի սկզբնամասում էր: Անտեսելով վագոնների միջև հեռավորությունը և շարժումը համարելով հավասարաչափ փոփոխական` որոշեք, թե ինչքա՞ն ժամանակում կանցնի դիտորդի մոտով` ա) 9 միատեսակ վագոնից կազմված գնացքը, բ) 9-րդ վագոնը:

41. Երկու ավտոմեքենա շարժվեցին կանգառից, մեկը մյուսից 10 վ հետո: I ավտոմեքենայի դուրս գալուց որքա՞ն ժամանակ անց II ավտոմեքենան կհասնի I-ին, եթե երկուսն էլ կատարում են հավասարաչափ արագացող շարժում, ընդ որում, II-ի արագացումը 4 անգամ մեծ է առաջինի արագացումից:

42. Հավասարաչափ արագացող շարժում կատարող գնացքի արագությունն ինչքա՞ն ժամանակում է աճել 12 կմ/ժ-ից մինչև 60 կմ/ժ, եթե այդ ընթացքում գնացքն անցել է 800 մ ճանապարհ:

43. Նկարում պատկերված է X առանցքով հավասարաչափ փոփոխական շարժում կատարող մարմնի արագության պրոյեկցիայի կախումը ժամանակից: Որքա՞ն է մարմնի արագացման պրոյեկցիան շարժման ուղղությամբ:



44. Հաստատուն արագացմամբ շարժվող մարմինը 24 մ ճանապարհն անցավ 2 վ-ում, իսկ հաջորդ 24 մ երկարությամբ հատվածը` 4 վ-ում: Որոշեք մարմնի արագացման պրոյեկցիան շարժման ուղղությամբ:

45. Կայարանից որքա՞ն հեռու պետք է միացնել 54 կմ/ժ արագությամբ շարժվող գնացքի արգելակները, եթե արգելակման արագացումը 0,1 մ/վ^2 է:

46. 15 կմ/ժ արագությամբ շարժվող ավտոմեքենայի արգելակման ճանապարհը 1,5 մ է: Որքա՞ն կլինի արգելակման ճանապարհը 90 կմ/ժ արագության դեպքում: Երկու դեպքում էլ ավտոմեքենայի արագացումը նույնն է:

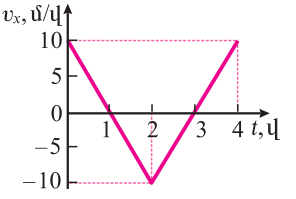
47. 54 կմ/ժ արագությամբ հարավից դեպի հյուսիս գնացող մարմինն սկսում է շարժվել հաստատուն` 0,2 մ/վ^2 արագացմամբ, որն ուղղված է սկզբնական արագության հակառակ ուղղությամբ: Որոշեք մարմնի դիրքը 3 ր անց և այդ ընթացքում նրա անցած ճանապարհը:

48. Մարմինը 30 մ/վ արագությամբ նետում են ուղղաձիգ դեպի վեր: Որքա՞ն ժամանակ անց` ա) մարմինը կընկնի գետին, բ) մարմնի արագության մոդուլը երեք անգամ փոքր կլինի սկզբնական արագության մոդուլից:*

* Այս և հաջորդ խնդիրներում օդի դիմադրությունը անտեսեք:

49. 50 մ/վ արագությամբ ուղղաձիգ դեպի վեր արձակած արկը 3 վ անց հասավ նպատակակետին: Ի՞նչ բարձրությամբ էր նպատակակետը և որքա՞ն էր արկի արագությունը նպատակակետին հասնելու պահին:

50. Նկարում պատկերված է *X* առանցքով շարժվող նյութական կետի արագության պրոյեկցիայի՝ ժամանակից կախման գրաֆիկը: Որոշեք նյութական կետի արագացման պրոյեկցիան ժամանակի (0,2) միջակայքում, նրա անցած ճանապարհը և տեղափոխությունը՝ մինչև 4 վ պահը:



51. Ինչքա՞ն ժամանակում 20 մ բարձրությամբ կամրջից առանց սկզբնական արագության ընկնող քարը կհասնի ջրի մակերևույթին: Ի՞նչ սկզբնական արագություն պետք է հաղորդել քարին, որպեսզի այն հասնի ջրի մակերևույթին 1 վ-ում:

52. Մարմինն ազատ ընկնում է 80 մ բարձրությունից: Որքա՞ն են նրա անկման ժամանակը և տեղափոխության մոդուլն անկման վերջին վայրկյանում:

53. Աղեղից ուղղաձիգ դեպի վեր արձակված նետն ընկավ գետին 6 վ անց: Որքա՞ն են նետի սկզբնական արագությունը և վերելքի առավելագույն բարձրությունը:

54. Գետնից 25 մ բարձրությամբ պատշգամբից գնդակը նետեցին ուղղաձիգ դեպի վեր 20 մ/վ սկզբնական արագությամբ: Գրեք *y* կոորդինատի՝ ժամանակից կախումն արտահայտող բանաձևը, հաշվարկման սկզբնակետ համարելով գետնի մակերևույթը, և որոշեք, թե ինչքան ժամանակ անց գնդակը կընկնի գետին:

ԳԼՈՒԽ V
ԿՈՐԱԳԻԾ ՇԱՐԺՈՒՄ

55. Մարզիկը վազում է շրջանագծով, $v = 5$ մ/վ արագությամբ: Կառուցեք նրա անցած ճանապարհի՝ ժամանակից կախման գրաֆիկը:

56. Որքա՞ն են ժամացույցի ժամ, րոպե և վայրկյան ցույց տվող սլաքների անկյունային արագությունները:

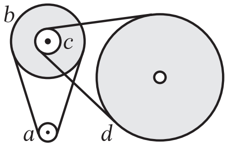
57. Երկրի՝ սեփական առանցքի շուրջը պտտման անկյունային արագությունը քանի՞ անգամ է մեծ Արեգակի շուրջը նրա պտտման անկյունային արագությունից:

58. Հավասարաչափ շրջանագծային շարժում կատարող նյութական կետի պտտման պարբերությունը 4 վ է: Որոշեք այդ կետի պտտման անկյունային և գծային արագությունները, եթե շրջանագծի շառավիղը 5 մ է:

59. 2 մ շառավիղ ունեցող շրջանագծով շարժվող նյութական կետի անցած ճանապարհը որոշվում է $s = 6t$ բանաձևով, որտեղ մեծությունները արտահայտված են ՄՀ-ի համապատասխան միավորներով: Որքա՞ն է կետի անկյունային արագությունը:

60. Շրջանագծով շարժվող նյութական կետի շառավիղ-վեկտորի կազմած անկյունն ընտրված ուղղության հետ որոշվում է $\varphi = 5t$ բանաձևով, որտեղ մեծությունները արտահայտված են ՄՀ-ի համապատասխան միավորներով: Որքա՞ն է շրջանագծի շառավիղը, եթե կետի ճանապարհային արագությունը 10 մ/վ է:

61. Շարժումն a փոկանիվից փոխանցվում է d փոկանիվին նկարում պատկերված երկու փոխանցումների միջոցով: a փոկանիվի պտտման հաճախությունը $20\,վ^{-1}$ է: Անիվների շառավիղները հավասար են՝ $r_a = 8$ սմ, $r_b = 32$ սմ, $r_c = 11$ սմ, $r_d = 55$ սմ: Որոշեք b և c փոկանիվների պտտման հաճախությունը, d փոկանիվի պտտման պարբերությունը և նրա եզրակետի գծային արագությունը:



62. 72 կմ/ժ արագությամբ շարժվող ավտոմեքենան արգելակելիս 25 սմ շառավղով նրա անիվների պտտման անկյունային արագացումը 20 ռադ/վ^2 էր: Որքա՞ն ժամանակից կանգ կառնի ավտոմեքենան: Քանի՞ պտույտ կկատարեն նրա անիվներն այդ ընթացքում: Որքա՞ն կլինի արգելակման ճանապարհը:

63. Երկրի բևեռներով անցնող առանցքով անշարժ հաշվարկման համակարգում որքա՞ն են հասարակածի կետերի գծային արագությունը և կենտրոնաձիգ արագացումը: Երկրի շառավիղը մոտավորապես 6400 կմ է:

64. Լուսինը Երկրի շուրջը պտտվում է 27,3 օրում: Նրա հեռավորությունը Երկրից 384000 կմ է: Հաշվեք Լուսնի կենտրոնաձիգ արագացումը:

65. Գտեք Երկրի՝ Արեգակի շուրջը պտտման գծային արագությունը, եթե Երկրի ուղեծրի շառավիղը (Արեգակ-Երկիր հեռավորությունը) 150000000 կմ է:

66. 50 մ շառավղով շրջանագծով հավասարաչափ շարժվող մարմինը 10 վ-ի ընթացքում պտտվում է 1,57 ռադ անկյամբ: Որոշեք այդ ընթացքում մարմնի անցած ճանապարհը և գծային արագությունը:

67. 3 մ երկարությամբ ձողը հավասարաչափ պտտվում է իր ծայրերից մեկով անցնող առանցքի շուրջը: Մյուս ծայրը շարժվում է 9 մ/վ արագությամբ: Պտտման առանցքից ի՞նչ հեռավորության վրա է ձողի այն կետը, որի գծային արագությունը 3 մ/վ է:

68. Ինքնաթիռը հորիզոնական ուղղությամբ թռչում է 4500 մ բարձրությամբ՝ 250 մ/վ արագությամբ: Մինչ նպատակակետը ի՞նչ հորիզոնական հեռավորությամբ դիրքից պետք է օդաչուն բեռն արձակի, որպեսզի այն հասնի նպատակակետին: Օդի դիմադրությունն անտեսեք:

69. Որոշ բարձրությամբ կետից միաժամանակ հորիզոնական ուղղությամբ միմյանց հակառակ նետում են երկու գնդիկ՝ 2 մ/վ և 4 մ/վ արագություններով: Ինչքա՞ն կլինի գնդիկների հեռավորությունը 4 վ անց:

70. Քարը նետված է հորիզոնական ուղղությամբ: 3 վ անց արագության վեկտորը հորիզոնի նկատմամբ կազմեց 45° անկյուն: Ինչքա՞ն էր այդ պահին քարի արագության մոդուլը: Օդի դիմադրությունն անտեսեք:

71. Գնդակը հրացանի փողից դուրս է թռչում հորիզոնական ուղղությամբ, 800 մ/վ սկզբնական արագությամբ: Թռիչքի ընթացքում ուղղաձիգ ուղղությամբ որքա՞ն կիջնի գնդակը, եթե մինչև նպատակակետ հեռավորությունը 600 մ է: Օդի դիմադրությունն անտեսեք:

ԳԼՈՒԽ VI
ԴԻՆԱՄԻԿԱՅԻ ՀԻՄՈՒՆՔՆԵՐԸ

72. 24 Ն հաստատուն համազոր ուժի ազդեցությամբ 2,5 կգ զանգվածով մարմնի շարժման արագությունը 4 վ-ի ընթացքում դարձավ 45 մ/վ: Ի՞նչ արագությամբ էր շարժվում մարմինը մինչ ուժ կիրառելը:

73. 40 և 50 կգ զանգվածներով երկու չմշկորդ կանգնած են սառույցին: Մի չմշկորդը մյուսին հրում է 10 Ն ուժով: Ի՞նչ արագացումներով են սկսում շարժվել չմշկորդները:

74. 0,5 կգ զանգվածով մարմնի շարժման հավասարումն է՝ $x = 5t + 0{,}8t^2$: Գտե՛ք մարմնի վրա ազդող ուժի պրոյեկցիան շարժման ուղղության վրա:

75. Ավտոմեքենան 10^3 Ն ուժի ազդեցությամբ շարժվում է 0,2 մ/վ^2 արագացմամբ: Ի՞նչ արագացմամբ կշարժվի այն 750 Ն ուժի ազդեցությամբ:

76. Դադարի վիճակում 0,2 կգ զանգվածով մարմնի վրա սկսում է ազդել 0,1 Ն ուժ: Որքա՞ն կլինի այդ մարմնի շարժման արագությունը 5 վ անց:

77. Համեմատե՛ք երկու պողպատե գնդերի բախման ընթացքում շարժման արագացումները, եթե առաջին գնդի շառավիղը 2 անգամ մեծ է երկրորդի շառավղից:

78. F_1 ուժը 2 կգ զանգվածով մարմնին հաղորդում է 2 մ/վ^2 արագացում, իսկ F_2 ուժը 3 կգ զանգվածով մարմնին՝ 1 մ/վ^2: Ի՞նչ արագացում կհաղորդի 4 կգ զանգվածով մարմնին $\vec{F}_1$ և $\vec{F}_2$ ուժերի գումարը, եթե նրանց կազմած անկյունը 90° է:

ԳԼՈՒԽ VII
ԲՆՈՒԹՅԱՆ ՈՒԺԵՐԸ

79. Վերին ծայրն ամրացված ուղղաձիգ զսպանակից կախված է 0,1 կգ զանգվածով ծանրոց: Ծանրոցի տատանումները դադարելուց հետո պարզվեց, որ զսպանակը երկարել է 2 սմ-ով: Ի՞նչ կոշտություն ունի զսպանակը:

80. Երկու միանման սայլակներ, որոնցից յուրաքանչյուրի զանգվածը 0,1 կգ է, իրար են միացվել սեղմված զսպանակով: Զսպանակի երկարությունը (սեղմված վիճակում) 6 սմ է: Զսպանակի կոշտությունը 30 Ն/մ է: Համակարգը ազատ թողնելու պահին սայլակները ձեռք բերեցին 6 մ/վ^2 արագացում: Որոշեք չդեֆորմացված զսպանակի երկարությունը:

81. 100 Ն ուժի ազդեցությամբ ձողի երկարությունը դառնում է 0,82 մ, իսկ 300 Ն ուժի ազդեցությամբ՝ 0,86 մ: Գտեք ձողի կոշտությունը:

82. Ինչպե՞ս կփոխվի երկու գնդերի գրավիտացիոն ձգողության ուժը, եթե նրանց միջև հեռավորությունը մեծացնենք երկու անգամ:

83. Երկրի վրա մարմինները ձգում են միմյանց: Ինչո՞ւ մենք դա չենք նկատում:

84. Երկրի մակերևույթին մարմնի վրա ազդող գրավիտացիոն ուժը քանի՞ անգամ է մեծ մակերևույթից Երկրի շառավղի կեսին հավասար բարձրությամբ կետում նույն մարմնի վրա ազդող գրավիտացիոն ուժից:

85. Երկրի մակերևույթից ի՞նչ հեռավորությամբ կետում տիեզերական ձգողության ուժը 100 անգամ ավելի փոքր է, քան մակերևույթին:

86. Մոլորակի միջին խտությունը $5{,}4 \cdot 10^3$ կգ/մ^3 է, շառավիղը՝ $5 \cdot 10^6$ մ: Որքա՞ն է ազատ անկման արագացումն այդ մոլորակի մակերևույթին:

87. Ի՞նչ ճանապարհ կանցնի առանց սկզբնական արագության ազատ անկում կատարող մարմինն իր շարժման առաջին վայրկյանում, եթե այն սկսում է ընկնել Երկրի շառավղին հավասար բարձրությունից: Քանի՞ անգամ է այդ ճանապարհը փոքր այն ճանապարհից, որ կանցներ մարմինը Երկրի մակերևույթին մոտ բարձրությունից ընկնելիս:

88. Հաշվեք Երկրի մակերևույթից նրա շառավղին հավասար բարձրությամբ Երկրի շուրջը պտտվող տիեզերանավի արագությունը:

89. Հաշվեք Երկրից 300 կմ բարձրությամբ արբանյակի պտտման պարբերությունը:

90. Երկրի երկու արհեստական արբանյակներ պտտվում են շրջանագծային ուղեծրերով: Առաջին արբանյակի բարձրությունը Երկրի մակերևույթից 6400 կմ է: Քանի՞ անգամ է երկրորդ արբանյակի բարձրությունը մեծ առաջինի բարձրությունից, եթե նրա արագությունը 2 անգամ փոքր է առաջինի արագությունից: Քանի՞ անգամ է երկրորդ արբանյակի պտտման պարբերությունը մեծ առաջինի պտտման պարբերությունից:

91. 120 կգ զանգվածով բեռը դրված է դեպի վեր շարժվող վերելակի հատակին և վերջինիս վրա ճնշում է 1440 Ն ուժով: Որոշեք վերելակի արագացման մոդուլը:

92. Հանքահորի վերելակի հատակին 100 կգ զանգվածով բեռ է դրված: Ինչքա՞ն կլինի այդ բեռի կշիռը, եթե վերելակը՝ ա) բարձրանա ուղղաձիգ դեպի վեր ուղղված 0,3 մ/վ^2 արագացմամբ, բ) շարժվի հավասարաչափ, գ) իջնի ուղղաձիգ ներքև ուղղված 0,4 մ/վ^2 արագացմամբ, դ) կատարի ազատ անկում:

93. Ճոպանից կախված սկզբնական արագություն չունեցող 2 կգ զանգվածով բեռը հաստատուն արագացմամբ իջնում է հանքահորի մեջ: Որոշեք բեռի կշիռը, եթե շարժման սկզբից 3 վ անց բեռն անցել է 18 մ ճանապարհ:

94. Որոշեք մոլորակի նյութի միջին խտությունը, եթե նրա վրա օրվա տևողությունը 6 ժ է, իսկ հասարակածում մարմնի կշիռը 10%-ով ավելի փոքր է, քան բևեռում:

95. Հորիզոնական մակերևույթի և 3 կգ զանգվածով չորսուի միջև շփման գործակիցը 0,15 է: Որքա՞ն է չորսուի վրա ազդող շփման ուժը, եթե նրա վրա հորիզոնական ուղղությամբ ազդող ուժի մոդուլը հավասար է ա) 2 Ն, բ) 4 Ն, գ) 5 Ն, դ) 10 Ն:

96. Չափելով հորիզոնական տեղամասում ավտոմեքենայի արգելակման ճանապարհը, ավտոտեսուչը պարզեց, որ այն 40 մ է, և արագությունը գերազանցելու վերաբերյալ արձանագրություն կազմեց: Ճի՞շտ վարվեց արդյոք ավտոտեսուչը, եթե այդ տեղամասում երթևեկության թույլատրելի առավելագույն արագությունը 60 կմ/ժ է: Ավտոմեքենայի անիվների և ճանապարհի միջև շփման գործակիցը 0,5 է:

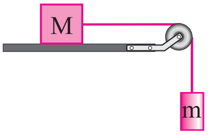
97. Հորիզոնական տեղամասում 8,4 կգ զանգվածով մարմնի վրա ազդում է 40 Ն ուժ, որը հորիզոնի հետ կազմում է 60° անկյուն: Որքա՞ն է մարմնի և հարթության միջև շփման գործակիցը, եթե մարմինը շարժվում է հավասարաչափ:

98. Հորիզանական մայրուղով 90 կմ/ժ արագությամբ սլացող ավտոմեքենան մոտենում է ոլորանին, որի կորության շառավիղը 75 մ է: Նվազագույնը որքա՞ն պետք է փոքրացնել ավտոմեքենայի արագությունը ոլորանն անվտանգ անցնելու համար: Շփման գործակիցը 0,3 է:

99. 2 կգ զանգվածով մարմինն սկսում է սահել 3 մ բարձրություն և 5 մ երկարություն ունեցող թեք հարթության գագաթից: Որքա՞ն է մարմնի վրա ազդող շփման ուժը: Ինչքա՞ն ժամանակ անց այն կհասնի թեք հարթության ստորոտին: Ի՞նչ արագություն կունենա մարմինն այդ պահին: Մարմնի և թեք հարթության միջև շփման գործակիցը 0,3 է:

100. Թեք հարթության երկայնքով դեպի վեր ուղղված ի՞նչ նվազագույն արագություն պետք է հաղորդել մարմնին թեք հարթության ստորոտում, որպեսզի այն հասնի գագաթին: Թեք հարթության երկարությունը 20 մ է, բարձրությունը՝ 12 մ, շփման գործակիցը՝ 0,5:

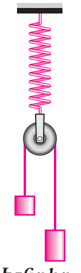
101. Նկարում պատկերված $M = 0{,}4$ կգ զանգվածով չորսուն, $m = 0{,}1$ կգ զանգվածով բեռի ազդեցությամբ դուրս գալով դադարի վիճակից, 2 վ-ում անցնում է 0,8 սմ ճանապարհ: Որքա՞ն է շփման գործակիցը չորսուի և սեղանի միջև:



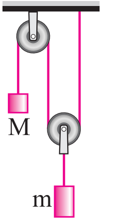
Խնդիր 101

102. Ուժաչափից կախված ճախարակի վրայով թելի ծայրերից կախված են 3 կգ և 1 կգ զանգվածներով բեռներ: Ի՞նչ ուժ է ցույց տալիս ուժաչափը բեռների շարժման ժամանակ: Ճախարակի և թելերի զանգվածներն անտեսել: Ճախարակի առանցքում շփումը բացակայում է:

103. $m = 3$ կգ և $M = 4$ կգ զանգվածներով բեռները կախված են անշարժ և շարժական ճախարակներից կազմված համակարգից: Գտեք թելի լարման ուժը մարմինների շարժման ժամանակ: Ճախարակների և թելերի զանգվածները, ինչպես նաև շփման ուժերն անտեսեք:

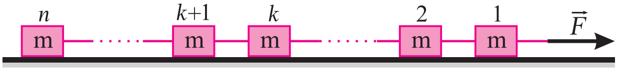


Խնդիր 102



Խնդիր 103

104. Թելերով հաջորդաբար միացված n միատեսակ չորսուներից կազմված համակարգն արագացող շարժման մեջ են դնում՝ առաջին չորսուն ձգելով F ուժով: Որքա՞ն է թելի լարման T ուժը k-րդ և $(k+1)$-երորդ չորսուների միջև:



ԳԼՈՒԽ VIII
ՍՏԱՏԻԿԱ

105. 20 մ երկարությամբ անկշիռ ճոպանի միջնակետից կախված է 3,4 կգ զանգվածով բեռ, որի պատճառով ճոպանը կախ է ընկել 5 սմ-ով: Որոշեք ճոպանում ծագող առաձգականության ուժը:

106. 200 կգ զանգվածով և 5 մ երկարությամբ հեծանի մի ծայրից 3 մ հեռավորությամբ կախված է 250 կգ զանգվածով բեռ: Հեծանը ծայրերով դրված է հենարաններին: Ինչքա՞ն է ճնշման ուժը հենարաններից յուրաքանչյուրի վրա:

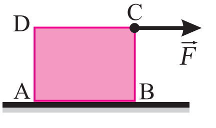
107. 10 կգ զանգվածով և 40 սմ երկարությամբ ձողի ծայրերից կախված են 40 և 10 կգ զանգվածներով բեռներ: Որտե՞ղ պետք է ձողին հենարան դնել, որ այն մնա հավասարակշռության վիճակում:

108. Համասեռ ձողի ծայրից կտրեցին 40 սմ երկարությամբ կտոր: Ո՞ր կողմ և ինչքա՞ն տեղափոխվեց ծանրության կենտրոնը:

109. 10 կգ զանգված ունեցող տախտակին նեցուկ է դրված նրա երկարության 1/4-ի վրա: Տախտակին ուղղահայաց ի՞նչ ուժ պետք է կիրառել նրա կարճ հատվածի ծայրին, որպեսզի տախտակը պահվի հավասարակշռության մեջ:

110. 0,5 կգ զանգվածով համասեռ ձողն իր մի ծայրին ամրացված ծանրոցով կմնա հավասարակշռության մեջ, եթե ձողին նեցուկ դրվի նրա երկարության 1/8-ին հավասար հեռավորությամբ կետում: Որոշեք ծանրոցի զանգվածը:

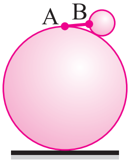
111. Դադարի վիճակում 400 գ զանգվածով համասեռ չորսուի վրա (տես նկարը), որի հաստությունը կարելի է հաշվի չառնել, C կետում ազդում է $F = 2$ Ն ուժը: Որոշեք շփման ուժը և հենարանի հակազդեցության ուժը: BC կողմից որքա՞ն է հեռու հակազդեցության ուժի ազդման գիծը, եթե $AB = 20$ սմ, $BC = 10$ սմ:



112. 30° թեքության անկյուն ունեցող հարթության վրա անշարժ դրված է համասեռ չորսու, որի բարձրությունը 9 սմ է: Ծանրության կենտրոնից ի՞նչ հեռավորությամբ է անցնում հենարանի հակազդեցության ուժը:

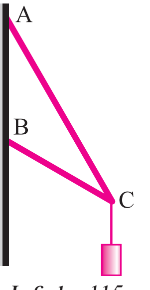
113. 5 սմ շառավղով և 50 գ զանգվածով գնդիկը պահվում է 24 սմ շառավղով անշարժ գնդի վրա, նրա վերին A կետին կապված AB = 7 սմ երկարությամբ անկշիռ թելով (տես նկարը): Որոշեք թելի ձգման ուժը: Շփումն անտեսեք:

114. Երկու գնդեր՝ ալյումինե և ցինկե, հպված են իրար: Որքա՞ն է հպման կետից մինչև համակարգի ծանրության կենտրոնը հեռավորությունը, եթե յուրաքանչյուր գնդի շառավիղը 10 սմ է:



Խնդիր 113

115. Ուղղաձիգ պատին ամրացված AC և BC ձողերի մեկական ծայրերն ամրացված են C կետում, որից, թելի միջոցով, կախված է 100 կգ զանգվածով բեռ: Պատի հետ AC ձողի կազմած անկյունը 30° է, BC ձողի կազմած անկյունը՝ 60° (տես նկարը): Որոշեք ձողերի լարվածության ուժերը: Ձողերի, ինչպես նաև թելի զանգվածը հաշվի չառնել:

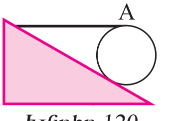


Խնդիր 115

116. 1 կգ զանգվածով և 0,72 մ երկարությամբ համասեռ ձողի ծայրերին ամրացված են 1 կգ և 2 կգ զանգվածներով գնդիկներ: Որքա՞ն է ձողի մեջտեղից մինչև համակարգի զանգվածների կենտրոն հեռավորությունը:

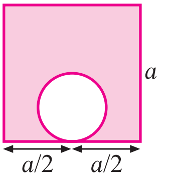
117. 10 և 12 կգ զանգվածներով, 4 ու 6 սմ շառավիղներով երկու համասեռ գնդեր միացված են 2 կգ զանգվածով և 10 սմ երկարությամբ համասեռ ձողով: Գնդերի կենտրոնները են ձողի առանցքի շարունակությունների վրա են: Որոշեք այդ համակարգի ծանրության կենտրոնի դիրքը:

118. 30 սմ երկարությամբ գլանաձև ձողի կեսը երկաթից է, կեսը՝ ալյումինից: Որոշեք ձողի ծանրության կենտրոնի դիրքը:



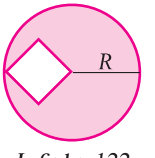
Խնդիր 120

119. 1,7 մ երկարությամբ գլանաձև ձողի մի կեսը երկաթից է, մյուսը՝ կապարից: Երկաթի խտությունը հավասար է կապարի խտության 0,7 մասին: Ձողի կենտրոնից ի՞նչ հեռավորությամբ է գտնվում նրա զանգվածների կենտրոնը:



Խնդիր 121

120. 40 Ն կշռով սկավառակը դրված է թեք տախտակին, որը հորիզոնի հետ կազմում է 30° անկյուն (տես նկարը): Սկավառակը տախտակի վրա անշարժ պահվում է հորիզոնական թելի միջոցով, որի մի ծայրն ամրացված է սկավառակի ամենավերին A կետին, իսկ մյուս ծայրը՝ տախտակին: Որոշեք թելի լարման ուժը:



Խնդիր 122

121. *a* կողմով քառակուսաձև բարակ թիթեղից կտրել-հանել են *a*/4 շառավղով շրջանակ այնպես, որ այն շոշափում է քառակուսու կողմը, ընդ որում, շոշափման կետը կողմի միջնակետն է (տես նկարը): Որոշեք ստացված պատկերի ծանրության կենտրոնի դիրքը:

122. $R = 105{,}6$ սմ շառավղով բարակ շրջանաձև թիթեղից կտրել-հանել են քառակուսի այնպես, ինչպես ցույց է տրված նկարում: Որոշեք ստացված պատկերի ծանրության կենտրոնի կոորդինատները:

123. Ինչ-որ ուժի ազդեցությամբ հավասարաչափ արագացող շարժում կատարող մարմնի արագությունը 3 մ/վ-ից աճում է մինչև 5 մ/վ: Այդ ուժի աշխատանքը 200 Ջ է: Որքա՞ն է մարմնի զանգվածը:

124. Դադարի վիճակում 0,02 կգ զանգվածով մարմնի վրա 10 վ-ի ընթացքում ազդում է 0,001 Ն ուժ: Ի՞նչ կինետիկ էներգիա է ձեռք բերում մարմինը:

125. Հորիզոնի նկատմամբ անկյան տակ նետված 2 կգ զանգվածով մարմինը նետման պահին ունի 400 Ջ կինետիկ էներգիա: Հետագծի վերին կետում նրա կինետիկ էներգիան 150 Ջ է: Ի՞նչ սկզբնական արագությամբ և ի՞նչ անկյան տակ է նետվել մարմինը: Օդի դիմադրությունն անտեսեք:

126. Մարմնին Երկրի մակերևույթից հաղորդում են ուղղաձիգ դեպի վեր ուղղված արագություն, որը հավասար է առաջին տիեզերական արագությանը: Երկրի մակերևույթից ի՞նչ առավելագույն բարձրության կհասնի մարմինը: Օդի դիմադրությունն անտեսեք:

127. Առանց սկզբնական արագության ազատ անկում կատարելիս 200 գ զանգվածով մարմնի վրա ազդող ծանրության ուժի աշխատանքը 2,5 Ջ է: Ի՞նչ բարձրությունից է ընկել մարմինը և որքա՞ն է մարմնի արագությունը գետնին հարվածելու պահին:

128. 1 կգ զանգվածով մարմինն ուղղաձիգ դեպի վեր ուղղված 10,8 Ն ուժով բարձրացնում են 50 մ: Որոշեք մարմնի վերջնական արագությունը:

129. 3 կգ զանգվածով գունդը 3 մ բարձրությունից ընկնում է զսպանակի վրա և սեղմում այն: Որքա՞ն է զսպանակի առավելագույն սեղմման չափը, եթե նրա կոշտությունը 700 Ն/մ է: Զսպանակի զանգվածը հաշվի չառնել:

130. Որքա՞ն է երկու մարմինների իմպուլսների գումարի մոդուլը, եթե իմպուլսները փոխուղղահայաց են, իսկ մոդուլները հավասար են 3 կգմ/վ և 4 կգմ/վ:

131. 145 գ զանգվածով գնդակը 30 մ/վ արագությամբ ուղղահայաց հարվածում է պատին և հակառակ ուղղությամբ հետ թռչում 20 մ/վ արագությամբ: Որքա՞ն է գնդակի վրա պատի ազդող ուժի իմպուլսը: Որքա՞ն է գնդակի վրա պատի ազդող միջին ուժը, եթե հարվածի տևողությունը 0,01 վ է:

132. 0,5 կգ զանգվածով կապարե գունդը, շարժվելով 10 մ/վ արագությամբ, բախվում է 200 գ զանգվածով անշարժ մոմե գնդին: Որքա՞ն է գնդերի համատեղ շարժման կինետիկ էներգիան:

133. Նավակում նստած մարդը հորիզոնի նկատմամբ 30° անկյան տակ 10 մ/վ արագությամբ նետում է 1 կգ զանգվածով քարը: Նավակի և մարդու ընդհանուր զանգվածը 100 կգ է: Որքա՞ն է նավակի արագությունը քարը նետելուց անմիջապես հետո:

134. Հորիզոնական ուղղությամբ քարը նետելուց հետո սառույցի վրա կանգնած չմշկորդն անցավ 0,3 մ ճանապարհ և կանգ առավ: Ի՞նչ արագությամբ է նետվել քարը, եթե չմշկորդի զանգվածը 20 անգամ մեծ է քարի զանգվածից, իսկ չմուշկների և սառույցի միջև շփման գործակիցը 0,015 է: Համարեք՝ $g = 10$ մ/վ^2:

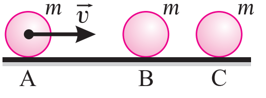
135. Հորիզոնական ուղղությամբ 20 մ/վ արագությամբ թռչող արկի պայթյունից, որից առաջացան 10 կգ և 5 կգ զանգվածներով երկու բեկորներ: Փոքր բեկորը շարունակեց թռչել նույն ուղղությամբ՝ 90 մ/վ արագությամբ: Որքա՞ն է մեծ բեկորի արագությունը և ինչպե՞ս է այն ուղղված:

136. m զանգվածով մարմինը շարժվում է $\vec{v}$ արագությամբ: Δt ժամանակամիջոցում նրանից անջատված մասնիկների զանգվածների գումարը՝ $\Delta m << m$: Յուրաքանչյուր մասնիկի արագությունը մարմնի նկատմամբ $\vec{u}$ է: Որոշեք մարմնի վրա ազդող ռեակտիվ ուժը, եթե $u = 2$ կմ/վ, $\Delta m/\Delta t = 100$ կգ/վ:

137. Որքա՞ն է հրթիռի արագացումն արձակման պահին, երբ նրա զանգվածը 40 տ է, արտանետված գազերի արագությունը հրթիռի նկատմամբ՝ 4000 մ/վ, իսկ վառելիքի ծախսը՝ 200 կգ/վ:

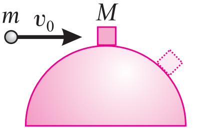
138. Հրթիռի զանգվածը յուրաքանչյուր վայրկյանում փոքրանում է 200 կգ-ով, իսկ նրանից արտանետված գազերի արագությունը Երկրի նկատմամբ 1 կմ/վ է: Ի՞նչ արագությամբ է շարժվում հրթիռն այդ պահին, եթե նրա շարժիչների քարշի ուժը 600 կՆ է:

139. A գունդը, շարժվելով B և C անշարժ գնդերի կենտրոնները միացնող ուղղի երկայնքով 6 մ/վ արագությամբ, հարվածում է B գնդին: Որոշեք գնդերի արագությունները՝ նրանց առաձգական բախումներից հետո: Շփումն անտեսեք:



140. 1 մ/վ արագությամբ շարժվող բիլիարդի գունդը հարվածում է նույնպիսի անշարժ գնդին և թռչում իր սկզբնական ուղղության հետ 60° անկյուն կազմող ուղղությամբ: Ի՞նչ անկյան տակ և ի՞նչ արագությամբ կթռչի երկրորդ գունդը: Գնդերի բախումը համարել բացարձակ առաձգական:

141. Հորիզոնական ուղղությամբ v_0 արագությամբ թռչող m զանգվածով գնդակը հարվածում է R շառավղով կիսագնդի գագաթին դրված M զանգվածով անշարժ մարմնին և խրվում նրա մեջ (տես նկարը), որի հետևանքով մարմինն սկսում է սահել դեպի ներքև: Կիսագնդի հիմքից ի՞նչ բարձրությունում մարմինը կպոկվի կիսագնդից: Որքա՞ն կլինի մարմնի արագությունը կիսագնդից պոկվելու պահին: Գնդակի արագության ի՞նչ արժեքների դեպքում մարմինը կիսագնդից կպոկվի նրա գագաթում:



ԳԼՈՒԽ X
ՄԵԽԱՆԻԿԱԿԱՆ ՏԱՏԱՆՈՒՄՆԵՐ ԵՎ ԱԼԻՔՆԵՐ

142. Լարի մի կետի չմարող տատանումների լայնույթը 1 մմ է, հաճախությունը՝ 1 կՀց: Ի՞նչ ճանապարհ կանցնի այդ կետը 0,2 վ-ում:

143. Ճոճանակը 1 ր 40 վ-ում կատարեց 50 տատանում: Գտե՛ք տատանումների պարբերությունը, հաճախությունը և շրջանային հաճախությունը:

144. Շարժման հավասարումն ունի $x = 0{,}06\cos 100\pi t$ տեսքը, որտեղ մեծություններն արտահայտված են ՄՀ-ի համապատասխան միավորներով: Ինչքա՞ն են տատանումների լայնույթը, հաճախությունը և պարբերությունը:

145. Մոծակի թևերի տատանումների հաճախությունը 600 Հց է, իսկ կրետի թևերի տատանումների պարբերությունը՝ 5 մվ: Թռիչքի ժամանակ այդ միջատներից ո՞րը և որքա՞ն ավելի շատ է թափահարում թևերը 1 րոպեի ընթացքում:

146. Որքա՞ն ժամանակում ներդաշնակ տատանումներ կատարող մարմինը, հավասարակշռության դիրքից հաշված, կանցնի $\sqrt{3}A/2$ ճանապարհ, որտեղ A-ն տատանումների լայնույթն է: Տատանումների պարբերությունը 0,6 վ է:

147. Զսպանակին ամրացված բեռը տատանվում է ինչ-որ ուղղի երկայնքով: Տատանումների լայնույթը 2 սմ է, իսկ պարբերությունը՝ 2 վ: Սկզբնական

պահին բեռն անցնում է հավասարակշռության դիրքով: Որոշեք բեռի արագության և արագացման պրոյեկցիաները 0,25 վ անց:

148. Մասնիկն x առանցքի երկայնքով, $x = 0$ հավասարակշռության դիրքի շուրջը տատանվում է ներդաշնակորեն: Տատանումների հաճախությունը 4 Հց է: Հավասարակշռության դիրքով անցնելուց նվազագույնը որքա՞ն ժամանակ անց մասնիկի հեռավորությունն այդ դիրքից կլինի 2,5 սմ, իսկ արագության մոդուլը՝ 1 մ/վ:

149. 10 գ զանգվածով փոքրիկ մարմինը կատարում է 0,2 Հց հաճախությամբ ներդաշնակ տատանումներ: Տատանումների լայնույթը 5 սմ է: Որոշեք մարմնի վրա ազդող առավելագույն ուժը և այդ մարմնի լրիվ մեխանիկական էներգիան:

150. Ճոճանակավոր ժամացույցը Երկրի մակերևույթին ցույց է տալիս ճշգրիտ ժամանակը: 1 օրում որքա՞ն հետ կընկնի այդ ժամացույցը, եթե այն հանենք վեր՝ Երկրի շառավղին հավասար բարձրությամբ:

151. Մաթեմատիկական ճոճանակի թելի որքա՞ն մասը պետք է կտրել, որպեսզի ճոճանակը Երկրի մակերևույթից 10 կմ բարձրությամբ վեր հանելիս տատանումների պարբերությունը չփոխվի:

152. Քանի՞ անգամ փոխվեց տատանվող ճոճանակի լրիվ մեխանիկական էներգիան, եթե նրա երկարությունը փոքրացավ 3 անգամ, իսկ լայնույթը մեծացավ 2 անգամ:

153. 80 կգ զանգվածով մարդը ճոճվում է ճլորթիով: Նրա տատանման լայնույթը 1 մ է: 1 ր-ի ընթացքում նա կատարում է 15 տատանում: Գտե՛ք կինետիկ և պոտենցիալ էներգիաները 1/12 պարբերությունից հետո:

154. 1 կՆ/մ կոշտությամբ զսպանակից կախված բեռը տատանվում է 2 սմ լայնույթով: Գտե՛ք կինետիկ և պոտենցիալ էներգիաները $\pi/3$ ռադ փուլում:

155. Սեղանի հորիզոնական մակերևույթին դրված զսպանակի մի ծայրն անշարժ ամրացված է, իսկ մյուս՝ ծայրին ամրացված է 10 կգ զանգվածով չորսու: Հրացանից արձակված 10 գ զանգվածով գնդակը, որը 500 մ/վ արագությամբ թռչում էր զսպանակի առանցքի երկայնքով, բախվում է չորսուին և խրվում նրա մեջ: Չորսուն, գնդակի հետ միասին, սկսում է տատանվել այդ դիրքի շուրջը 10 սմ լայնույթով: Որոշեք չորսուի տատանումների պարբերությունը: Շփումը և օդի դիմադրությունը հաշվի չառնել:

156. Զսպանակավոր ճոճանակներից մեկի էներգիան ութ անգամ ավելի մեծ է, քան մյուսինը, իսկ կոշտությունը՝ երկու անգամ: Որոշեք այդ ճոճանակների տատանումների լայնույթների հարաբերությունը:

157. Մաթեմատիկական ճոճանակը կատարում է ներդաշնակ տատանումներ: Կմեծանա՞, թե՞ կփոքրանա տատանումների լայնույթը և քանի՞ անգամ, եթե թելը կարճացնենք երկու անգամ՝ չփոխելով ճոճանակի լրիվ մեխանիկական էներգիան:

158. Զսպանակավոր ճոճանակը հանեցին հավասարակշռության վիճակից և բաց թողեցին: Որքա՞ն ժամանակ անց (պարբերությամբ արտահայտված) տատանվող մարմնի կինետիկ էներգիան հավասար կլինի դեֆորմացված զսպանակի պոտենցիալ էներգիային:

159. Նյութական կետը կատարում է T պարբերությամբ ներդաշնակ տատանումներ x առանցքի երկայնքով: Ժամանակի սկզբնական պահին կետն անցել է կոորդինատական սկզբնակետով: Ժամանակից կախված՝ ինչպե՞ս է փո-

փոխվում նյութական կետի պոտենցիալ և կինետիկ էներգիաների հարաբերությունը:

160. Ձայնն անդրադարձնող արգելքի հեռավորությունը 680 մ է: Որքա՞ն ժամանակ անց մարդը կլսի արձագանքը, եթե ձայնի արագությունն օդում 340 մ/վ է:

161. Որոշեք 200 Հց հաճախությամբ ձայնի աղբյուրի առաջացրած ձայնային ալիքի երկարությունը հեղուկում: Ձայնի արագությունն այդ հեղուկում 1450 մ/վ է:

162. Ձկնորսը նկատեց, որ 10 վ-ի ընթացքում լողանն ալիքների վրա կատարեց 20 տատանում: Որքա՞ն է ալիքների տարածման արագությունը, եթե ալիքի երկարությունը 1,2 մ է:

163. Քարն ազատ ընկնում է հանքահորի մեջ: 11,225 վ անց լսվում է հանքահորի հատակին քարի հարվածելու ձայնը: Որոշեք հանքահորի խորությունը: Ձայնի տարածման արագությունն օդում համարեք 400 մ/վ:

164. Ալիքը տարածվում է x առանցքի ուղղությամբ: Միջավայրի երկու մասնիկ, որ x առանցքի վրա են, և որոնց կոորդինատներն են՝ 5 մ և 5,5 մ, տատանվում են $\pi/5$ ռադ փուլերի տարբերությամբ: Որոշեք ալիքի երկարությունը:

165. ν հաճախությամբ ձայնի ալիքի երկարությունն առաջին միջավայրում λ_1 է, իսկ երկրորդում՝ λ_2: Ինչպե՞ս է փոխվում ձայնի տարածման արագությունը առաջին միջավայրից երկրորդն անցնելիս, եթե $\lambda_1 = 2\lambda_2$:

166. Գրել ալիքի հավասարումը, եթե միջավայրի մասնիկները տատանվում են $\nu = 1{,}5$ կՀց հաճախությամբ: Այդ հաճախությանը համապատասխանող ալիքի երկարությունը՝ $\lambda = 20$ սմ: Միջավայրի մասնիկների առավելագույն շեղումը հավասարակշռության դիրքից $n = 200$ անգամ փոքր է ալիքի երկարությունից:

167. Օ՛Հենրիի պատմվածքներից մեկի հերոսը ոտքով այնպես է հարվածում խոճկորին, որ վերջինս դուրս է թռչում՝ «առաջ անցնելով սեփական ճղճղոցի ձայնից»: Առնվազն ի՞նչ F ուժով պետք է խոճկորին հարվածեր պատմվածքի հերոսը, որ նկարագրված դեպքը, իրոք, տեղի ունենար: Համարել, որ խոճկորի զանգվածը՝ $m = 5$ կգ, հարվածի տևողությունը՝ $t = 0{,}01$ վ, ձայնի արագությունը օդում՝ 330 մ/վ:

168. Ծովում, մակերևույթին մոտ, պայթեց ռումբը: Նավում տեղադրված սարքերը ջրով տարածվող ձայնային ալիքը գրանցեցին 45 վ ավելի շուտ, քան օդով տարածվող ալիքը: Նավից ի՞նչ հեռավորությամբ էր պայթեցվել ռումբը: Համարեք, որ օդում ձայնի արագությունը 330 մ/վ է, իսկ ջրում՝ 1430 մ/վ:

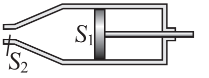
169. 220 Հց հաճախությամբ ձայնային ալիքն օդում տարածվում է 330 մ/վ արագությամբ: Որքա՞ն է ձայնային ալիքի երկարությունը: Ինչքա՞ն ժամանակում ալիքի փուլը տարածության տրված կետում կփոխվի 90°-ով: Որքա՞ն է իրարից 6,3 սմ հեռավորությամբ օդի երկու մասնիկների տատանումների փուլերի տարբերությունը:

ԳԼՈՒԽ XI
ՀԵՂՈՒԿՆԵՐԻ ԵՎ ԳԱԶԵՐԻ ՄԵԽԱՆԻԿԱՅԻ ՏԱՐՐԵՐ

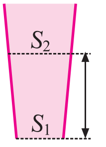
170. Անոթը մասամբ լցված է սնդիկով, մասամբ՝ ձեթով: Գունդը լողում է հեղուկների բաժանման սահմանին կիսով չափ ընկղմված սնդիկի, կիսով չափ՝ ձեթի մեջ: Որոշեք գնդի նյութի խտությունը: Սնդիկի խտությունը 13600 կգ/մ³ է, ձեթի խտությունը՝ 900 կգ/մ³:

171. Պղնձի և արծաթի համաձուլվածքի կտորն օդում կշռում է 2,94 Ն, իսկ ջրում 2,646 Ն: Որքա՞ն արծաթ և պղինձ է պարունակվում համաձուլվածքում:

172. Ներարկիչի մխոցի մակերեսը՝ $S_1 = 2$ սմ^2, իսկ անցքի մակերեսը՝ $S_2 = 1$ մմ^2: Որքա՞ն ժամանակում ջուրը դուրս կհոսի ներարկիչից, եթե մխոցին գործադրվի $F = 8$ Ն ճնշման ուժ, և մխոցը տեղափոխվի $l = 5$ սմ-ով (տես նկարը):



173. Ուղղաձիգ դիրք ունեցող երկար խողովակն ունի հատած կոնի ձև (տես նկարը), որի ստորին՝ նեղ մասից, որի հատույթի մակերեսը 1,5 սմ^2 է, յուրաքանչյուր րոպեում արտահոսում է 60 լ ծավալով ջուր: Որքա՞ն է խողովակի՝ 2 մ բարձրությամբ հատույթի մակերեսը:



174. Սուզանավի խորությունը ծովի մակերևույթից 100 մ է: Սուզանավի իրանին բացված անցքից ի՞նչ արագությամբ է ջուրը ներս մղվում: Որքա՞ն ջուր կլցվի սուզանավի ներսը 1 ժամում, եթե անցքի տրամագիծը 2 սմ է: Օդի ճնշումը սուզանավում հավասար է մթնոլորտային ճնշմանը:

175. $\upsilon = 18$ կմ/ժ արագությամբ շարժվող նավակից ուղիղ անկյունով ծռված մի խողովակ են իջեցնում ջրի մեջ այնպես, որ ջրի մեջ եղած մասը լինի հորիզոնական, իսկ առանցքը՝ ուղղված շարժման կողմը: Խողովակի մյուս մասը, որն օդում է, ուղղաձիգ է: Լճի մակարդակի համեմատ որքա՞ն կբարձրանա ջուրը խողովակում:

176. Ջրատար խողովակի պատին առաջացած անցքից, որի մակերեսը 4 մմ^2 է, ջուրը ցայտում է ուղղաձիգ դեպի վեր՝ հասնելով 80 սմ բարձրության: Որքա՞ն ջուր է արտահոսում մեկ օրվա ընթացքում:

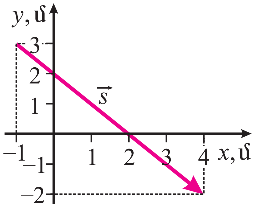
177. Լայն անոթում լցված ջրի մակարդակն ունի H բարձրություն: Ջրի վրա ավելացնում են h բարձրությամբ ձեթի շերտ: Ի՞նչ υ արագությամբ կհոսի ջուրն անոթի հատակին բացված անցքից: Ջրի խտությունը ρ_1 է, ձեթինը՝ ρ_2: Անոթում ջրի մակարդակի իջեցումն անտեսեք:

178. Ջրով լցված անոթը կախված է մի ծայրով առաստաղին ամրացված թելից: Անոթում ջրի մակարդակի բարձրությունը h է: Որքա՞ն կփոխվի թելի ձգման ուժը, եթե անոթի հատակին բացված անցքից ջուրը սկսի դուրս հոսել: Անցքի մակերեսը S է, ջրի խտությունը՝ ρ:

ԽՆԴԻՐՆԵՐԻ ՊԱՏԱՍԽԱՆՆԵՐ

ԳԼՈՒԽ II

1. 200 մ:
2. 3:
3. 15,7 մ, 14,1 մ:
4. 1,57:
5. Հետագիծն ուղիղ գիծ է:
6. Հետագիծը շրջանագիծ է, որի շառավիղը A է:
7. O(0, 0), C(0, 36), F(66, 36), L(66, 0), E(18, 24), A(–6, –6), B(–3, 12), D(30, 42), K(72, 18), M(36, –9):
8. (10, 10), (20, –10), (20, 0), (0, –15), (–30, 5):
9. Տեղափոխության վեկտորը պատկերված է նկարում, $S_x = 5$մ, $S_y = -5$մ:



10. $s = 1$ կմ, $|\vec{s}|$. 583 մ
11. $\sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}$:

ԳԼՈՒԽ III

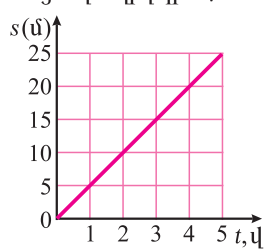
12. 32 մ/վ:
13. Ուղղագիծ հավասարաչափ շարժում, $x_0 = 20$ մ կոորդինատով կետից, կոորդինատային առանցքի բացասական ուղղությամբ, կոորդինատների սկզբնակետում, 20 մ:
14. 10 վ, 100 մ, 8 վ, 12 վ:
16. –0, 5 մ/վ, 0,625 մ/վ:
19. $x = x_0 + vt\cos\alpha$, $y = y_0 + vt\sin\alpha$:
20. 2,4 ր:
21. 11 կմ/ժ, 1 կմ/ժ:
22. 22,5 վ:
23. 212,5 կմ/ժ:
24. 36 օր:
26. 21,2 մ/վ:
27. 15 մ/վ:
28. 2,5 ր:
29. Ջրի նկատմամբ արագությունը պետք է լինի ափին ուղղահայաց:
30. 8 կմ:

ԳԼՈՒԽ IV

31. 54,5 կմ/ժ:
32. 5 կմ/ժ:
33. $(v_1 + v_2 + ... + v_n)/n$:
34. 9 մ/վ:
35. 36 կմ/ժ:
36. 15 մ/վ, 10 մ/վ:
37. 10 մ/վ, 100 մ:
38. 50 վ, 40 մ/վ:
39. 0,9 մ, 0,5 մ:
40. 36 վ, 2,1 վ:
41. 20 վ:
42. 80 վ:
43. –5 մ/վ^2:
44. –2 մ/վ^2:
45. 1125 մ :
46. 54 մ:
47. Սկզբնական դիրքից 540 մ դեպի հարավ: 1665 մ:
48. 6 վ, 2 վ, 4 վ:
49. 105 մ, 20 մ/վ:
50. –10 մ/վ^2, 20 մ, 0:
51. 2 վ, 15 մ/վ:
52. 4 վ, 35 մ:
53. 30 մ/վ, 45 մ:
54. $y = 25 + 20t - 5t^2$, 5վ:

ԳԼՈՒԽ V

55. Կոորդինատների սկզբնակետով անցնող ուղիղ գիծ է



56. 0,0001 ռադ/վ, 0,0017 ռադ/վ, 0,105 ռադ/վ:
57. 365:
58. 1,57 ռադ/վ, 7,85 մ/վ:
59. 3 ռադ/վ:

60. 2 մ:
61. 5 վ$^{-1}$, 5վ$^{-1}$, 1 վ, 3,5 մ/վ:
62. 4 վ, 25,5 պտ., 40 մ:
63. 465 մ/վ; 0,03 մ/վ^2:
64. 0,0027 մ/վ^2:
65. 29,9 կմ/վ:
66. 78,5 մ; 7,85 մ/վ:
67. 1 մ:
68. 7576 մ:
69. 24 մ:
70. 41,6 մ/վ:
71. 2,76 մմ:

ԳԼՈՒԽ VI

72. 6,6 մ/վ:
73. 0,25 մ/վ^2, 0,20 մ/վ^2:
74. 0,8 Ն:
75. 0,15 մ/վ^2:
76. 2,5 մ/վ:
77. երկրորդ գնդի արագացումը 8 անգամ մեծ է առաջինից:
78. 1,25 մ/վ^2:

ԳԼՈՒԽ VII

79. 49 Ն/մ:
80. 0,08 մ:
81. 5000 Ն/մ:
82. Կփոքրանա 4 անգամ:
84. 2,25:
85. 9R (R-ը Երկրի շառավիղն է):
86. 7,5 մ/վ:
87. 1,2 մ, 4 անգամ:
88. 5,6 կմ/վ:
89. 1,51 ժ:
90. 7: 8:
91. 2,2 մ/վ^2:
92. ա) 1010 Ն, բ) 980 Ն, գ) 940 Ն, դ) 0:
93. 11,6 Ն:
94. 3027 կգ/մ^3:
95. 2 Ն, բ) 4 Ն, գ) 4,7 Ն, դ) 4,7 Ն:
96. Այո, վարորդը գերազանցել էր սահմանային արագությունը 11,3 կմ/ժ-ով:
97. 0,4:
98. 36,5 կմ/ժ-ով:
99. 4,7 Ն, 1,7 վ, 6 մ/վ:
100. 19.8 մ/վ:
101. 0,2:
102. 29,4 Ն:
103. 22 Ն:
104. $T = (n - k)F/n$

ԳԼՈՒԽ VIII

105. 3332Ն:
106. 2450 Ն, 1960 Ն:
107. Ձողի մեջտեղից 10 սմ-ով դեպի ծանր բեռը:
108. 20 սմ-ով դեպի մյուս ծայրը:
109. 98 Ն:
110. 1,5 կգ:
111. 2 Ն, 4 Ն, 5 սմ:
112. 2,6 սմ:
113. 0, 245 Ն:
114. 4,5 սմ:
115. 980 Ն, 1,7 կՆ:
116. 0,09 մ:
117. Ձողի մեջտեղից 1,75 սմ-ով դեպի մեծ գունդը:
118. Ձողի մեջտեղից 3,64 սմ հեռավորությամբ:
119. 0,075 մ:
120. 10,7 Ն:
121. $y_c = \pi a/4(16 - \pi)$: Քառակուսու կենտրոնից 0,06a-ով վերև:
122. 10 սմ:

ԳԼՈՒԽ IX

123. 25 կգ
124. 2,5·10^{-3} Ջ
125. 20 մ/վ, 52°
126. 6,4·10^6 մ
127. 1,3 մ, 5 մ/վ
128. 10 մ/վ
129. 0,55 մ
130. 5 կգմ/վ
131. 7,25 Նվ, 725 Ն
132. 18 Ջ
133. 0,09 մ/վ
134. 6 մ/վ

135. 15 մ/վ, փոքր բեկորի արագությանը հակառակ:

136. 0,2 ՄՆ

137. 10,2 մ/վ^2

138. 2 կմ/վ

139. $\upsilon_A = 0$, $\upsilon_B = 0$, $\upsilon_C = 6$ մ/վ

140. 30°, 0,87 մ/վ

141. $H = \frac{2}{3}R + \frac{1}{3g}\left(\frac{m}{m+M}\right)^2 \upsilon_0^2$

$\upsilon = \sqrt{\frac{2}{3}gR + \frac{1}{3}\left(\frac{m}{m+M}\right)^2 \upsilon_0^2}$

$\upsilon_0 \geq \left(\frac{m+M}{m}\right)\sqrt{gR}$

ԳԼՈՒԽ X

142. 0,8 մ:

143. 2 վ, 0,5 Հց:

144. 0,06 մ, 50 Հց, 0,02 վ:

145. Մոծակը՝ 24000-ով ավելի շատ:

146. 0,1 վ:

147. 0,044 մ/վ, 0,14 մ/վ^2:

148. 0,3125 վ:

149. 0,8 մՆ, 19,7 մկՋ:

150. 12 ժամով:

151. $3{,}1\cdot10^{-3}$:

152. Մեծացավ 2 անգամ

153. 24,6 Ջ, 73,8 Ջ:

154. 0,15 Ջ, 0,05 Ջ:

155. 1,26 վ:

156. 2:

157. 1,4 անգամ կփոքրանա:

158. $T/8$, $3T/8$, $5T/8$, $7T/8$:

159. $\frac{E_պ}{E_կ} = \mathrm{tg}^2\frac{2\pi t}{T}$:

160. 4 վ:

161. 7,25 մ:

162. 2,4 մ/վ:

163. 490 մ:

164. 5 մ:

165. Ձայնի արագությունը փոքրանում է 2 անգամ:

166. $y = 10^{-3}\sin 2\pi(1500t - 5x)$

167. 165 կՆ:

168. 19 կմ:

169. 1,5 մ, 1 մվ, 0,264 ռադ:

ԳԼՈՒԽ XI

170. 7250 կգ/մ^3:

171. 0,0834 կգ, 0,216 կգ:

172. 1,12 վ:

173. 4,37 սմ^2:

174. 44,3 մ/վ, 50 մ^3:

175. 1,3 մ: Ցուցում: Խնդիրը լուծեք՝ նավակը համարելով անշարժ, իսկ ջուրը՝ նրա նկատմամբ υ արագությամբ շարժվող:

176. 1370 լ: Ցուցում: Դուրս ցայտող ջրի շիթի արագությունը անցքի մոտ որոշեք՝ ելնելով Բեռնուլիի բանաձևից: Շիթի ստորին և վերին մասերում օդի ճնշումը համարեք անփոփոխ:

177. $\upsilon = \sqrt{2g\left(H + \frac{\rho_2}{\rho_1}h\right)}$:

178. $2gh\rho S$-ով: Ցուցում: Թելի ձգման ուժի ΔT փոփոխությունը 1 վ-ում արտահոսող ջրի շիթի կողմից անոթին հաղորդած իմպուլսն է, որն էլ հավասար է 1 վ-ում անոթից դուրս հոսող ջրի իմպուլսին:

Այսպիսով՝ $\Delta T = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{\Delta m\upsilon}{\Delta t}$,

որտեղ Δm-ը Δt ժամանակում անոթից արտահոսող ջրի զանգվածն է՝ $\Delta m = \rho S\upsilon\Delta t$: υ-ն որոշեք Տորիչելլիի բանաձևից:

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

ԳԼՈՒԽ I
ԳԻՏԱԿԱՆ ՃԱՆԱՉՈՂՈՒԹՅԱՆ ՄԵԹՈԴՆԵՐԸ

ԳԼՈՒԽ II
ԸՆԴՀԱՆՈՒՐ ՏԵՂԵԿՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ ՇԱՐԺՄԱՆ ՄԱՍԻՆ

ԳԼՈՒԽ III
ՈՒՂՂԱԳԻԾ ՀԱՎԱՍԱՐԱՉԱՓ ՇԱՐԺՈՒՄ

ԳԼՈՒԽ IV
ՈՒՂՂԱԳԻԾ ԱՆՀԱՎԱՍԱՐԱՉԱՓ ՇԱՐԺՈՒՄ

ԳԼՈՒԽ V
ԿՈՐԱԳԻԾ ՇԱՐԺՈՒՄ

ԳԼՈՒԽ VI
ԴԻՆԱՄԻԿԱՅԻ ՀԻՄՈՒՆՔՆԵՐԸ

ԳԼՈՒԽ VII
ԲՆՈՒԹՅԱՆ ՈՒԺԵՐԸ

ԳԼՈՒԽ VIII
ՍՏԱՏԻԿԱ

ԳԼՈՒԽ IX
ՊԱՀՊԱՆՄԱՆ ՕՐԵՆՔՆԵՐԸ ՄԵԽԱՆԻԿԱՅՈՒՄ

ԳԼՈՒԽ X
ՄԵԽԱՆԻԿԱԿԱՆ ՏԱՏԱՆՈՒՄՆԵՐ ԵՎ ԱԼԻՔՆԵՐ

ԳԼՈՒԽ XI
ՀԵՂՈՒԿՆԵՐԻ ԵՎ ԳԱԶԵՐԻ ՄԵԽԱՆԻԿԱՅԻ ՏԱՐՐԵՐ

Հաստատված է
ՀՀ կրթության և գիտության նախարարության կողմից

ԷԴՈՒԱՐԴ ՂԱԶԱՐՅԱՆ
ԱԼԲԵՐՏ ԿԻՐԱԿՈՍՅԱՆ
ԳԱԳԻԿ ՄԵԼԻՔՅԱՆ
ԱՐՏԱՎԱԶԴ ՄԱՄՅԱՆ
ՍՈՍ ՄԱԻԼՅԱՆ

ՖԻԶԻԿԱ-10

Հանրակրթական դպրոցի 10-րդ դասարանի դասագիրք ընդհանուր և բնագիտամաթեմատիկական հոսքերի համար

Ձևավորումը, էջադրումը, նկարները՝
Արթուր Հարությունյանի

ԷԴԻԹ ՊՐԻՆՏ
հրատարակչություն

Թումանյան 12
(37410) 520848
(37410) 560841

Տպագրված է «Էդիթ Պրինտ» ՍՊԸ տպարանում:
Թուղթը՝ օֆսեթ: Չափսը՝ 70 × 100 1/16:
Տպագրական 17 մամուլ:
Տպաքանակը՝ 31225: